



UNIVERSIDAD DE JAÉN

**FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE
LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE PEDAGOGÍA**

TESIS DOCTORAL

**ESTUDIO DEL EFECTO DEL SISTEMA DE
ACCIONES EN EL PROCESOS DE
APRENDIZAJE EN LOS ALUMNOS EN LA
ACTIVIDAD DE SITUACIONES PROBLEMA EN
MATEMÁTICA, EN LA ASIGNATURA DE
ÁLGEBRA LINEAL, EN EL CONTEXTO DE LA
FACULTAD ACTUAL DE LA AMAZONIA**

**PRESENTADA POR:
HÉCTOR JOSÉ GARCÍA MENDOZA**

**DIRIGIDA POR:
DRA. DÑA. ANA MARÍA ORTIZ COLON
DR. D. JUAN MARTÍNEZ MORENO**

JAÉN, 18 DE SEPTIEMBRE DE 2009

ISBN 978-84-8439-589-8

Nombre y apellidos del autor:

HECTOR JOSÉ GARCÍA MENDOZA

Título de la Tesis Doctoral:

ESTUDIO DEL EFECTO DEL SISTEMA DE ACCIONES EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS EN LA ACTIVIDAD DE SITUACIONES PROBLEMA EN MATEMÁTICA, EN LA ASIGNATURA DE **ÁLGEBRA LINEAL**, EN EL CONTEXTO DE LA FACULTAD ACTUAL DE LA AMAZONIA

I.S.B.N.:

978-84-8439-589-8

Fecha de Lectura:

18 DE SEPTIEMBRE DE 2009

Centro y Departamento en que fue realizada la lectura:

FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
Departamento de Pedagogía

Composición del Tribunal/Dirección de la Tesis:

Dirección de la Tesis	Dra. Dña. Ana María Ortíz Color Dr. D. Juan Martínez Moreno
Presidente del Tribunal	Dr. D. Manuel Lorenzo Delgado
Vocales	Dr. D. Santiago Castillo Arredondo Dr. D. Francisco Roca Rodríguez Dra. Dña. Ana Martín Cuadrado
Secretario	Dr. D. Lorenzo Almazán Moreno

Calificación Obtenida:

SOBRESALIENTE CUM LAUDE POR UNANIMIDAD



UNIVERSIDAD DE JAÉN

tesis doctoral

Resumen

El trabajo de investigación, pretende resolver el problema que presentan los alumnos de la Licenciatura en Sistemas de Información, en la búsqueda de estrategias y métodos de utilidad para la resolución de problemas matemáticos. Se muestran a los docentes aquellas teorías pedagógicas y psicológicas de sumo interés para la enseñanza, en las que encuentran importantes vías de aplicación en las clases dirigidas a la resolución de problemas.

Otro aspecto de interés, en este sentido, es el hecho de que en pruebas de diagnóstico previas a la presente investigación, se pudo constatar el bajo rendimiento de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos y la carencia de una metodología consecuente para la resolución de tales problemas.

El valor teórico de la presente investigación está en la creación e implementación de una metodología para la resolución de problemas en Matemática, la cual se sustenta en la teoría de la actividad, un fundamento psicológico para la enseñanza de la formación por etapas de las acciones mentales; en la metodología de dirección del proceso de estudio y en los programas de la computación algebraicas, así como en los principios de resolución de problemas en Matemática de Polya, todo ello sobre la base de los aprendizajes apoyados en situaciones problema. Dicho marco teórico se denominó teoría de actividad de situaciones problemas en Matemática.

La teoría de la actividad a la que se hace referencia, se encuentra estructurada sobre un total de cuatro acciones invariantes, que provienen de los principios de resolución de problemas matemáticos de Polya, lo que permitió la elaboración de la teoría de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales.

La investigación tiene un alcance explicativo y posee un diseño metodológico mixto, cuya recogida de datos se realiza a través de la observación, el cuestionario y la entrevista.

En el primer semestre del año 2008 se utilizó un diseño cuasiexperimental con 26 alumnos, dividido en dos grupos de 13 alumnos cada uno. Uno de esos grupos es el denominado grupo experimental, donde se aplicó la teoría de la actividad de situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales y en el otro grupo, denominado de control, se llevó a cabo el proceso de enseñanza de forma tradicional.

En el segundo semestre del mismo año 2008, se realizó un estudio de caso donde participaron 11 alumnos, con el interés de profundizar en el cuerpo teórico de la investigación, con los mismos planteamientos teóricos asumidos en el grupo experimental.

La aplicación del sistema de acciones mejoró el aprendizaje de los alumnos, empleándose la actividad de situaciones problema elaborada para el trabajo con la asignatura de Álgebra Lineal del curso de Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia. Todo ello, sobre la base de la utilización de la teoría psicológica de la enseñanza mediante la formación por etapas de acciones mentales, de la teoría general de dirección del proceso de estudio y del sistema de computación algebraica Derive, bajo la motivación de los alumnos.

El trabajo de investigación está formado por cuatro capítulos. En el primero de ellos se aborda el "Planteamiento del problema", donde se dan a conocer los problemas planteados y origen de la investigación, los objetivos, el marco teórico de la misma y la metodología de investigación, así como las características de la muestra y el contexto de la investigación, desarrollada en Brasil.

En el segundo capítulo "La actividad de situaciones problema en Matemática", presenta el marco teórico de la investigación; la revisión bibliográfica sobre la teoría de la actividad, la resolución de problemas y los sistemas de computación algebraicas. Posteriormente se presenta en este capítulo, las actividades de situaciones problema en Matemática y de situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales, mostrándose también los indicadores elaborados para la implementación de los instrumentos de la investigación. En el tercer capítulo "Fundamentos de la investigación", se plantea la metodología de investigación, las hipótesis, así como las características de las variables, el diseño de la investigación, la muestra, los instrumentos de recogida de información y los procedimientos de la investigación.

En el último capítulo, titulado "Presentación de los resultados", se muestra un resumen de los resultados obtenidos en la investigación, conjuntamente con las discusiones, implicaciones, conclusiones y sugerencias. Al final del trabajo se da a conocer en los anexos, los detalles de los instrumentos aplicados, así como los resultados obtenidos a partir de los mismos.

Abstract

The research work aims to solve the problem presented by the students of Information Systems degree in the search for strategies and useful methods in order to solve mathematical problems. Showign to teachers those pedagogical and psychological theories of great interest for teaching, which are important ways of application in classes aimed to solve problems.

Another aspect of interest, in this matter, is the fact that previous diagnostic tests in the present investigation, it was found low student achievement in solving mathematical problems and lacking a consistent methodology for solving such problems.

The theoretical value of the present research it is the creation and implementation of a methodology for problem solving in Mathematics, which it is based on theory activity, a psychological basis for teaching formation by stages of mental actions, in the direction methodology of the study process of computer algebra system, as well as the principles of Polya solving in Mathematics problem, all on the basis of learning supported in problem situations. This theoretical framework is called theory of the activity problem situations in mathematical.

The theory of activity that is referred to, is structured on a total of four invariant actions, from the principles of Polya mathematical problem solving, this enabled the development of activity theory of problem situations system of linear equations.

Research has an explanatory reach and it has a mixed methodological design, and collection is done through observation, questionnaire and interview.

In the first half of 2008 we used a quasi-experimental design with 26 students, divided into two groups of 13 students each. One such group is called the experimental group, which applied the theory of the activity problem situations in system of linear equations and in the other group, called Control, was held the teaching of traditional form.

In the second half of the same year 2008, we conducted a case study where 11 students participated with the interest of deepening the theoretical body of research, with the equal theoretical approaches made in the experimental group.

The action system application improved student learning, using activity problem situations developed to work with the subject Linear Algebra for the undergraduate course in Information Systems from the current faculty of the Amazon. All this based on the use of psychological theory of learning through of the formation by stages of mental actions the general theory of direction of the process of study and the Derive computer algebra system, under the motivation of students.

The research work consists of four chapters. In the first of which deals with the “Statement of the problem”, which discloses the source of problems and research objectives, the theoretical framework of it, methodology of research, the characteristics of the sample and the context of research, developed in Brazil.

In the second chapter, “The activity of problem situations in Mathematics”, presents the theoretical framework of research the literature review on activity theory, problem solving and computer algebra system. Subsequently presented in this chapter, the activities of situation problems in mathematics and problem situations in the system of linear equations, showing also the indicators developed for the implementation of research instruments. In the third chapter “Fundamentals of the investigation”, there is the research methodology, assumptions, and the characteristics of the variables, research design, sample, data collection instruments and procedures of the investigation.

In the last chapter, entitled “Presentation of the results”, a summary of the results of the investigation, together with discussion, implications, conclusions and suggestions. At the end of the work shown in the annexes, the details of the instruments and the results obtained from them.



UNIVERSIDAD DE JAÉN

ESTUDIO DEL EFECTO DEL
SISTEMA DE ACCIONES EN EL
PROCESO DE APRENDIZAJE DE
LOS ALUMNOS EN LA ACTIVIDAD
DE SITUACIONES PROBLEMA EN
MATEMÁTICA, EN LA ASIGNATURA
DE ÁLGEBRA LINEAL, EN EL
CONTEXTO DE LA FACULTAD
ACTUAL DE LA AMAZONIA

HECTOR JOSÉ GARCÍA MENDOZA

tesis doctoral

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a todos los que de una u otra manera han colaborado en la realización de la presente investigación, dirigida a la obtención del título de Doctor en Psicopedagogía, en especial:

A mis directores de tesis Doctora Ana María Ortiz Colón y al Doctor Juan Martínez Moreno, ambos de la Universidad de Jaén, por darme la oportunidad de ingresar a dicha Universidad y por su ayuda exigente e instructiva.

Al profesor Doctor Oscar Tintorer Delgado, de la Universidad Estadual de Roraima, Brasil, un amigo incondicional que ha sido mi consultor y crítico, motivándome incesantemente en la realización del presente trabajo científico.

A la Asociación Universitaria Iberoamericana de Postgrado (AUIP) por la ayuda financiera.

A la Dirección Administrativa y Académica de la Facultad Actual de la Amazonia, por permitirme emprender la investigación.

A la Universidad Federal de Roraima, Brasil, institución donde trabajo y que me ha ofertado un tiempo de cuatro años para emprender el doctorado.

Índice

LISTA DE SIGLAS	8
INDICE DE TABLAS	10
INDICE DE FIGURAS	16
INTRODUCCIÓN.....	19
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	23
1 Origen y justificación de la investigación.....	24
1.1 Problema de investigación	24
1.2 Objetivo general	26
1.3 Objetivos específicos	26
2 El contexto de la investigación en Brasil	27
CAPÍTULO II: LA ACTIVIDAD DE SITUACIONES PROBLEMA.....	33
1 Aproximación a la teoría de la actividad	34
2 Los objetivos y contenidos de la enseñanza	35
3 Teoría de la actividad	39
3.1 Principios psicológicos	40
3.2 Proceso de asimilación.	47
3.2.1 LA ACCIÓN, ESTRUCTURA Y FUNCIONES.....	48
3.2.2 CARACTERÍSTICAS DE LA ACCIÓN.....	49
3.2.3 BASE ORIENTADORA DE LA ACCIÓN.	51
3.2.4 TEORÍA DE LA FORMACIÓN POR ETAPAS DE LAS ACCIONES MENTALES.....	53
3.2.5 FORMACIÓN DE LOS MÉTODOS DE LA ACTIVIDAD COGNOSCITIVA	58
3.3 Dirección del proceso de estudio.....	59
3.3.1 LOS OBJETIVOS DE LA ENSEÑANZA.....	61

3.3.2 ESTADO DE PARTIDA DE LA ACTIVIDAD PSÍQUICA DE LOS ALUMNOS	61
3.3.3 LOS PRINCIPALES ESTADOS DEL PROCESO DE ASIMILACIÓN	62
3.3.4 RETROALIMENTACIÓN DEL PROCESO DE ESTUDIO	63
3.3.5 CORRECCIÓN DEL PROCESO DE ESTUDIO	63
4 Resolución de problemas en Matemática utilizando sistemas de computación algebraicas	64
4.1 La resolución de problemas en la formación de las acciones mentales	71
4.2 Los sistemas de computación algebraicas en la resolución de problemas. .	72
5. Construcción de la actividad de situaciones problema en Matemática	76
5.1 La actividad en situaciones problema en Matemática	77
5.2 La actividad en situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales. .	84
CAPITULO III: FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA.....	88
1 Metodología de la investigación.	89
1.1 Estudio de caso.....	92
2 Hipótesis, variables, definiciones conceptuales y operacionales.	95
2.1 Hipótesis	96
2.1.1 HIPÓTESIS PRINCIPAL.....	96
2.1.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICAS.....	96
2.2 Variables, definiciones conceptuales y operacionales	97
3 Diseño de la investigación	100
3.1 Planificación de la investigación del semestre 2008.1	106
3.2 Planificación del estudio de caso del semestre 2008.2	110
3.3 Planificación de prueba, intragrupo e intergrupo	111
3.3.1 PRUEBA.....	111
3.3.2 INTRAGRUPPO E INTERGRUPPO	112
3.4 Planificación por fases.	113
4 Descripción de la Muestra	115
5 Instrumentos de recogida de información.....	116
5.1 Observación	116
5.1.1 PRUEBAS DE PAPEL Y LÁPIZ POR FASES.....	123

5.2 Cuestionario	129
5.2.1 CONSTRUCCIÓN DEL CUESTIONARIO	132
5.2.2 FIABILIDAD	134
5.3 La entrevista.....	134
6 Desarrollo de la investigación	136
CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS	140
1 Resultados de la investigación	141
1.1 Nivel de formación inicial de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática en los semestres 2006.2, 2007.1 y 2007.2	141
1.2 La actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales en el grupo experimental y de control en el semestre 2008.1	143
1.2.1 FASE I	144
1.2.2 FASE II.	158
1.2.3 FASE III.	164
1.2.4 FASE IV.	169
1.3 La actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales en el estudio de caso en el semestre 2008.2.....	172
1.3.1 RESULTADOS DE LA OBSERVACIÓN.	172
1.3.1.1 Fase I.....	172
1.3.1.2 Fase II.....	179
1.3.1.3 Fase III.....	182
1.3.1.4 Fase IV.....	185
1.3.2 RESULTADOS DEL CUESTIONARIO.	187
1.3.3 RESULTADOS DE LA ENTREVISTA AL PROFESOR.	191
2 Discusión, conclusiones e implicaciones	203
2.1 Formación de la actividad de situaciones problema	205
2.1.1 GRUPO EXPERIMENTAL Y DE CONTROL	205
2.1.2 ESTUDIO DE CASO	215
2.2 Verificación de las hipótesis de la investigación.	217
3 Valoraciones finales	230

4 Implicaciones para futuras investigaciones	231
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	234
ANEXOS.....	245
Anexo 1. Formación de la actividad de situaciones problema en Matemática en los alumnos en los semestres 2006.2, 2007.1 y 2007.2.....	246
1.1 Instrumentos de las pruebas diagnósticos.....	246
1.1.1 INSTRUMENTO DEL SEMESTRE 2006.2.....	246
1.1.2 INSTRUMENTO DEL SEMESTRE 2007.1.....	251
1.1.3 INSTRUMENTO DEL SEMESTRES 2007.2	254
1.2 Resultados de las pruebas diagnósticos.....	256
Anexo 2. Resolución de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales con Derive.	265
Anexo 3. Cuestionario	273
Anexo 4. Entrevista del profesor.....	275
Anexo 5. Fase I.....	277
5.1 Instrumentos uno de los semestres 2008.1 y 2008.2	277
5.2 Resultados de los semestres 2008.1 y 2008.2	280
Anexo 6. Fase II.....	282
6.1 Instrumento dos	282
6.1.1 SEMESTRE 2008.1	282
6.1.2 SEMESTRE 2008.2.....	286
6.2 Resultados	290
6.2.1 SEMESTRE 2008.1	290
6.2.2 SEMESTRE 2008.2.....	301
Anexo 7. Fase III.....	305
7.1 Instrumento tres	305
7.1.1 SEMESTRE 2008.1	305
7.1.2 SEMESTRE 2008.2.....	308
7.2 Resultados	309
7.2.1 SEMESTRE 2008.1	309

7.2.2 SEMESTRE 2008.2.....	317
Anexo 8. Fase IV	324
8.1 Instrumento cuatro	324
8.1.1 SEMESTRE 2008.1.....	324
8.1.2 SEMESTRE 2008.2.....	327
8.2 Resultados	328
8.2.1 SEMESTRE 2008.1.....	328
8.2.2 SEMESTRE 2008.2.....	334

LISTA DE SIGLAS

2006.2- Segundo semestre del año 2006.

2007.1- Primer semestre del año 2007.

2007.2- Segundo semestre del año 2007.

2008.1- Primer semestre del año 2008.

2008.2- Segundo semestre del año 2008.

A- Alumno

A01,..., A26- Código de los alumnos en el experimento en el primer semestre del 2008.

ASP- Actividad de Situaciones Problema.

BOA- Base Orientadora de la Acción.

C01,..., C13- Código de los alumnos del grupo de control.

D- Variable cualitativa, dirección del proceso de estudio

D¹- Variable cualitativa, objetivo de enseñanza.

D²- Variable cualitativa, nivel de partida de proceso dirigido.

D³- Variable cualitativa, estados del proceso de asimilación.

D⁴- Variable cualitativa, retroalimentación.

D⁵- Variable cualitativa, enlace de retorno o corrección.

E- Variable cualitativa, etapas de la formación de las acciones mentales.

E⁰- Variable cualitativa, etapa motivacional.

E01,..., E13- Código de los alumnos del grupo experimental.

E¹- Variable cualitativa, etapa de la formación de la Base Orientadora de la Acción.

E²- Variable cualitativa, etapa de la formación de la acción en la forma material o materializada

E³- Variable cualitativa, etapa de la formación de la acción en la forma verbal externa.

E⁴- Variable cualitativa, etapa de la formación de la acción en el lenguaje externo para sí.

E⁵- Variable cualitativa, etapa de la formación de la acción en el lenguaje interno.

FAA- Facultad Actual de la Amazonia.

G₁- Grupo experimental.

G₂- Grupo de control.

G₃- Alumnos del estudio de caso.

H₁- Hipótesis principal de la investigación.

H₂, H₃, H₄, H₅, H₆ y H₇- Hipótesis específicas de la investigación.

M- Variable cualitativa, motivación de los alumnos en la actividad de situaciones problema.

O_i, i=1,..., 14- Prueba donde se mide el aprendizaje en la actividad de situaciones problema.

P- Variable cualitativa, sistema de computación algebraica.

P₁- Pregunta de investigación principal.

P-1- Pregunta uno.

P-2- Pregunta dos.

P₂, P₃, P₄, P₅, P₆ y P₇- Preguntas secundaria de investigación.

P-3- Pregunta tres.

P-4- Pregunta cuatro.

PCN- Parámetros Curriculares Nacionales

UFRR- Universidad Federal de Roraima.

X- Variable cualitativa, sistema de cuatro acciones en la actividad de situaciones problema.

X¹- Variable cualitativa, primera acción o comprender el problema.

X²- Variable cualitativa, segunda acción o construir el modelo matemático.

X³- Variable cualitativa, tercera acción o solucionar el modelo matemático.

X⁴- Variable cualitativa, cuarta acción o interpretar la solución.

X_{E1}- Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación en la base orientadora de la acción.

X_{E2}- Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación de la acción en la forma material o materializada.

X_{E3}- Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación de la acción en la forma verbal externa.

X_{E4}- Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación de la acción en el lenguaje interno para sí.

X_{E5}- Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación de la acción en el lenguaje interno.

Y- Variable cuantitativa, aprendizaje en la actividad de situaciones problema en matemática.

Y¹- Variable cuantitativa, nivel de formación de la primera acción o comprender el problema.

Y²- Variable cuantitativa, nivel de formación de la segunda acción o construir el modelo matemático.

Y³- Variable cuantitativa, nivel de formación de la tercera acción o solucionar el modelo matemático.

Y⁴- Variable cuantitativa, nivel de formación de la cuarta acción o interpretar la solución.

Índice de tablas

Tabla 1. Tipos de Base Orientadora de la Acción.....	52
Tabla 2. Elementos comparativos sobre motivación	55
Tabla 3 Relación hipótesis, variables e instrumentos por fases.....	103
Tabla 4. Descripción de las variables e instrumentos por fases.....	105
Tabla 5. Relación y planificación de las pruebas (Oi) por fases y semestres.	105
Tabla 6. Planificación del grupo experimental y de control	109
Tabla 7. Técnicas e instrumentos	110
Tabla 8. Planificación del estudio de caso.....	110
Tabla 9. Planificación de las puntuaciones z en los grupos G1 y G2.....	112
Tabla 10. Planificación de las puntuaciones z del grupo G3	112
Tabla 11. Resumen de las características del instrumento uno de los semestre 2008.1 y 2008.2.....	125
Tabla 12. Resumen de las características del instrumento dos del semestre 2008.1...	126
Tabla 13. Resumen de las características del instrumento dos del semestre 2008.2...	126
Tabla 14. Resumen de las características del instrumento tres del semestre 2008.1...	127
Tabla 15. Resumen de las características del instrumento tres del semestre 2008.2...	128
Tabla 16. Resumen de las características del instrumento cuatro del semestre 2008.1.....	129
Tabla 17. Resumen de las características del instrumento cuatro del semestre 2008.2.....	129
Tabla 18. Elaboración del cuestionario.....	133
Tabla 19. Resumen del resultado del nivel del sistema de acciones y aprendizaje en los semestres 2006.2, 2007.1 y 2007.2.....	142
Tabla 20. Resultado del nivel de partida de los alumnos del semestre 2008.1.....	146
Tabla 21. Resultado del nivel de partida del grupo experimental.....	147
Tabla 22. Resultado del nivel de partida del grupo de control.....	148
Tabla 23. Medidas de tendencia central del nivel de partida del grupo experimental ...	148
Tabla 24. Medidas de tendencia central del nivel de partida del grupo de control.....	149

Tabla 25. Frecuencia en porcentaje por acciones del grupo experimental del instrumento uno.....	149
Tabla 26. Frecuencia en porcentaje por acciones del grupo de control del instrumento uno.....	149
Tabla 27. Puntuaciones z del grupo experimental del instrumento uno	152
Tabla 28. Puntuaciones z del grupo de control del instrumento uno	152
Tabla 29. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo experimental del instrumento uno	153
Tabla 30. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo de control del instrumento uno.....	153
Tabla 31. Sistematización de los resultados de la P-4 del grupo experimental del instrumento uno	156
Tabla 32. Sistematización de los resultados de la P-4 del grupo de control del instrumento uno.....	156
Tabla 33. Resultado del nivel de partida del estudio de caso	174
Tabla 34. Medidas de tendencia central del nivel de partida del estudio de caso.....	174
Tabla 35. Frecuencia en porcentaje por acciones del estudio de caso en el instrumento uno.....	174
Tabla 36. Puntuaciones z del estudio de caso del instrumento uno.....	176
Tabla 37. Sistematización de los resultados de la P-3 del estudio de caso del instrumento uno.....	176
Tabla 38. Sistematización de los resultados de la P-4 del estudio de caso del instrumento uno.....	177
Tabla 39. Resultado del cuestionario de la motivación	188
Tabla 40. Análisis descriptivo del cuestionario	189
Tabla 41. Dimensiones y códigos de la entrevista.....	195
Tabla 42. Comparación de las medias en las pruebas iniciales en la fase uno	218
Tabla 43. Análisis del teste Wilcoxon para la hipótesis cuatro	219
Tabla 44. Análisis del teste Wilcoxon para la hipótesis cinco.....	220
Tabla 45. Análisis del teste Wilcoxon para la hipótesis seis.....	222
Tabla 46. Análisis del teste Wilcoxon para la hipótesis siete.....	223
Tabla 47. Contrastando las hipótesis H1 vs H2, H3 para el grupo experimental	224

Tabla 48. Contrastando las hipótesis H1 vs H2, H3 para el grupo de control	224
Tabla 49. Medida de tendencia central de la prueba diagnóstico del semestre 2006.2.....	257
Tabla 50. Frecuencia en porcentaje por acciones de la prueba diagnóstico del semestre 2006.2.....	257
Tabla 51. Medida de tendencia central de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo vespertino.....	258
Tabla 52. Medida de tendencia central de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo nocturno.....	259
Tabla 53. Frecuencia en porcentaje por acciones de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo vespertino	260
Tabla 54. Frecuencia en porcentaje por acciones de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo nocturno.....	260
Tabla 55. Medida de tendencia central de la prueba diagnóstico del semestre 2007.2.....	262
Tabla 56. Frecuencia en porcentaje por acciones de la prueba diagnóstico del semestre 2007.2.....	262
Tabla 57. Asistencia acumulada hasta la fase dos del grupo experimental y de control.....	291
Tabla 58. Resultado del grupo experimental del instrumento dos.....	292
Tabla 59. Resultado del grupo de control del instrumento dos	293
Tabla 60. Medidas de tendencia central (P-1 y P-2) del grupo experimental del instrumento dos.....	293
Tabla 61. Medidas de tendencia central (P-3 y P-4) del grupo experimental del instrumento dos.....	294
Tabla 62. Medidas de tendencia central (P-3 y P-4) del grupo de control del instrumento dos.....	294
Tabla 63. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-1 y P-2) del grupo experimental del instrumento dos.....	295
Tabla 64. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-3 y P-4) del grupo experimental del instrumento dos.....	295

Tabla 65. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-3 y P-4) del grupo de control instrumento dos	295
Tabla 66. Puntuaciones z (P-1 y P-2) del grupo experimental del instrumento dos ...	296
Tabla 67. Puntuaciones z (P-3 y P-4) del grupo experimental del instrumento dos ...	297
Tabla 68. Puntuaciones z (P-3 y P-4) del grupo de control del instrumento dos.....	297
Tabla 69. Sistematización de los resultados de la P-1 del grupo experimental del instrumento dos.....	298
Tabla 70. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo experimental del instrumento dos	299
Tabla 71. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo de control del instrumento dos	300
Tabla 72. Sistematización de los resultados de la P-4 del grupo del experimental del instrumento dos	300
Tabla 73. Sistematización de los resultados de la P-4 del grupo de control del instrumento dos	301
Tabla 74. Asistencia hasta la fase dos del estudio de caso	302
Tabla 75. Resultado del estudio del caso del instrumento dos	302
Tabla 76. Medida de tendencia central del estudio de caso del instrumento dos	303
Tabla 77. Frecuencia en porcentaje por acciones del estudio de caso del instrumento dos	303
Tabla 78. Puntuaciones z del estudio de caso del instrumento dos.....	304
Tabla 79. Sistematización de los resultados de la P-3 del estudio de caso del instrumento dos	304
Tabla 80. Sistematización de los resultados de la P-4 del estudio de caso del instrumento dos	304
Tabla 81. Asistencia acumulada hasta la fase tres del grupo experimental y de control.....	311
Tabla 82. Resultado del grupo experimental del instrumento tres	311
Tabla 83. Resultado del grupo de control del instrumento tres	312
Tabla 84. Medidas de tendencia central (P-1, P-3 y P-X) del grupo experimental y de control del instrumento tres	312

Tabla 85. Medidas de tendencia central (P-2) del grupo experimental y de control del instrumento tres	313
Tabla 86. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-1, P-2 y P-X) del grupo experimental y de control del instrumento tres.....	313
Tabla 87. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-2) del grupo experimental y de control del instrumento tres	313
Tabla 88. Puntuaciones z (P-1, P-2 y P-3) del grupo experimental del instrumento tres.....	314
Tabla 89. Puntuaciones z (P-2) del grupo de control del instrumento tres	314
Tabla 90. Sistematización de los resultados de la P-1 del grupo experimental del instrumento tres	315
Tabla 91. Sistematización de los resultados de la P-2 del grupo experimental del instrumento tres	316
Tabla 92. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo experimental del instrumento tres	317
Tabla 93. Sistematización de los resultados de la P-2 del grupo de control del instrumento tres.....	317
Tabla 94. Asistencia hasta la fase tres del estudio de caso	318
Tabla 95. Resultado del estudio de caso del instrumento tres	319
Tabla 96. Medidas de tendencia central del estudio de caso del instrumento tres	321
Tabla 97. Frecuencia en porcentaje por acciones del estudio de caso del instrumento tres.....	321
Tabla 98. Puntuaciones z del grupo estudio de caso del instrumento tres	322
Tabla 99. Sistematización de los resultados de la P-1 del estudio de caso del instrumento tres.....	322
Tabla 100. Sistematización de los resultados de la P-2 del estudio de caso del instrumento tres.....	323
Tabla 101. Asistencia acumulada hasta la fase cuatro del grupo de experimental y de control	329
Tabla 102. Resultado del grupo experimental del instrumento cuatro	329
Tabla 103. Resultado del grupo de control del instrumento cuatro	330

Tabla 104. Medidas de tendencia central (P-1a, P-1b) del grupo experimental y de control del instrumento cuatro	330
Tabla 105. Medidas de tendencia central (P-2) del grupo experimental y de control del instrumento cuatro	331
Tabla 106. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-1a e P-1b) del grupo experimental del instrumento cuatro	331
Tabla 107. Frecuencia en porcentaje por acciones (P- 2) del grupo experimental y de control del instrumento cuatro	332
Tabla 108. Puntuaciones z (P-1a, P-1b) del grupo experimental del instrumento cuatro.....	332
Tabla 109. Puntuaciones z (P-2) del grupo experimental y de control del instrumento cuatro.....	333
Tabla 110. Sistematización de los resultados de la P-1a) del grupo experimental del instrumento cuatro.....	333
Tabla 111. Sistematización de los resultados de la P-2 del grupo experimental del instrumento cuatro.....	334
Tabla 112. Sistematización de los resultados de la P-2 del grupo de control del instrumento cuatro.....	334
Tabla 113. Asistencia hasta la fase cuatro del estudio de caso.....	335
Tabla 114. Resultado del estudio de caso del instrumento cuatro	335
Tabla 115. Medidas de tendencia central del estudio de caso del instrumento cuatro.....	336
Tabla 116. Frecuencia en porcentaje por acciones del estudio de caso del instrumento cuatro.....	336
Tabla 117. Puntuaciones z del estudio de caso del instrumento cuatro	337
Tabla 118. Sistematización de los resultado de la P-1 del estudio de caso del instrumento cuatro.....	337

Índice de figuras

Figura 1. Relación de las variables en la investigación.....	98
Figura 2. Relación de las variables X e Y.....	99
Figura 3. Transformación de la actividad situaciones en Matemática de externa a interna.....	99
Figura 4. Diseño de la investigación.....	101
Figura 5: Cronograma de la investigación.....	102
Figura 6. Relación entre las hipótesis	103
Figura 7. Relación entre variables y fases	104
Figura 8. Planificación del semestre 2008.1.....	107
Figura 9. Esquema de la actividad de situaciones problema en Matemática, ASP(X)=Y.....	107
Figura 10. Esquema de la dirección de la actividad de situaciones problema en Matemática	108
Figura 11. Esquema del proceso cíclico del proceso de aprendizaje.....	108
Figura 12. Planificación del semestre 2008.2.....	110
Figura 13. Descripción de la fase uno	113
Figura 14. Descripción de la fase dos hasta cuatro	114
Figura 15. Guía para la observación de la formación por etapas de las acciones mentales (E).	121
Figura 16. Guía para la observación del proceso de estudio (D).....	122
Figura 17. Guía para la observación del sistema de computación algebraica (P)	123
Figura 18. Guía para la observación sobre la motivación de los alumnos en la ASP de sistema de ecuaciones lineales (M)	123
Figura 19. Guía de la entrevista de la dirección del proceso de estudio (D).....	136
Figura 20. Formación del grupo experimental y de control	147
Figura 21. Aprendizaje en la P-3 del instrumento uno del grupo experimental	150
Figura 22. Aprendizaje en la P-3 del instrumento uno del grupo control.....	150
Figura 23. Aprendizaje en la P-4 del instrumento uno del grupo experimental	151
Figura 24. Aprendizaje en la P-4 del instrumento uno del grupo control.....	151

Figura 25. Aprendizaje en la P-3 del instrumento uno del estudio de caso	175
Figura 26. Aprendizaje en la P-4 del instrumento uno del estudio de caso	175
Figura 27. Aprendizaje de la variable Y por preguntas del semestre 2008.1	206
Figura 28. Aprendizaje de la variable Y por fase del semestre 2008.1	207
Figura 29. Nivel de la primera acción por preguntas del semestre 2008.1	211
Figura 30. Nivel de la segunda acción por preguntas del semestre 2008.1	211
Figura 31. Nivel de la tercera acción por preguntas del semestre 2008.1	212
Figura 32. Nivel de la cuarta acción por preguntas del semestre 2008.1	212
Figura 33. Nivel de la primera acción por fases del semestre 2008.1	214
Figura 34. Nivel de la segunda acción por fases del semestre 2008.1.....	214
Figura 35. Nivel de la tercera acción por fases del semestre 2008.1	215
Figura 36. Nivel de la cuarta acción por fases del semestre 2008.1.....	215
Figura 37. Comparación del aprendizaje por fases de los tres grupos	220
Figura 38. Comparación del aprendizaje por preguntas de los tres grupos.....	221
Figura 39. Comparación del nivel de la primera acción por fases de los tres grupos ...	225
Figura 40. Comparación del nivel de la primera acción por preguntas de los tres grupos.....	226
Figura 41. Comparación del nivel de la segunda acción por fases de los tres grupos.....	226
Figura 42. Comparación del nivel de la segunda acción por preguntas de los tres grupos.....	227
Figura 43. Comparación del nivel de la tercera acción por fases de los tres grupos. ...	227
Figura 44. Comparación del nivel de la tercera acción por preguntas de los tres grupos.....	228
Figura 45. Comparación del nivel de la cuarta acción por fases de los tres grupos ..	228
Figura 46. Comparación del nivel de la cuarta acción por preguntas de los tres grupos.....	229
Figura 47. Aprendizaje de la pregunta cuatro de la prueba diagnóstico del semestre 2006.2.....	258
Figura 48. Aprendizaje de la pregunta tres de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo vespertino.....	261

Figura 49. Aprendizaje de la pregunta tres de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo nocturno.....	261
Figura 50. Aprendizaje de la pregunta dos en la prueba diagnóstico del semestre 2007.2.....	263
Figura 51. Aprendizaje de la pregunta tres en la prueba diagnóstico del semestre 2007.2.....	263

Introducción

INTRODUCCIÓN

En muchas ocasiones los métodos de enseñanza empleados para la resolución de problemas matemáticos tienen la característica principal de ser tradicionales, en el sentido de que utilizan dichas resoluciones como aplicaciones de los contenidos y no como contenidos que resultan necesarios para aplicar en la ciencia y en la vida cotidiana. Frente a este sistema clásico, entendemos que la enseñanza debe enfocarse desde el punto de vista del problema, por lo que cada problema matemático ha de situarse en el centro del aprendizaje de los alumnos.

La marcada tendencia tradicionalista en la enseñanza de distintas asignaturas es producto de una insuficiente preparación pedagógica de los docentes, lo cual constituye una preocupación para establecer la garantía necesaria en cuanto a la calidad de los futuros egresados universitarios.

Mediante los resultados del presente trabajo de investigación, se ofrece a los alumnos de la Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, estrategias y métodos de amplia utilidad para la resolución de problemas matemáticos. Además se muestran, a los docentes, aquellas teorías pedagógicas y psicológicas de sumo interés para la enseñanza, en las que encuentran importantes vías de aplicación en aquellas clases dirigidas a la resolución de problemas

Otro aspecto de interés, en este sentido, es el hecho de que en pruebas de diagnóstico previas a la presente investigación, se pudo constatar el bajo rendimiento de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos y la carencia de una metodología consecuente para la resolución de tales problemas.

El valor teórico de la presente investigación está en la creación e implementación de una metodología para la resolución de problemas en Matemática, la cual se sustenta en la teoría de la actividad, un fundamento psicológico para la enseñanza de la formación por etapas de las acciones mentales; en la metodología de dirección del proceso de estudio y en los programas de la computación algebraicas, así como en los principios de resolución de problema en Matemática de Polya, todo ello sobre la base de los aprendizajes apoyados en situaciones problema. Dicho marco teórico se denominó teoría de actividad de situaciones problemas en Matemática

La teoría de la actividad a la que se hace referencia, se encuentra estructurada sobre un total de cuatro acciones invariantes, que provienen de los principios de resolución de problemas matemáticos de Polya, lo que permitió la elaboración de la teoría de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales. El sistema de acciones invariantes son: comprender el problema, construir el modelo matemático, solucionar el modelo matemático e interpretar la solución

La investigación tiene un alcance explicativo y posee un diseño metodológico mixto, cuya recogida de datos se realiza a través de la observación, el cuestionario y la entrevista. En el primer semestre del año 2008 se utilizó un diseño cuasiexperimental con 26 alumnos, dividido en dos grupos de 13 alumnos cada uno. Uno de esos grupos es el denominado grupo experimental, donde se aplicó la teoría de la actividad de situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales y en el otro grupo, denominado de control, se llevó a cabo el proceso de enseñanza de forma tradicional.

En el segundo semestre del mismo año 2008, se realizó un estudio de caso donde participaron 11 alumnos, con el interés de profundizar en el cuerpo teórico de la investigación, con los mismos planteamientos teóricos asumidos en el grupo experimental.

La aplicación del sistema de acciones mejoró el aprendizaje de los alumnos, empleándose la actividad de situaciones problema elaborada para el trabajo con la asignatura de Álgebra Lineal del curso de Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia. Todo ello, sobre la base de la utilización de la teoría psicológica de la enseñanza mediante la formación por etapas de acciones mentales, de la teoría general de dirección del proceso de estudio y del sistema de computación algebraica Derive, bajo la motivación de los alumnos.

El informe de la investigación está formado por cuatro capítulos. En el primero de ellos se aborda el "Planteamiento del problema", donde se dan a conocer los problemas planteados y origen de la investigación, los objetivos, así como las características del contexto de la investigación, desarrollada en Brasil.

En el segundo capítulo "La actividad de situaciones problema", aparece el marco teórico de la investigación. En él se presenta la revisión bibliográfica sobre la teoría de

la actividad, la resolución de problemas y los sistemas de computación algebraicas. Posteriormente se presenta, en este capítulo, la construcción de la actividad de situaciones en Matemática con el sistema invariante de las cuatro acciones con sus operaciones, consecuentemente es construido la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales.

En el tercer capítulo “Fundamentos de la investigación” se plantea la metodología de investigación, las hipótesis, así como las características de las variables, el diseño de la investigación, la muestra, los instrumentos de recogida de información y el desarrollo de la investigación.

En el último capítulo, titulado “Presentación de los resultados” se presenta los resultados obtenidos en la investigación, conjuntamente con las discusiones, verificación de las hipótesis, implicaciones, conclusiones y sugerencias. Al final del trabajo se muestra, en los anexos, los detalles de los instrumentos aplicados, así como los resultados alcanzados a partir de los mismos.

CAPÍTULO I

Planteamiento del problema

1 ORIGEN Y JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.

La interdependencia planetaria, así como la globalización, constituyen los acontecimientos distintivos que caracterizan al actual siglo XXI. En correspondencia con tales características, los sistemas educativos de las diferentes naciones deben dar respuesta a los variados y múltiples desafíos de la sociedad de la información, en la perspectiva de un enriquecimiento continuo de los saberes y del ejercicio de una ciudadanía adaptada a las exigencias de nuestro tiempo (Delors, 1996).

La investigación tiene su origen en Brasil, en el Estado nortero de Roraima, el cual tiene fronteras con los países de Venezuela y República Federativa de Guyana. La extensión geográfica es de 225116 kilómetros cuadrados, con una población de 391317 habitantes. El Estado está constituido por 15 municipios, siendo su capital Boa Vista, con una población de 249655 habitantes (Instituto Brasileiro de Geografia [IBGE], 2007).

En la capital del Estado se encuentran las universidades públicas “Universidad Federal de Roraima” (UFRR) y la “Universidad Estadual de Roraima” (UERR). La UFRR es la más antigua e importante, financiada por el Gobierno Federal, mientras que la UERR es la universidad más joven, con varias sedes en los municipios del interior del Estado, cuya dirección está a cargo del Gobierno de Estado.

Las dos universidades particulares más importantes se encuentran en Boa Vista, son la “Facultad Actual de la Amazonia” (FAA) y la “Facultad Catedral de Boa Vista”. En la FAA se realizó la presente investigación, en el curso de licenciatura en Sistemas de Información en la asignatura de Álgebra Lineal. Además del curso mencionado existen los cursos de Administración de Empresas, Ciencias Contables, Comunicación Social, Derecho, Pedagogía, Tecnología en Gestión Pública y Tecnología en Agronegocio, entre otros.

1.1 Problema de investigación

Tomando como base los estudios realizados sobre la situación de la Educación Superior en Brasil, que pasaremos a contextualizar con más detalle en el siguiente

apartado, nos encontramos las siguientes dificultades inherentes al propio sistema: los resultados en el aprendizaje de la Matemática son insatisfactorios, la baja cualificación de los profesores de Matemática, la ausencia de políticas educacionales efectivas, las distorsiones en la interpretación de las teorías pedagógicas cuando son aplicadas, la resolución de problemas matemáticos más como aplicación teórica que como objetivo en sí mismo. En consecuencia de dichas realidades el problema de la investigación que nos planteamos es la existencia de un bajo nivel de aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas de Álgebra Lineal del curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia.

Una vez iniciado el estudio, surgen de manera natural los siguientes interrogantes, relativos al problema: (P_1), la pregunta principal y las otras preguntas (P_2 , P_3 , P_4 , P_5 , P_6 y P_7) secundarias y subordinadas a la principal. El problema de investigación hace referencia a:

P_1 : ¿La utilización del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en los contenidos del Álgebra Lineal del curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia?

P_2 : ¿Cuál será el nivel de partida de los alumnos en el aprendizaje en la actividad de situaciones problema en Matemática?

P_3 : ¿Cuál será el nivel de los alumnos en la formación de las acciones comprender el problema, construir el modelo matemático, solucionar el modelo matemático e interpretar la solución en la actividad de situaciones problema en Matemática?

P_4 : ¿Existen diferencias entre los grupos experimental y de control en el nivel de partida de las acciones, comprender el problema, construir el modelo, solucionar el modelo, interpretar la solución y en el aprendizaje de la actividad de situaciones problema en Matemática?

P_5 : ¿La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la base orientadora de la acción del tipo tres, la etapa de formación de la acción en forma

material, dirección cíclica del proceso de estudio, el sistema de computación algebraica Derive, con alumnos motivados?

P₆: ¿La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la base orientadora de la acción del tipo tres, la etapa de formación de la acción en forma verbal externa, dirección cíclica del proceso de estudio, el sistema de computación algebraica Derive, con alumnos motivados?

P₇: ¿La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la base orientadora de la acción del tipo tres, la etapa de formación de la acción en forma externa para sí y lenguaje interno, dirección cíclica del proceso de estudio, el sistema de computación algebraica Derive, con alumnos motivados?

1.2 Objetivo general

Estudiar el efecto del sistema de acciones en el proceso de aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en la asignatura de Álgebra Lineal del curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia.

1.3 Objetivos específicos

- Conocer el nivel de partida de los alumnos.
- Construir la actividad de situaciones problema en Matemática.
- Elaborar los indicadores para la construcción de instrumentos de la actividad de situaciones problema en Matemática.
- Construir la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales en la asignatura de Álgebra Lineal
- Comprobar el efecto de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales en la asignatura de Álgebra Lineal.

2 EL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN EN BRASIL

A continuación se analiza el contexto de la investigación de la enseñanza de la Matemática en los niveles educativos primario, medio y universitario en Brasil. También se consideran las normativas del Ministerio de Educación de Brasil, las políticas de formación de profesores de Matemática y la influencia de la informática en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los cambios más significativos en la educación brasileña, en las últimas décadas, están marcados por la universalización del acceso a las escuelas, estableciéndose la necesidad de un redimensionamiento radical en la concepción pública acerca de la escolarización. La democratización del acceso a la escuela (no necesariamente acompañado de la democratización de la propia escuela) redefinió el perfil del alumnado atendido por las escuelas públicas, diversificando su composición sociocultural y trasladando nuevas y muy diferentes demandas sociales presentadas en la propia institución escolar (Conceição F. R., 2005).

En Brasil aún se pone de manifiesto un gran desequilibrio en el acceso de los jóvenes a los centros de educación universitaria, ya que cerca del 11 % de la población brasileña, en las edades comprendidas entre los 18 y los 24 años, están matriculados en la enseñanza superior, a pesar del crecimiento de las matrículas en esa enseñanza, a lo largo de la década de los años 90. No obstante, en este sentido aún se pone de manifiesto un gran desequilibrio en la distribución por edades de los matriculados (Porto & Régnier, 2003).

El Gobierno brasileño, a través de su Ministerio de Educación, ha creado las directrices de trabajo para la enseñanza de la Matemática en los niveles primario, secundario y preuniversitario. Estas directrices son conocidas como los parámetros curriculares nacionales (Parámetros Curriculares Nacionales [PCN], 1997, 1998, 2007). En los PCN de la enseñanza primaria y media, se expresa que los resultados en el aprendizaje de la Matemática son insatisfactorios, lo cual se debe a diferentes factores. El primer factor negativo, muy importante por cierto, es la baja calificación de los profesores de Matemática y la ausencia de políticas educacionales efectivas. El segundo factor, es el relacionado con las distorsiones en la interpretación de las teorías pedagógicas cuando son aplicadas, siendo la más común de las formas de

enseñanza la empírica. Un tercer factor, es el hecho de que la resolución de problemas matemáticos está siendo indicada como el camino más apropiado para trabajar los conceptos, procedimientos y métodos matemáticos, lo cual ha sido objeto de interpretaciones equivocadas, ya que aún esto se resume en una simple actividad de aplicación al final del estudio de cada contenido matemático. El cuarto factor se corresponde con los problemas en sí mismos, los que no han desempeñado el verdadero papel en la enseñanza, debido a que, en el mejor de los casos, son utilizados apenas como forma de aplicación de conocimientos adquiridos con anterioridad por los alumnos.

Por último, la organización de los contenidos, de modo general, es excesivamente jerárquica, lo cual está dominado por los requisitos y la estructura lógica de la Matemática como ciencia. En este sentido, la resolución de problemas debe ser el eje organizador del proceso de enseñanza de la Matemática, aunque hay que tener en cuenta que, en muchos casos, los problemas que se presentan a los alumnos por ciertos profesores, no llegan a ser verdaderos problemas, lo que no permite alcanzar la motivación, ni el estado psicológico que requiere la actividad docente por la cual se aboga.

La Universidad Federal de Roraima (UFRR) y la Universidad Estadual de Roraima (UERR) poseen el curso para la formación de profesores de Matemática, o sea, la Licenciatura en Educación con especialización en Matemática, ambas responsables de la formación de la gran mayoría de los profesores del Estado de Roraima. Las dificultades anteriormente expresadas acerca del aprendizaje de la Matemática, son propias también del Estado de Roraima, por lo que estas universidades tienen el gran reto de enfrentar una problemática de tal naturaleza.

En los datos estadísticos que se encuentran a disposición del Ministerio de Educación de Brasil, aparece el Estado de Roraima como uno de los de mayores dificultades en los índices de aprendizaje de la Matemática, por lo que las carreras y especialidades destinadas a la formación de profesores, han de enfrentar la situación con toda seriedad y con el más alto sentido de responsabilidad. Se trata pues, de emprender una lucha científica contra el tradicionalismo y en favor de un proceso dirigido a garantizar aprendizajes conscientes, activos y reflexivos por parte de los alumnos,

mediante la resolución de problemas que se vinculen con la ciencia y con la vida cotidiana de estos.

Los actuales sistemas educativos enfrentan el problema de reelaborar la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje, en correspondencia con las nuevas condiciones históricas que han de garantizar la ampliación de la actividad creadora del hombre, organizando, con ese propósito, el sistema de sus interrelaciones. Ello implica una nueva concepción y organización de los diferentes componentes de este proceso, de tal modo que se creen las condiciones propicias para que se posibilite la conversión del alumno en un ente activo, creador, capaz de contribuir al desarrollo del entorno social y a su propia autotransformación, lo que a su vez implica el desarrollo de su talento y la ampliación de su responsabilidad social y ciudadana (González Pacheco, 1998).

La pedagogía tradicional en la actualidad mantiene una amplia vigencia, a pesar de sus limitaciones y resultados negativos. Desde ella se considera que la adquisición de los conocimientos básicamente se encuentra a cargo de la institución escolar, en particular del desempeño del profesor, considerándose a este último como el centro del proceso y agente fundamental de la educación. Esto significa que el profesor ha de transmitir información, él piensa y transmite de forma acabada los conocimientos. Por tal razón, en muchas ocasiones los objetivos están elaborados de forma declarativa, descriptiva y se dirigen más a las tareas del profesor que a las acciones que el alumno debe realizar, no quedando definidas las habilidades que deben formarse en los alumnos, por lo que de hecho, se aprecia más el profesor como sujeto del proceso de enseñanza que a los propios alumnos (Canfux S., 1998).

Al profesor de Matemática le incumbe promover el discurso en el aula, de manera que a los alumnos le corresponde: i) escuchar, responder y preguntar al profesor; ii) usar una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, solucionar problemas y comunicarse; iii) iniciar problemas y preguntas; iv) hacer conjeturas y presentar soluciones; v) explorar ejemplos y contraejemplos para investigar las conjeturas; vi) intentar convencerse a sí mismo y unos a otros sobre la validez de determinadas representaciones, soluciones, conjeturas y respuestas y vii), basarse en evidencias y argumentos matemáticos para determinar la validez (Lampert, Rittenhouse, & Crumbaugh, 2000).

En los PCN de quinto hasta el octavo grado (p 45) se expresa que "...en el mundo actual hacer cálculo con lápiz y papel es una competencia de importancia relativa y que se debe convivir con otras modalidades de cálculo, como el cálculo mental, las estimativas y el cálculo producido por las calculadoras, por tanto, no se puede privar a las personas de un conocimiento que es útil en sus vidas".

La calculadora, al igual que la computadora, es una tecnología que forma parte de nuestro quehacer cotidiano y puede contribuir positivamente al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Con la utilización de la computadora se pueden resolver problemas de alta complejidad que no pueden ser resueltos manualmente, sin el riesgo de impedir el desarrollo cognoscitivo y del pensamiento de los alumnos.

En los tiempos actuales, las mayores limitaciones en el uso de la tecnología para la educación se concentran en los países más pobres, donde la base económica industrial y los recursos financieros que conforman la infraestructura educacional, imposibilitan a una buena parte de los aprendices, dificultando el empleo generalizado y la familiarización con tales recursos. Tales restricciones desempeñan un papel crucial en la contribución de la tecnología a la educación, lo cual no debe subestimarse (Hancock, 2005).

La tecnología de la información puede representar un desafío a los profesores para dar un nuevo impulso a la enseñanza, ya que ella permite crear nuevas materias y competencias, como la capacidad de encontrar, de tratar y proveer rápidamente información (dominio de la información) o la capacidad de resolver problemas (Lepeltak & Verlinden, 2007).

La presente investigación transcurrió en el curso de Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, en correspondencia con las disposiciones que al efecto ha estipulado el Ministerio de Educación Superior de Brasil. Los cursos en las áreas de computación se encuentran divididos en cuatro categorías: i) los cursos que tienen predominantemente la computación como actividad esencial, ii) los cursos que tienen predominantemente la computación como medio, iii) los cursos de Licenciatura en Computación y iv), los cursos tecnológicos.

En los cursos de la primera categoría, donde se contempla a la computación como actividad esencial, la formación de los recursos humanos se destina al desarrollo científico y tecnológico de la computación. Estos cursos se conocen con el nombre de Licenciatura en Ciencias de la Computación, y los egresados deben estar situados al margen de las actualizaciones de la tecnología de la computación para realizar tareas de investigaciones, promoviendo el desarrollo científico y tecnológico. Se calcula que el mercado de trabajo necesita entre el 25% y el 50% de los egresados para cubrir las plazas de los empleos profesionales en la esfera computacional. Dentro de la primera categoría hay otro curso, el de Ingeniería de la Computación, no existiendo aún un consenso en cuanto a la diferencia de éste con respecto al curso de Licenciatura de Ciencia de la Computación, pero sí está claro que los egresados de los cursos de Ingeniería de la Computación, son utilizados frecuentemente para resolver problemas ligados a la automatización industrial.

En los cursos de la segunda categoría, la computación constituye un medio y no el verdadero fin en la preparación de los egresados, los cuales se destinan, principalmente, a la automatización de los sistemas de información en los distintos centros laborales. En tal sentido, los egresados deben conocer las tecnologías y sus posibilidades de aplicación. Este tipo de curso se conoce como Licenciatura en Sistemas de Información y se estima, que la necesidad de empleo de sus egresados está entre el 50% y el 75%.

En la tercera categoría están los cursos de Licenciatura en Computación, los que forman a los egresados en educadores para trabajar como docentes de nivel medio de enseñanza, en aquellas instituciones escolares que incluyen a la computación en sus currículos.

En la última categoría se encuentran los cursos de tecnología, los que se proyectan para atender las necesidades del mercado de trabajo, por lo que son cursos de corta duración y terminales, en tanto que una vez se satisfagan las demandas del mercado, los cursos se cierran hasta que aparezcan nuevas necesidades de egresados.

En la FAA el currículo del curso de Licenciatura de Sistemas de Información consta de varias asignaturas de la disciplina Matemática, estas son: Álgebra Lineal, Cálculo Diferencial e Integral, y Estadística y Programación Lineal, pero en ninguna de ellas se

utilizan los recursos informáticos para el procesamiento de informaciones, por lo que las clases se desarrollan, en todos los casos, mediante la aplicación de métodos tradicionales.

CAPÍTULO II

La actividad de situaciones problema

1 APROXIMACIÓN A LA TEORÍA DE LA ACTIVIDAD

Un gran desafío educacional, en los tiempos actuales, es lograr la formación de un profesional capaz de resolver los problemas reales que se relacionan con la actividad social cotidiana y que a su vez le sea posible aplicar, consecuentemente, los conocimientos aprendidos en las universidades a los diferentes contextos socio-laborales. En ese sentido, lo cierto es que en la mayoría de las ocasiones existe un distanciamiento entre los currículos y las dificultades encontradas en la vida real.

En el caso particular de la aplicación de los conocimientos matemáticos aparece toda una versatilidad, dado el hecho de que la Matemática ayuda al hombre a comprender y a dominar el mundo físico; muchos de los problemas que nos rodean pueden ser interpretados por modelos matemáticos. Es así como en los cursos de ciencia y tecnología, la Matemática forma parte del tronco básico de las distintas disciplinas y se presenta como requisito indispensable para otras disciplinas científicas.

En una gran parte de las asignaturas, la resolución de problemas juega un rol de primera importancia y es, precisamente en estas asignaturas, donde por lo general los alumnos presentan las mayores dificultades, ya que no logran vencer los objetivos de las mismas, o lo hacen de manera muy limitada. Esto hace que los docentes utilicen diferentes recursos didácticos en sus clases, a fin de garantizar la efectividad de su trabajo.

El gran avance tecnológico de la computación y la rapidez con la que actualmente se logra el procesamiento de datos, con excelentes herramientas de programación y programas confiables, colocan a las computadoras como una de las opciones más versátiles a ser consideradas en el proceso enseñanza-aprendizaje, por lo que el docente debe de conocer e incorporar esta tecnología al desempeño profesional cotidiano en sus clases.

Es bien conocido que para lograr una dirección eficiente del proceso de enseñanza-aprendizaje, se hace necesario el conocimiento y la consecuente aplicación por el docente de los recursos científicos que ofrecen la psicología educacional y la pedagogía.

Según Coll (2004), los enfoques, concepciones y tendencias actuales en la psicología de la educación son: i) las relaciones entre el desarrollo, aprendizaje, cultura y educación; ii) la naturaleza constructivista del psiquismo humano; iii) la naturaleza social y cultural de los procesos de construcción de conocimiento; iv) los enfoques y los modelos contextuales; v) la unidad de la enseñanza y el aprendizaje; vi) la psicología de los contenidos escolares; vii) el interés por los problemas en la enseñanza y las prácticas educacionales en el mundo real; viii) un vínculo mayor entre la investigación, el desarrollo teórico y la mejoría de las prácticas educacionales concretas y ix), el interés por diferentes tipos de prácticas educacionales formales e informales y por sus relaciones e interconexiones.

Talízina (1994) plantea que antes de enseñar cómo resolver problemas utilizando la tecnología, es necesario realizar cuatro preguntas clásicas de la pedagogía: i) ¿para qué hay que enseñar a los alumnos?; ii) ¿qué es lo que hay que enseñar?; iii) ¿cómo se tiene que enseñar? y iv); ¿qué funciones tiene el profesor dentro del proceso docente?, en otras palabras, son los objetivos, el contenido, la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje y el rol del profesor dentro del proceso de ese proceso.

A continuación se desarrollan los aspectos principales relacionados con “Los objetivos y contenidos de la enseñanza” y la “Teoría de la actividad”, tomando como referencia principal las posiciones asumidas por Talízina, profesora de la Universidad Estatal Lomonosov de Moscú, Rusia, en conferencia ofrecida en marzo de 1984 en la Universidad de la Habana, Cuba y en conferencias desarrolladas entre los meses de noviembre y diciembre de 1992 en la Universidad Autónoma Metropolitana, de México (1994). Se incluyen, además, las consideraciones de esta autora presentadas en su libro *Psicología de la Enseñanza* (1988).

2 LOS OBJETIVOS Y CONTENIDOS DE LA ENSEÑANZA

La determinación y correcta redacción de los objetivos de la enseñanza permite: i) determinar y orientar los contenidos de la enseñanza; ii) evaluar la efectividad del proceso de estudio y el nivel alcanzado por los alumnos; iii) determinar el dominio de los conocimientos y el desarrollo de hábitos; iv) determinar el trabajo en el desarrollo

de habilidades y v), determinar el trabajo en relación con las capacidades que deben alcanzar los alumnos.

Los objetivos de enseñanza pueden clasificarse en tres niveles que responden a las siguientes características: i) nuestro siglo, ii) las condiciones sociopolíticas de cada país y iii), la especialidad o profesiones para las cuales se trabaja (Talízina, 1984, 1994).

En el primer nivel de los objetivos es preparado un especialista para prevenir el futuro. Los cambios rápidos de la ciencia y la tecnología exigen formar un especialista dinámico con perfil amplio. Debe enseñarse los contenidos que constituirán la base del trabajo a lo largo de su vida y que le permita comprender, asimilar y dominar los nuevos tipos de actividades para adaptarse de forma muy rápida a los cambios.

En el segundo nivel de los objetivos se tiene en cuenta la formación de un especialista con las exigencias propias de su país. Los países tienen sus características propias en cuanto a políticas, condiciones económicas y culturales, por lo que el especialista debe de estar preparado para trabajar en esas condiciones concretas. Ello implica, además, trabajar sobre la base de una formación humanista del profesional, como parte de la preparación del mismo para la vida.

En este tercer y último nivel, los objetivos están relacionados con el carácter específico de cada especialista. Aquí se sitúa el sistema de objetivos del profesional que se relaciona con lo que éste ha de resolver desde su puesto de trabajo, aspecto este en el que cada profesión tiene sus características propias. Este tercer nivel se divide en tres clases de tareas: i) la solución a tareas prácticas y / o ii) relacionado con las tareas científicas y / o iii) relacionado con las actividades pedagógicas.

En la primera clase de tareas el especialista debe resolver tareas prácticas de su área específica. En la segunda clase hay que preparar al especialista en las tareas concretas que debe saber para ser un investigador y en la última clase de tareas, se debe dominar el contenido específico de su área, lo cual no significa que va ser un buen profesor. Se incluye el disponer de conocimientos de la actividad pedagógica, en especial, cómo dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje, cómo favorecer el

proceso de asimilación de conocimientos en los alumnos y cómo evaluar las actividades en las clases, por citar los aspectos de mayor significación.

En lo correspondiente a la estructuración del contenido de los objetivos existen tres vías: i) el estudio directo de la práctica del especialista; ii) el estudio con ayuda de expertos o peritos y iii), la utilización de los datos de pronósticos.

La primera vía estudia a los especialistas en su esfera de actuación actual, pero este estudio no es suficiente puesto que es necesaria una proyección hacia el futuro en este sentido. La segunda vía se dirige a la búsqueda de un grupo de expertos con la intención de analizar la problemática y la tercera y última vía promueve, mediante pronósticos, las perspectivas de desarrollo del futuro especialista.

Otro elemento muy importante es describir los objetivos a través del lenguaje de las habilidades, ya que los conocimientos deben integrarse con las habilidades. La estructura de las habilidades está integrada por los siguientes aspectos: la habilidad siempre incluye un conocimiento específico, un sistema de operaciones específicas (acciones) y por último conocimientos y operaciones lógicas.

Toda habilidad está vinculada a la solución de tareas concretas, por lo que los objetivos de cualquier asignatura siempre deben delimitar el conjunto de tareas fundamentales que deben saber resolver los alumnos, ante sus necesidades como futuro especialista. El lenguaje de las tareas es el lenguaje constructivo que permite describir, con bastante exactitud, los objetivos de la enseñanza (Talízina, 1984).

Los contenidos de la enseñanza aparecen con todo detalle en el plan de estudio y en los programas de las asignaturas. Es precisamente, en el plan de estudio, donde se muestran las distintas asignaturas, mientras que en los programas se encuentran las normas de cumplimiento en cuanto a objetivos, conocimientos, habilidades, hábitos, destrezas, tiempo destinado a cada programa, a cada una de sus unidades y las formas evaluativas que se determinan, entre otros aspectos de no menos interés para el docente.

En la enseñanza de los conocimientos debe apelarse a las habilidades, por lo que se hace necesario incluir no sólo la lógica propia de los conocimientos, sino también las

respectivas habilidades y procedimientos lógicos. La lógica puede incluirse en el plan de estudio como una asignatura, o incluirse como parte de las diferentes asignaturas, en la medida en que ésta resulte necesaria. En cualquier caso, no puede perderse de vista la imperiosa necesidad de contribuir a formar habilidades que permitan trabajar, de manera profunda y sistemática, en la actividad práctica y en el pensamiento lógico de los alumnos.

Algunas dimensiones (Pozo, Monereo, & Castelló, 2004) que favorecen un trabajo estratégico con los conocimientos son: i) las metas; ii) grado de control y regulación; iii) el nivel de incertidumbre de la tarea de aprendizaje y iv), la complejidad de la secuencia de las acciones. La primera dimensión está fuertemente condicionada por la exigencia de las tareas propuestas por el profesor y muy particularmente por los sistemas de educación establecidos. En compensación, cuanto la meta es más profunda y está más dirigida a la comprensión de nuevos significados, o a la reconstrucción de conocimientos previos, el aprendizaje requiere del alumno y del profesor mayor reflexión estratégica.

En el caso de la segunda dimensión, la estrategia del docente requiere de propiciar un control explícito por parte del alumno. Es de destacar que algunos de los componentes de la acción (planificación, ejecución y evaluación) pueden trabajarse estratégicamente, posibilitándose la independencia del alumno para que participe y se auto-regule en sus aprendizajes. Así se pueden sentar las bases para que los alumnos adquieran sus propias estrategias para aprender y al mismo tiempo que logren los adecuados procesos de autorregulación en el cumplimiento con las actividades requeridas para garantizar dichos aprendizajes.

La dimensión vinculada a la incertidumbre de la tarea está relacionada con su novedad y carácter más o menos abierto de la misma, lo que tiende a elevar la curiosidad del alumno y con ello la motivación por aprender. En general, cuanto más innovadoras sean las tareas de aprendizaje a las que se enfrentan los alumnos, mayor será la aproximación a las estrategias más eficientes. Por último, la complejidad de la secuencia de las acciones de una tarea hace que sea más probable la necesidad del control y la autorregulación en el propio proceso de aprender.

En el proceso dirigido a la formación y desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos, es imprescindible incluir en el contenido de la enseñanza un sistema determinado de estrategias lógicas de aprendizaje y que el profesor se haga responsable de un trabajo profundo, sistemático y bien planificado en este sentido.

La estructuración de los contenidos de las asignaturas puede hacerse de dos formas diferentes: a la manera tradicional, donde los contenidos por regla general se presentan aislados y la forma que se propone como resultado de la presente investigación, donde se establece un enlace sistémico a partir de un contenido, en su vínculo con el resto de ellos, lo que contempla, además, que el alumno conozca la importancia y valor de uso de los conocimientos que adquiere.

Lo anterior requiere de la disposición, por parte del profesor, de un conjunto de invariantes para llevar a cabo la planificación, ejecución y evaluación eficaz de la asignatura, en términos de la concepción de actividad que se toma en consideración en la tesis.

3 TEORÍA DE LA ACTIVIDAD

La teoría de la actividad tiene como base la enseñanza programada, cuya intención esencial es elevar la eficiencia del proceso instructivo y educativo, utilizando en dicho proceso las técnicas más modernas a disposición de la ciencia.

Talízina (1988) al respecto plantea:

“...la enseñanza programada incluye los siguientes aspectos: a) la elección de la teoría psicológica de estudio que responde de la manera más completa a las particularidades específicas de la enseñanza del hombre; b) la formulación y la realización de las exigencias a la dirección del proceso de estudio presentada por la teoría general de la dirección; c) la creación del complejo de los medios técnicos de enseñanza orientados al modelo elegido de enseñanza que satisfacen las exigencias de la teoría general de la dirección”. (p. 14).

La teoría de la actividad (González Pacheco, 1998) constituye un enfoque adecuado para lograr una conceptualización lógicamente coherente y sistemática de todos los atributos que forman parte de la concepción pedagógica que en la tesis se asume. Al mismo tiempo, la conceptualización de esta teoría en el enfoque histórico cultural permite concebir el proceso educativo en los sistemas macrosociales en que ocurre y se desarrolla.

3.1 Principios psicológicos

En la década de los años 20 un grupo de especialistas soviéticos plantearon una reestructuración de la psicología como ciencia, a partir de los principios de la filosofía marxista, con la intención de sobreponerse a la psicología del subjetivismo y el fenomenalismo, dando fin a la disociación de la psiquis humana como portadora de las relaciones sociales.

En los trabajos de L. S. Vigotski, se critica la psicología subjetiva e idealista, la cual plantea la separación de la psiquis y la conducta. En su teoría histórico - cultural considera que el proceso de asimilación de la psiquis del hombre está dado sobre la base de la propia experiencia social.

Vigotski y sus colaboradores destacaban la importancia de la actividad del hombre, mediatizada por las influencias históricas y culturales, así como el rol de todo ello en la formación y desarrollo de la psiquis humana. En su libro "Pensamiento y Lenguaje", Vigotski expresa que el significado del pensamiento verbal no es una forma de comportamiento natural e innato, sino que es determinado por un proceso histórico cultural que tiene propiedades y leyes específicas que no pueden ser encontradas en las formas naturales del pensamiento. El problema del pensamiento y del lenguaje, más allá de los límites de la ciencia natural, se torna en un problema central de la psicología humana histórica, esto es de la psicología social (2003b).

El lenguaje constituye la forma más acabada de la comunicación entre los seres humanos, formándose y desarrollándose el mismo mediante las necesidades de intercambio y apoyo entre los hombres. El trabajo, en este sentido, debió haber jugado

un rol esencial, al imponer la unión de las personas y la cooperación mutua, razón que incrementó las necesidades comunicativas.

Para Luria (2001) la palabra es el elemento fundamental del lenguaje, ella designa determinadas acciones, objetos, características o relaciones, dicho en otras palabras, codifica con precisión la experiencia de los seres humanos. En tal sentido, el lenguaje consiste en un sistema de códigos complejos que se manifiestan en un sistema de enlaces y relaciones.

Para Vigotski (2001, p. 399) el significado de la palabra tiene un carácter particular y no puramente externa. Ella es un fenómeno de pensamiento, en la medida en que el pensamiento está relacionado a la palabra que en ella se materializa, y a la inversa, es un fenómeno de discurso apenas en la medida en que el discurso está vinculado al pensamiento y focalizado por su luz. Es un fenómeno de pensamiento discursivo o de palabra consciente, es la unidad de la palabra con el pensamiento.

Explicó Vigotski (1991) que las funciones psicológicas e intelectuales superiores aparecen dos veces, primero como funciones intersíquicas y después como funciones intrapsíquicas. En este sentido elaboró los conceptos de “zona de desarrollo actual” y “zona de desarrollo próximo”, de una importancia capital para la educación como ciencia. Según las consideraciones vigotskianas por “zona de desarrollo actual” se entiende el conocimiento de que dispone el alumno, el real que posee, mientras que por “zona de desarrollo próximo” se entiende aquel conocimiento que el alumno puede llegar a alcanzar con una ayuda, ya sea de otro alumno más aventajado o por parte del propio profesor. Tal consideración explica la relación inicial interpsicológica y la asimilación personal y final del conocimiento, una condición de carácter intrapsicológico.

Expresado de una manera diferente, lo anterior significa que la “zona de desarrollo próximo” (Vigotski, 2003a) es la distancia entre el nivel de desarrollo real, que se acostumbra determinar a través de la solución independiente de problemas y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la solución de problemas sobre la orientación de un adulto o producto de la colaboración de otros compañeros más capaces.

Vigotski defendió siempre la revisión permanente de teorías y experiencias prácticas, creyendo que las relaciones sociales imponen nuevas formas de mediación, dependiendo del sustento cultural en que se encuentran, lo que implica la necesidad de la comprensión de mecanismos y procesos diferentes que determinan que el sujeto que aprende lo haga en un momento determinado y bajo una determinada condición cultural (Molon, 2003) .

La teoría sociocultural (Cubero & Luque, 2004) entiende el aprendizaje como un proceso distribuido, interactivo, contextual y que es el resultado de la participación de los alumnos en una comunidad, dónde el profesor actúa como guía para el aprendizaje de los alumnos y al mismo tiempo participa junto con ellos ofreciendo varios tipos de ayudas: i) construye puentes del nivel de comprensión y de habilidades del alumno hasta otros niveles más complejos; ii) estructura a la participación de los alumnos, manipulando la presentación de la tarea de forma dinámica, ajustándose a las condiciones del momento; iii) transfiere gradualmente el control de la actividad hasta que el propio alumno sea capaz de controlar por sí mismo la ejecución de la tarea.

Continúan (Cubero et al.), la apropiación de los objetos de conocimientos y de las herramientas culturales mediadas por la ayuda de otros supone: i) incorporar el objeto del conocimiento o la nueva herramienta cultural a los recursos mentales disponibles hasta ese momento por parte del alumno; ii) hacer de su conocimiento y de la herramienta cultural aprendida un sentido y un significado; iii) incluir todo eso en el repertorio de prácticas utilizadas y iv), compartir su uso con los demás.

Más tarde Rubtsov en sus investigaciones concluye que las funciones superiores de los alumnos reposan en la actividad común y se desarrollan por interacción, transformándose entonces esas funciones comunes en las de cada individuo. Desde ese punto de vista la actividad colectiva se convierte en una etapa necesaria y un mecanismo interior de la actividad individual (2003a, p. 137). En otras investigaciones Rubtsov ultima que la cooperación en la actividad colectiva constituye para el alumno una función toda especial, estrechamente ligada a la resolución de un problema, una vez que, con la coordinación de la actividad común, ella se torna para el alumno parte integrante del proceso de resolución de problema (2003b, p. 195).

Polivanova plantea que cuando las experimentaciones se desarrollan en condiciones de cooperación, se confiere una importancia especial a los aspectos subjetivos de la productividad del pensamiento, lo que se manifiesta en una actividad cognoscitiva productiva, a través de un nivel elevado de la actividad intelectual y ningún efecto intensificado de la reflexión, de la planificación, del control y de la evaluación (2003, p. 151).

Las concepciones de Vigotski sobre el funcionamiento del cerebro humano fundamentan su idea de que las funciones psicológicas superiores son construidas a lo largo de la historia social del hombre. En su relación con el mundo, mediada por los instrumentos y símbolos desarrollados culturalmente, el ser humano crea las formas de la acción que lo distinguen de los otros animales. Siendo así, la comprensión del desarrollo psicológico no puede ser buscada en propiedades naturales del sistema nervioso (De Oliveira, 1992).

Se puede resumir la teoría de Vigotski en cuatro postulados: i) la base del desarrollo mental del hombre es un cambio en su situación social o de su actividad; ii) la forma original de la actividad es su desempeño ampliado por un individuo en el plano externo, social; iii) las nuevas estructuras mentales que se forman en el hombre son derivadas de la interiorización de la forma inicial de su actividad y iv), varios sistemas de signos desempeñan un papel fundamental en el proceso de interiorización (Davydov & Zinchenko, 2003).

Pozo (2002b, p. 208), al criticar la teoría de Vigotski, trabajó en la reformulación de las relaciones entre el aprendizaje y desenvolvimiento mediante su concepto de “zona de desarrollo próximo”, por lo que resulta difícil utilizar este concepto de forma específica en un contexto educativo o experimental. En cuanto la medición del desarrollo específico es fácil la determinación del desarrollo potencial, la que se encuentra sujeta a una determinada circularidad. Si el sujeto utiliza mediadores externamente proporcionados, se puede fijar su nivel potencial, pero si no es así, eso se debe al hecho de que el sujeto carece de potencialidad en ese aspecto o simplemente los mediadores utilizados no son adecuados. Se está nuevamente delante de la falta de especificación didáctica, tan importante en una teoría que condiciona el aprendizaje.

Vigotski no estableció una relación directa entre la psiquis y la actividad práctica del hombre, pero sienta las bases del principio de la unidad de la psiquis y la actividad. Posteriormente los trabajos de Rubinshtéin y Leóntiev superan las críticas a los trabajos de Vigotski. Rubinshtéin (1970) propone analizar la actividad del hombre como objeto de la psicología. Más tarde proclama el principio de la unidad de la psiquis y la actividad, pero tampoco reveló la relación concreta entre la psiquis y la actividad, ni en el plano teórico, ni en el plano experimental.

Talízina (1988, p. 21) plantea que esta deficiencia fue resuelta por Leóntiev, siendo la principal objeción señalada por él, la necesidad de analizar, de manera crítica y objetiva, la teoría histórico cultural de Vigotski, sobre la base de que: no son los conceptos (ni, por consiguiente, los significados, ni los signos, ni los instrumentos), sino la actividad real que une al organismo con la realidad circundante, lo que determina el desarrollo tanto de la conciencia en su conjunto, como de algunas funciones psíquicas.

Leóntiev convierte a la actividad como objeto de la psicología y es precisamente, a través de ella, que el sujeto se relaciona con el mundo. En sus estudios sobre la estructura de la actividad Leóntiev consideró el objetivo y el motivo como elementos principales y estableció que ambos deben coincidir, separando además los conceptos de actividad, acción y operación. En tal sentido, la actividad humana se integra de las acciones que son ejecutadas a través de operaciones. Considerando la actividad psíquica como un caso particular de la actividad humana, en su relación con su mundo externo material (Talízina, 1988, p. 23).

La actividad pedagógica es un conjunto de acciones intencionales, conscientes, dirigidas a alcanzar un fin específico. Esas acciones necesitan estar relacionadas entre sí a través del motivo que las direcciona, o sea, el profesor debe articular el sentido personal en el desarrollo de la responsabilidad de enseñar, como contribución al proceso de humanización de los alumnos históricamente situados (Gomes da Silva, 2006, p. 43).

Basado en los trabajos de Vigotski, Leóntiev y otros, Galperin trazó el camino del desarrollo ulterior del principio de la unidad de la actividad psíquica y práctica, de la actividad interna y externa. Galperin indicó que la actividad externa, material, pasa por

un proceso de transformación hasta llegar a la actividad interna, psíquica, o sea, sufre cambios cualitativos al cual le llamó etapas. Esta teoría se conoce como la formación por etapas de las acciones mentales.

Talízina (1988, p. 30) señala que:

“...Leóntiev no sólo expuso la tesis sobre la psiquis como actividad externa transformada, sino que abordó de lleno su realización en el proceso de la ontogenia. La investigación sistemática de este problema es un mérito de Galperin y sus colaboradores”.

“Los trabajos de Vigotski, Leóntiev, Rubinshtéin, y sus partidarios, condujeron a tres principios fundamentales que constituyen la base de la psicología soviética i) el enfoque del carácter activo del objeto de la psicología; ii) el reconocimiento de la naturaleza social de la actividad psíquica del hombre; iii) el reconocimiento de la unidad de la actividad psíquica y de la actividad externa, práctica”.

El primer principio significa que el objeto de estudio de la psicología es la actividad, la cual está formada por un sistema de acciones y operaciones unidas por el motivo para alcanzar un objetivo. A través de la actividad, el hombre (sujeto) se relaciona con el mundo exterior, donde ese sujeto interviene no como receptor de lo psíquico, sino como ente activo en la transformación de la actividad externa, la cual se incorpora a la condición interna del individuo.

El segundo principio, por su naturaleza social, refiere que la actividad psíquica no se obtiene por herencia biológica, sino por los tipos de actividad elaboradas de generación en generación, de tal forma que primeramente todo tiene lugar en el plano externo, en lo social, para posteriormente incorporarse a lo interno e individual, transcurriendo una herencia de tipo cultural que va conformando y desarrollando la psiquis de cada hombre como algo independiente y a la vez irrepetible.

Leóntiev (1991) plantea que las conquistas del desarrollo histórico humano son consolidadas y transmitidas de una a otra generación, acumulándose así los saberes y experiencias con una base histórico-social que se manifiesta en su carácter filogenético. De ahí, precisamente, la importancia de la actividad humana, muy

diferente a cualquier otro tipo de actividad en el reino animal, sobre todo y en primer lugar, por el sentido que le otorga al hombre la actividad productiva.

El tercer principio, donde se reconoce el vínculo entre la actividad psíquica y lo externo, ha sido expresado con anterioridad al definirse el origen externo de la psiquis, y ésta como parte interna que a la vez se transforma asumiendo características independientes (parámetros) que combinados con cambios cualitativos, constituyen las etapas. Este principio da paso a la teoría de formación por etapas de las acciones mentales de Galperin.

A partir de los principios psicológicos expuestos, se considera que el proceso mediante el cual tiene lugar el estudio como actividad, está sustentado en un sistema de acciones para satisfacer una necesidad cognoscitiva, en la cual el sujeto implicado tiene claro el motivo, o los motivos, que le hacen mantener una dirección decidida hacia el objeto de aprendizaje.

Estos postulados no son los únicos que se toman en consideración por parte de la escuela de la psicología soviética, se presta especial atención, además, para poder explicar objetivamente la manera en que tiene lugar la formación de estructuras mentales, la riqueza cultural acumulada en el complejo proceso de evolución histórica de la humanidad. Ello implica la transmisión de una cultura de generación en generación, lo cual no solamente se refiere a conocimientos de la realidad circundante, sino también a formas estratégicas para interpretar y actuar, modelos dirigidos a conocer, a investigar la realidad y a comprender las formas en que tienen lugar la asimilación y la comprensión teórico-prácticas del mundo en que se vive (Pérez Gómez, 2000).

Luria (2002) en sus investigaciones concluyó que la estructura de la actividad cognitiva no permanece estática a lo largo de las diversas etapas de su desarrollo histórico y que las formas más importantes de proceso cognoscitivo de la percepción, generalización, deducción, raciocinio, imaginación y autoanálisis de la vida interior, varían cuando las condiciones de la vida social del individuo cambian y cuando incluso se perfeccionan y profundizan los conocimientos.

Según la teoría de Ausubel, el aprendizaje será mucho más significativo en la medida en que un nuevo material es incorporado a las estructuras de conocimiento de un alumno, adquiriendo significado para él a partir de la relación lógica que se establece entre el nuevo conocimiento y los conocimientos precedentes. Por otra parte, el aprendizaje dejará de ser significativo, siendo mecánico y repetitivo, en la medida en que el nuevo material sea almacenado por medio de asociaciones arbitrarias en las estructuras cognitivas del sujeto (Coll, et al., 1997, p. 232).

El proceso de enseñanza-aprendizaje ha de dirigirse en función de elevar, paulatinamente, el nivel cultural de los alumnos. Ello es posible mediante el empleo de actividades prácticas auténticas (cotidianas, significativas, relevantes en su cultura), apoyadas en las interacciones de tipo social, de forma similar a lo que acontece mediante el aprendizaje artesanal. En gran medida aquí se plasman ideas esenciales de la teoría sociocultural vigostskiana, en especial la provisión de un andamiaje por parte del profesor (experto) hacia el alumno (novato), que se traduce en una negociación mutua de significados (Erickson, 1984, p 33, citado por Díaz & Hernández, 2005).

3.2 Proceso de asimilación.

El proceso de asimilación tiene como elemento importante la actividad de estudio, la cual es un caso particular de la actividad que hemos venido analizando. Esto significa que cada tipo de actividad del estudio es a su vez un sistema de acciones unidas por un motivo, que en su conjunto, aseguran el logro del objetivo de la actividad de la que forma parte (Talízina, 1988).

Para el logro consecuente de la asimilación del contenido por parte de los alumnos, se considera como importante tener en cuenta el significado de un conjunto de elementos, tales como las acciones, las operaciones, los objetivos, la motivación, las habilidades y los hábitos, principalmente. Es importante advertir, en este sentido, que la acción es la unidad principal de la actividad y que ésta puede ser dividida en específicas y generales.

Las acciones específicas son las que están relacionadas con una determinada asignatura, mientras que las generales mantienen relación con cualquier asignatura. A su vez, las acciones generales pueden dividirse en tres subgrupos: las acciones lógicas, las psicológicas y las generales de la actividad. También se pueden clasificar utilizando los criterios basados en acciones estructurales y funcionales.

3.2.1 La acción, estructura y funciones

La acción que realiza un sujeto, en este caso el alumno, está dirigida a un objeto material o ideal, con el fin de dar cumplimiento a un objetivo previamente determinado por el profesor. La necesidad de realizar la acción está dada por el motivo, por lo que si hay motivo, debe haber también un objetivo. En la actividad planificada desde el punto de vista pedagógico, el motivo y el objetivo deben coincidir, o sea, la actividad debe satisfacer una necesidad cognoscitiva y por consiguiente sus motivos han de ser también cognitivos. De lo anterior se deduce que el aprendizaje para que sea una actividad, o una acción, siempre debe de estar concebido desde un objetivo y un motivo, aspectos esenciales en la estructura a la que se hace referencia (Talízina, 1984).

Toda acción incluye un conjunto de operaciones que cumplen determinado orden y reglas, por lo que el cumplimiento de esas operaciones forman el proceso del cumplimiento de la acción. Otro elemento de la acción, es su base orientadora, lo que se corresponde con la parte informativa de la acción. Talízina plantea que los objetivos representan la parte voluntaria de la acción, mientras que la parte emocional le corresponde al motivo, la base orientadora de la acción (BOA) es lo que relaciona la motivación con la necesidad de acometer la acción. La BOA es necesario distinguirla del sistema de condiciones objetivas para garantizar el cumplimiento exitoso de la acción (1994). Este sistema de condiciones está relacionado con: i) las peculiaridades del objetivo y del objeto de la acción; ii) con el carácter y el orden de las operaciones que entran en la acción y iii), con los rasgos peculiares de los instrumentos utilizados (Galperin, citado por Talízina, 1988 p 58). Las acciones tienen funciones que son divididas en tres partes: la orientadora, la ejecutiva y la de control. En la primera se muestra el método, el objetivo y las peculiaridades del objeto hacia el cual se dirigen las acciones; en la segunda se produce la ejecución de las acciones, sobre la base del

método antes orientado y en el cumplimiento del objetivo dirigido a la transformación del objeto en cuestión, mientras que en la última de las funciones, hace posible tener informaciones acerca de cómo marcha el cumplimiento de las acciones, e introducir las correcciones que resulten necesarias.

3.2.2 Características de la acción

Las características de la acción se pueden dividir en dos grupos, por lo que es posible hablar de características primarias y secundarias, estas últimas derivadas de aquellas. Al primer grupo se asocia la forma, el carácter generalizado, desplegado y asimilado de la acción, mientras que en el segundo grupo se hace referencia al carácter razonable, consciente y abstracto de la acción, lo que en general contribuye a la solidez que es posible alcanzar en el trabajo con las acciones.

La forma de la acción determina como el sujeto se apropia del resultado que de ella deriva en el paso ya analizado de lo externo a lo interno del sujeto conocedor. Esta transformación se lleva a cabo en cuatro formas: la forma material o materializada, la forma perceptiva, la forma verbal externa y la forma interna.

La forma material o materializada es el punto de partida de la acción donde el sujeto recibe el objeto en forma real (material) o en forma de modelos o gráficos (materializada). El alumno tiene a su cargo el descubrir el contenido de la acción con sus respectivas operaciones y con el cumplimiento del objetivo.

La forma perceptiva no produce cambios en los objetos, son acciones teóricas que manifiestan la capacidad de oír y de ver. Ella surge como consecuencia de la transformación de la acción material o materializada, es decir, es una forma que se interpone entre lo material o materializada y lo verbal externo.

La forma verbal externa también es conocida como lenguaje externo y se manifiesta de manera oral o escrita. La transformación del objeto ocurre en voz alta y la acción adquiere un carácter teórico ideal, pero aún inaccesible a la observación exterior, objetiva (Talízina, 1988, p. 61).

La forma mental o lenguaje interno, es producto de la evolución de la actividad práctica del ser humano, donde las acciones se comportan para sí y se representan interiormente con todos sus elementos. Esta fase superior, propia del hombre, es la que permite pensar con rapidez.

El sentido generalizado de la acción se caracteriza por la separación de sus propiedades esenciales y no esenciales. Existen diferentes niveles de generalización de la acción, los que pueden ser altos o bajos y el grado de generalización es determinado por la capacidad del alumno de asimilar la acción dentro de los límites previstos en los objetivos. Talízina (1984, p. 164) plantea que "...el grado de generalización expresa la relación entre las posibilidades objetivas de aplicación del conocimiento y las posibilidades subjetivas del individuo en cuanto a su aplicación".

La nueva acción tiene que ser realizada en forma desplegada, es decir, es necesario que se realicen todas las operaciones que forman parte de ella. De esta manera, las acciones son realizadas con todos los eslabones que la integran de forma consciente.

El carácter asimilado de la acción se corresponde con el paso que transcurre desde la acción llevada a cabo por el alumno, con la ayuda de su profesor, hasta que con el transcurrir del tiempo el alumno va siendo cada vez más independiente, hasta llegar al cumplimiento de la acción por sí sólo. Ello se traduce, además, en aumento de la automatización hasta llegarse a constituir el hábito, con una manifiesta rapidez e independencia en la acción del alumno.

La solidez es una característica secundaria de la acción que no se puede lograr por sí sola, ya que para alcanzar habilidades sólidas se requiere de tres características primarias: i) la forma, un cumplimiento efectivo de la etapa material para alcanzar la etapa mental, lo que se traduce en una acción que será más sólida; ii) el grado de generalización, lo que hace a la acción más sólida y iii), el grado de automatización, cuando la acción es mental y está generalizada, entonces la acción puede ser automatizada.

El carácter consciente de la acción requiere que el alumno explique que está haciendo y por qué lo hace. Esta característica es secundaria y está determinada: i) por la forma verbal externa, el alumno rinde cuenta de sus acciones a través del lenguaje externo y

ii), el grado de despliegue de la acción, porque admite comprender la lógica que le es inherente. Es así como la nueva acción debe pasar por la forma verbal externa, para garantizar su solidez y su carácter consciente.

El carácter abstracto de la acción es el resultado de las características primarias: i) la forma mental y ii), el grado de alta generalización. Es así como las acciones mentales altamente generalizadas son también conocidas como acciones abstractas. Para adquirir el pensamiento abstracto es necesario utilizar una BOA¹ del tercer tipo, porque se accede a un pensamiento mental, abstracto, a partir de un conjunto de fenómenos concretos.

El nivel del conocimiento abstracto puede ser encarado como un proceso, en tanto que implica la manera por la cual el contenido es asimilado, captado bajo un determinado contexto y sobre la base de ese contexto, el conocimiento adquiere determinada forma de interpretación. Por otro lado, el contenido que es descontextualizado e interpretado como propiedades que pueden interrelacionarse de innumerables maneras, no comunes y formales, posee una forma diferente (Ratner, 2002, p. 77).

Otra característica secundaria es el carácter razonable de la acción, lo cual se determina por los parámetros: i) el contenido de la BOA y ii), el carácter generalizado de la acción. En la BOA deben de estar presente las características esenciales del objeto, por lo que cuanto más generalizada sea la acción, más razonable es el sentido de orientación y su cumplimiento.

3.2.3 Base orientadora de la acción.

Como se había mencionado anteriormente, la acción tiene las funciones de orientación, ejecución y de control. Para alcanzar el éxito en la parte ejecutiva de la acción debe garantizarse la parte orientadora de la misma. La efectividad de la BOA depende de: i) grado de generalización clasificada en concreto, lo que refleja casos particulares y generales basados en invariantes; ii) el grado de plenitud de la orientación es especificada como completa o incompleta y iii), el modo de obtención

¹ Los tipos de BOA serán definido en el próximo epígrafe "3.2.3 Base Orientadora de la Acción"

de la BOA por los alumnos se divide en preparada, el alumno recibe todas las acciones prontas y no preparadas o independientes, el alumno debe encontrar las acciones por sí solo (Talízina, 1984, 1988, 1994).

Utilizando los parámetros, grado de generalización, grado de completamiento o plenitud y modo de obtención, pueden obtenerse ocho tipos de BOA, como se define en la tabla 1.

No	Carácter Generalizado	Modo de completar	Modo de obtención
1	Concreta	Incompleta	Independiente
2	Concreta	Completa	Preparada
3	Generalizado	Completa	Independiente
4	Generalizado	Completa	Preparada
5	Generalizado	Incompleta	Preparada
6	Generalizado	Incompleta	Independiente
7	Concreta	Completa	Independiente
8	Concreta	Incompleta	Preparada.

Teóricamente se tienen ocho tipos de BOA, pero experimentalmente fueron encontradas solamente las cuatro primeras. Para una eficaz orientación ésta debe ser completa, por lo que las explicaciones necesarias serán concentradas en la BOA que tenga estas características (Talízina, 1988).

La BOA del primer tipo las orientaciones de la acción están dadas para casos particulares, no son completas y el alumno la obtiene mediante ensayo y error. La eficacia de esta BOA es muy baja, el aprendizaje del alumno es muy lento y con muchos errores.

El segundo tipo de la BOA es diferente de la primera porque las orientaciones de la acción son completas y el alumno obtiene todas las acciones preparadas. Este tipo de BOA también trabaja para un solo tipo de caso, permitiendo un avance rápido sin errores, pero con limitaciones para una transferencia hacia otros casos no analizados.

La BOA del tercer tipo es descrita por ser generalizada, completa e independiente. El alumno recibe todas las orientaciones de la acción de toda una clase de fenómenos, o sea, las orientaciones son recibidas por métodos generales utilizando las invariantes. Esta base de orientación es muy eficiente, el alumno avanza rápido y con pocos errores, permitiendo amplia transferencia para otras situaciones.

El cuarto tipo de BOA se diferencia de la tercera en que el alumno recibe las orientaciones de la acción preparadas. Esta BOA es utilizada en la formación de acciones lógicas como contenido concreto del objeto.

Talízina (1988, p. 100) plantea que en sus investigaciones fueron analizados las primeras cuatros tipos de la BOA, indicando que la más productiva fue la tercera, en el segundo lugar en productividad se situó la cuarta BOA, pero las posibilidades de uso está limitada a las acciones lógicas y en tercer lugar la BOA de segundo tipo. Esta última es utilizada cuando es necesaria una formación rápida de la acción, sin errores y aplicada a condiciones concretas. Las demás BOA solamente tiene interés teórico, quizás la séptima por ser completa, concreta e independiente, puede ser aplicada en trabajos artesanales, donde es necesario la alta productividad de tareas concretas.

Según la opinión del autor, se puede observar que la BOA tipo ocho es la más ineficiente, ya que ella es concreta e incompleta, además de darse preparada, pero también es la más utilizada hoy en la enseñanza por los profesores. A veces los profesores al intentar utilizar la BOA tipo dos, de forma inconsciente caen en la BOA tipo ocho, cuando no dan las orientaciones completas de la acción.

3.2.4 Teoría de la formación por etapas de las acciones mentales.

Talízina plantea que la actividad cognoscitiva del alumno debe pasar por cinco estados cualitativos, desde la transformación de la actividad externa hasta alcanzar la cualidad interna, lo que ella denomina etapas. La caracterización de estas etapas está dada precisamente por las características de la acción y siendo rectora la forma de la acción (1984, 1988, 1994).

Los estados transitorios del objeto consisten en la formación por etapas de las acciones mentales y dichas etapas son: la “formación del esquema de la BOA”, la “formación de la acción en forma material o materializada”, la “formación de la acción como verbal externa”, la “formación de la acción en el lenguaje externo para sí” y la “formación de la acción en el lenguaje interno”. Galperin y Talízina plantean la necesidad de una etapa que anteceda a las cinco etapas mencionadas, que denominan la etapa cero o motivacional.

En la etapa motivacional no entra ningún tipo de acción. Un medio eficaz es la enseñanza problémica a través de situaciones problema que tengan vínculo con la vida práctica y que estén directamente relacionadas con la actividad que se quiere formar y del objeto de estudio. Los problemas deben ser retadores, algo nuevo que no debe transgredir los límites de accesibilidad. Esta etapa es importante porque si no se establece un inicio desde una motivación positiva, quedan entonces comprometidas las otras etapas (Talízina, 1984, 1988, 1994)

Según (Caturla Fita, 2003, p. 77) existen cuatro tipos de motivaciones: i) la motivación relacionada con la tarea o motivación intrínseca, el alumno encuentra refuerzo en el proceso de aprendizaje a medida que avanza en el dominio de algún concepto o técnicas que le permitirán ir profundando y dominando la materia objeto de estudio; ii) la motivación relacionada con el yo o con la autoestima, los procesos de aprendizaje incluyen aspectos efectivos y relacionales, los éxitos y fracasos obtenidos van definiendo el concepto que se tiene de nosotros mismos; iii) la motivación centrada en la valoración social, la satisfacción afectiva produce la aceptación de los otros, el aplauso, la aprobación de personas o de grupos sociales con que el alumno mantiene relaciones de dependencia y iv), la motivación que apunta para la conquista de recompensas externas, premios, dineros y regalos que serán recibidos al cumplimentarse los objetivos de aprendizaje.

Una comparación entre la motivación de los alumnos centrada en el aprendizaje, pero con fines egocéntricos, basado en la teoría de la atribución de Weiner (Caturla Fita, 2003, p. 82), se ha tomado como criterio de interés a tener en cuenta, por el valor que pueda tener para la experiencia de los docentes (ver tabla 2).

La teoría de la atribución aborda los diferentes modos de explicar el comportamiento social, sus factores causales y así como aquellas consideraciones que tienen su base en el censo común (Gómez Chacón, 2003, p. 39).

En investigaciones realizadas por Tapia & Montero (2004) sobre la motivación, se evidenció que los alumnos enfrentan sus trabajos con más intereses y esfuerzos debido a tres factores: i) el significado que tiene para ellos aprender lo que es propuesto y los tipos de metas y objetivos cuya obtención consideran más importante; ii) las posibilidades de superar las dificultades que implica alcanzar los aprendizajes

propuestos por el profesor y iii), el costo de tiempo y de esfuerzo de los alumnos, con respecto al aprendizaje significativo y representativo. Otras investigaciones (Marchesi, 2007) atribuyen que la falta de motivación en el aprendizaje está dado por: i) la incomprensión de las tareas; ii) por la falta de intereses y iii), por la falta de autonomía o de sentimiento de incompetencia.

Tabla 2. Elementos comparativos sobre motivación

Aspecto o ámbito de la aproximación de la tarea.	Sujeto cuya motivación está centrada en el aprendizaje.	Sujeto cuya motivación está centrada en sí mismo.
Pregunta inicial	¿Cómo puedo hacerlo?	¿Puedo hacerlo?
Foco de la atención	Proceso de la realización	Resultado de la tarea
Concepción de los posibles errores	Algo natural que puede ser ocasionado para aprender	Fracaso, algo siempre negativo
Incertidumbre de los resultados	Desafío, amenazas, estímulo	Amenaza, peligro sistemático
Tareas preferidas	Aquellas en que más se aprende	Aquellas que más brilla
Información buscada	Conocer qué saben o qué ignoran para mejorar	Elogios sobre sus éxitos
Tipos de normas de medición para su evaluación	Personas, flexibles a largo plazo	Normativas rígidas, evaluación inmediata.
Fundamentos de su expectativas	El esfuerzo que está dispuesto a realizar	Percepción de su competencia actual
Percepción del profesor	Ayuda, orientador, servicio de asesoramiento	Juez, sancionador con poder
Porque las metas son refuerzo	Por la experiencia intrínseca del aumento del propio saber	Por el reconocimiento esperado de los demás.

Según Piletti (2008), algunos de los principios generales sobre motivación que debe el profesor considerar en sus clases son: i) atraer la atención del alumno para lo que se está estudiando; ii) posibilitar a cada alumno alcanzar los objetivos propuestos; iii) crear las condiciones para que los alumnos evalúen constantemente si están consiguiendo alcanzar los objetivos y iv), posibilitar discusiones y debates que contribuyan a despertar el interés de los alumnos por aprender.

Ausubel et al., (1999, p. 374), sugiere tener en cuenta los siguientes aspectos para elevar los niveles de motivación en el aula: i) la motivación es tanto un efecto como una causa del aprendizaje, ii) el objetivo de una tarea debe quedar tan explícito como sea posible; iii) recurrir a todos los intereses y motivaciones existente, sin ningún tipo de limitación; iv) elevar al máximo el impulso cognoscitivo despertando la curiosidad intelectual, emplee para ello materiales que atraigan la atención y adecue sus lecciones de manera que se asegure el éxito del aprendizaje; v) asigne tareas que sean apropiadas al nivel de capacidad de cada alumno; vi) ayude a los alumnos a que

se impongan metas realistas y a que evalúen sus resultados, sometiendo a prueba sus límites, capacidades en términos de retroalimentación; v) ténga en cuenta los cambios de patrones de motivación debidos al desarrollo y a las diferencias individuales y vi), haga un uso prudente de las motivaciones extrínsecas y adversas, evitando niveles exageradamente altos en cada una de ellas.

En la primera etapa de elaboración de la BOA el profesor debe formar el sistema de acciones con sus respectivas operaciones. El alumno conoce el objeto de estudio y la parte funcional de la acción, su orientación, ejecución y control. El profesor orientará al alumno la acción y cómo debe actuar de acuerdo con el tipo de BOA seleccionado. Es importante esclarecer que comprender cómo actuar no significa que el alumno alcanzó el objetivo planteado, por lo que tiene que realizar la acción y trabajar para alcanzar el logro pertinente.

En esta etapa el profesor ofrece la información necesaria, tanto de los conocimientos propios de la asignatura, como de la actividad que se acomete. En la segunda etapa, la formación de la acción en forma material o materializada, el profesor debe ser el moderador que dirija la acción del alumno, quien realiza la acción con sus respectivas operaciones, es decir, con la utilización de los portadores externos materiales (carácter desplegado de la acción). El profesor debe controlar todas las operaciones que forman parte de la acción, desde la orientación, hasta la ejecución y el control.

En esta etapa se garantiza el carácter generalizado de la acción, donde el alumno realiza las tareas que incluyen problemas típicos o patrones de baja complejidad, que sean representativos de la aplicación de la acción.

Es importante destacar, en este sentido, que la ejecución de la acción por parte del alumno debe ser compartida con el profesor, no debiéndose trabajar con muchas tareas de un mismo tipo, a fin de evitar la automatización innecesaria, y con ello, la reducción del propio sentido que lleva consigo la acción (carácter asimilado de la acción).

Talízina (1984, p. 207) establece la precisión siguiente: "...a los alumnos hay que garantizarle el sistema de tareas, el esquema de estudio, en el cual está presente el modelo de la actividad, la síntesis de aquellos conocimientos que deben asimilar y

también los medios de control. Estos son los componentes principales que debe asegurar el profesor en esta etapa”.

En la tercera etapa, relacionada con la formación de la acción verbal externa, las acciones se realizan sin el apoyo de las acciones externas materiales y la expresión oral juega un rol importante. El papel del control puede ser a través del alumno y/o del profesor, una vez que el primero utilice el lenguaje oral para llevar a cabo las explicaciones que se demandan de la clase. Es así como el alumno debe ir ganando cada vez más en su autocontrol, transitando del control externo hasta el interno.

La acción y sus operaciones todavía deben de hacerse desplegadas, pero en la forma verbal (carácter desplegado de la acción). La generalización alcanza nuevas dimensiones y posibilidades y, en la medida en que el nivel de la misma aumenta, se pueden introducir problemas heurísticos que paulatinamente vayan alcanzando mayores índices de complejidad, mediante el empleo de situaciones problema.

El carácter generalizado de la acción, en la forma materializada, es diferente que el de la forma verbal, en tanto que en el primer caso las propiedades del objeto son esenciales para la acción, son separadas como resultado de la generalización, se utilizan sólo existiendo estos objetos, en ligazón indestructibles con ellos. Todas las formas posteriores de la acción, como las articulatorias, crean las condiciones para separar las propiedades esenciales de los objetos exteriores, para convertirlos en una especie de objetos, al parecer independientes (Galperin citado por Talízina, 1988, p 83).

En relación con lo expresado, queda claro que el alumno debe ir asimilando la acción, pero sin que ésta se automatice de inmediato. Se necesita, todavía, de alguna colaboración al final de esta etapa de la actividad garantizándose, sin embargo, un paso sistemático hasta alcanzar la mayor independencia posible en el alumnado.

En la cuarta etapa, la formación del lenguaje externo para sí, el educando realiza la acción por cuenta propia, en silencio, de manera que las operaciones son ejecutadas con conciencia. Al inicio las características de la acción generalizada, desplegada y de conciencia, no son diferentes de la etapa anterior, pero al alcanzar la forma mental de la acción, comienza rápidamente a tener lugar un proceso de aprendizaje basado en la reducción y la automatización.

En la quinta etapa, la formación de la acción, debe ser máxima la generalización y la síntesis en la ejecución, con una independencia lo más significativa posible. En el lenguaje interno pueden darse dos casos: i) que algunos alumnos puedan guardar internamente todo el recurso dado en forma de esquema, actuando como si estuvieran aprovechando la imagen ilustrativa y ii), que otros sigan el orden lógico, pero esto depende de las diferencias en la esfera del pensamiento (Talízina, 1984, p. 209).

Se puede concluir que la nueva acción se transforma de material a mental, de no generalizada a generalizada, en un proceso de síntesis en forma detallada o abreviada, con un incremento gradual de la independencia de los alumnos y un sentido consciente de la teoría y la práctica en la dirección de la automatización (Talízina, 1984, p. 210).

3.2.5 Formación de los métodos de la actividad cognoscitiva

El conjunto de acciones que llevan a la solución de tareas docentes por parte de los alumnos, se les denomina método de la actividad cognoscitiva. Para su modelación, es necesario separar las acciones que la componen, las relaciones entre ellas, a fin de elaborar sobre esta base, una prescripción general que asegure la aplicación del procedimiento dado a la solución de tareas de la clase correspondiente (Talízina, 1988, p. 204).

Talízina (1988, pp. 210 - 211) caracteriza a los métodos de la actividad cognoscitiva según funciones, contenido y vías de formación. Según las funciones se pueden resaltar dos tipos de procedimientos generales en cuanto a los métodos de la actividad cognoscitiva: i) los que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares que son objeto de estudio y ii), los que permiten restablecer un sin número de fenómenos particulares con respecto a un aspecto dado. Por otra parte, los métodos de la actividad se pueden dividir por su contenido en métodos lógicos y específicos.

En cuanto a las vías de formación, se pueden establecer dos de ellas: i) la que al comienzo forma acciones aisladas y posteriormente las unen y ii), las que desde un inicio el procedimiento se forma como un todo. El primer caso es utilizado cuando en el

procedimiento las acciones que se forman son nuevas o muy complicadas - ejemplos de procedimientos de demostración - y en el segundo caso, cuando los procedimientos de las acciones principales son conocidos o son relativamente simples. Basado en la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales, la formación de los métodos generales de la actividad cognoscitiva debe llevarse a vías de hecho según BOA de tercer o cuarto tipo.

3.3 Dirección del proceso de estudio.

El profesor debe de estar inmerso en el mundo cultural, social y político en que vive. Se necesita pues, concebir a los alumnos como ciudadanos que han de desenvolverse ante condiciones determinadas, en un contexto particular que requiere de conocimientos y que impone exigencias, necesidades y responsabilidades. Todo ello va mucho más allá, desde luego, de las exigencias propias de una clase de determinada asignatura, puesto que no se trata únicamente de instruir, de aportar conocimientos, sino también, y en conformidad con la instrucción, de educar sentimientos, pensamientos, valores y normas apropiadas de comportamiento. En otras palabras, se trata de asumir una didáctica que contemple aspectos sociológicos, psicológicos y pedagógicos, buscando relacionar la Matemática con la sociedad en que se vive (Pérez Gómez, 2000, p. 260).

La interacción entre alumnos y profesores fomenta las diferentes actividades que debe realizar el docente en sus clases. Según Pozo (2002a, p. 92), estas son: i) el profesor como proveedor, proporciona a los alumnos informaciones, hechos y datos, pero también da instrucciones o administra premios y castigos; ii) el profesor modelo, ilustra modos de comportamiento a través de su propio comportamiento, actitudes o habilidades; iii) el profesor entrenador, fija los detalles que los alumnos deben realizar, cuándo, cómo y cuánto; iv) el profesor tutor, deja al alumno que asuma parte de la responsabilidad de aprendizaje, pero después que haya fijado las metas y medios para alcanzarlo y iv), el profesor asesor, quien deja que los alumnos fijen sus propios objetivos concretos y planifiquen sus propios aprendizajes, a partir de un nuevo marco general previamente establecido.

El rol del profesor (Fávero, 2005) en un primer lugar es ofrecer a los alumnos las condiciones propicias para aprender, las ocasiones para ejercer los esquemas existentes, o sea, la manera de actuar y controlar mejor las operaciones, la posibilidad de automatizar cierta parte de lo aprendido; en segundo lugar, el papel del profesor es el de desarrollar esquemas nuevos, esto es, las conceptualizaciones, las nuevas reglas de acción, los objetivos y las tareas todavía no habituales.

Un papel esencial del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje es cómo seleccionar los contenidos y el sistema de habilidades, en correspondencia con los objetivos por los que ha de trabajar en sus clases. Esto es algo que el docente debe concebir con toda claridad y que debe saber explicar y orientar. En términos generales, las funciones de todo profesor se encaminan a: establecer una fuente de información a los alumnos y a dirigir el proceso de asimilación de los contenidos de los programas con los que trabaja.

La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje es un caso particular de la teoría general de la dirección. El objeto de la dirección de la enseñanza y la educación está centrado en la actividad cognoscitiva y en la formación y desarrollo de la personalidad de los alumnos. El profesor no está solamente responsabilizado por la actividad cognoscitiva, sino también con aquellas características de la personalidad, como son la moral y la ética, o dicho de otra manera, su responsabilidad esencial está, precisamente, en la educación de sus alumnos.

Existen dos tipos de dirección, la aislada y la cíclica: La primera dirección no toma en consideración las informaciones sobre el proceso y el retorno, mientras que la segunda, la cíclica, sí considera los elementos mencionados. La dirección cíclica se establece sobre la base de dos principios, el de la caja negra y el de la caja blanca o transparente.

En el principio de la caja negra los elementos e informaciones sobre el proceso y el retorno son analizados sobre el producto final (ejemplo el conductismo). En cuanto al principio de la caja blanca, todos los elementos mencionados son analizados durante la totalidad del proceso de transformación hasta llegar al producto final.

En la enseñanza y la educación debe aplicarse la dirección cíclica y deben seguirse los siguientes pasos: i) el objetivo de dirección o de enseñanza, ii) el estado de partida de la actividad psíquica de los alumnos, iii) los principales estados del proceso de asimilación, iv) el enlace de retorno en la enseñanza y v), la corrección del proceso de estudio.

3.3.1 Los objetivos de la enseñanza

La primera característica del objetivo de la enseñanza es mantener al objeto estable dentro de los límites previstos, mientras que la segunda característica se dirige a permitir los cambios del objeto de un estado a otro estado planificado, lo que justamente sucede en la enseñanza. Ello significa que los objetivos de la enseñanza deben de estar formulados para cambiar, para transitar el objeto y para llevarlo hasta un estado previamente establecido.

3.3.2 Estado de partida de la actividad psíquica de los alumnos

Antes de la transformación del objeto, de acuerdo con nuestro objetivo, se debe saber cual es el nivel de partida en la actividad que se pretende desarrollar. El análisis del estado de partida de la actividad psíquica de los alumnos es realizada en dos niveles: i) el establecimiento de la correspondencia del desarrollo psíquico del alumno con los objetivos planteados en la etapa dada de la enseñanza, o en el estudio de la asignatura dada y ii), el establecimiento de la existencia de los conocimientos concretos y de las acciones cognoscitivas necesarias para la formación del tipo dado de la actividad cognoscitiva (Talízina, 1988, p. 49).

Con posterioridad al diagnóstico inicial, se hace posible determinar el verdadero punto de partida para emprender la labor instructiva y educativa del trabajo docente y precisar aquellos eslabones necesarios para llegar a trabajar con el sistema de conocimientos, habilidades y hábitos indicados por el programa, particularmente por sus objetivos.

3.3.3 Los principales estados del proceso de asimilación

Es conocido de los análisis anteriores, que el nivel de partida o estado inicial de la actividad cognoscitiva de los alumnos en el proceso de estudio, debe garantizarse a través de las diferentes etapas cualitativas de la formación de la actividad psíquica prevista en los objetivos. El tipo de dirección que permite la transición de la actividad cognoscitiva por las diferentes etapas cualitativas, es la dirección cíclica, con el principio de la caja blanca o transparente.

Se sabe que la actividad desde su transición de lo material a lo psíquico, pasa por cinco etapas cualitativas, por lo que resulta de interés indagar sobre ¿qué formas organizativas de la docencia se debe trabajar, a fin de garantizar los estados del proceso de asimilación en los alumnos? En este sentido pueden ser utilizadas las formas organizativas conferencias, clases prácticas, prácticas de laboratorios y seminarios, prestándose especial interés a situar en un primer plano el trabajo independiente de los alumnos (Talízina, 1984).

En una primera etapa, la motivación se puede iniciar desde la conferencia, sobre la base de situaciones problema, todo ello sustentado en el tratamiento de los aprendizajes basados en la heurística.

Mediante la conferencia el profesor debe explicar la BOA, dando inicio al tratamiento de los problemas y a la forma de emprender el trabajo en términos de métodos de resolución, sobre la base del tipo de BOA seleccionada.

En la siguiente etapa de la formación de la acción material o materializada, las formas organizativas más provechosas son las clases prácticas y las prácticas de laboratorio, siempre sobre la base de la resolución de problemas. En este sentido, los alumnos ejecutan las acciones con sus respectivas operaciones y con el apoyo que les resulte necesario, de lo cual ha de tomar partido el profesor, el que a su vez lleva a cabo un minucioso control sistemático.

En la tercera etapa de la formación de la acción verbal externa, el alumno debe expresar la solución de los problemas en forma oral sin apoyo externo, para lo cual resulta más común y provechoso el seminario. En este tipo de clase el docente debe

garantizar la solución de los problemas por parte de los alumnos, los que pueden trabajar en equipos pequeños para trabajar los razonamientos verbales externos y asegurarse mejor el control de las actividades.

En las dos últimas etapas el alumno trabaja esencialmente en la forma mental, por lo que resulta de interés la orientación y el control del trabajo independiente, no debiéndose perder de vista la atención individual de los alumnos. En esta situación, la ejercitación de los alumnos en y fuera de la clase, resulta de especial importancia.

3.3.4 Retroalimentación del proceso de estudio

La retroalimentación intenta ajustar el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que es de interés tanto para el docente como para los alumnos. En este sentido se utilizan como indicadores: i) los objetivos de enseñanza y la teoría psicológica de la enseñanza y ii), la frecuencia de la retroalimentación.

Talízina (1984) plantea que la retroalimentación más productiva es la que da la posibilidad de prever el error en la propia marcha del proceso de enseñanza-aprendizaje. Cuando el alumno comete algún error en alguno de los eslabones que se han explicado y ese error se detecta inmediatamente, existe la posibilidad real de corregirlo para que no persista en el producto final.

3.3.5 Corrección del proceso de estudio

A partir de las informaciones recibidas de la retroalimentación se pueden hacer las correcciones necesarias en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Las correcciones no deben hacerse solamente cuando el proceso ocurre incorrectamente, se pueden hacer también correcciones y precisiones cuando dicho proceso transcurre exitosamente.

El contenido concreto de las influencias reguladoras se determina, primero, por el carácter de las informaciones recibidas mediante la retroalimentación y, segundo, por la lógica interna del proceso de estudio (Talízina, 1988, p. 55).

4 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICA UTILIZANDO SISTEMAS DE COMPUTACIÓN ALGEBRAICAS

En los tiempos actuales constituye un gran reto preparar a los alumnos para resolver problemas vinculados a situaciones reales de la vida. Pozo (1998) plantea que una situación puede ser concebida como un problema en la medida en que exista un reconocimiento de ella como tal y en la medida que no se disponga de procedimientos automáticos que permitan solucionarlo de forma más o menos inmediata, sin exigir, de alguna forma, un proceso de reflexión o una toma de decisión sobre la secuencias de pasos a ser seguidos. Lucchesi (1990) define el problema como una situación donde ocurre un desequilibrio, o sea, aquello que exige una solución no inmediata para la cual se dispone de medios intelectuales para su resolución.

Según Marinček, se define el problema como toda situación en la que los alumnos necesitan poner en juego todo lo que saben y en lo que ha de alcanzarse con su solución un conocimiento nuevo, y por consiguiente previamente desconocido. Es ese movimiento de búsqueda de soluciones, se establecen nuevas relaciones y se construyen conocimientos que modifican a los anteriores (2001, p. 15).

Para Pozo (1998, p. 17) la solución del problema exige el uso de estrategias, la toma de decisiones sobre el proceso de resolución que debe ser seguido. Si un problema repetidamente es resuelto, acaba por tornarse un ejercicio, la solución de un nuevo problema requiere la utilización de estrategias, técnicas o habilidades previamente ejercitadas.

El hombre, en la medida que avanza en edad, pasa a tener un dominio cognitivo que le permite crear estrategias eficientes para la resolución de problemas complejos, cuyos conceptos envueltos mantienen una relación de orden en un nivel más alto de generalización y abstracción. De esta manera, el desarrollo cognitivo está muy relacionado con el contexto cultural en que se vive, por lo que dicho contexto puede ejercer influencias positivas o negativas en el desarrollo cultural de individuo (Coria Sabini, 2007, p. 114).

Actualmente se asumen dos tendencias fundamentales en la clasificación de los problemas, en correspondencia con su composición y con sus dimensiones subjetivas,

en relación con el pensamiento de las personas que se enfrentan a su solución (Sánchez & Fernández, 2006, pág. 139). A continuación Sánchez y Fernández (2006, págs. 139 - 141) comentan diferentes clasificaciones de problemas de diversos autores.

En cuanto a la dimensión subjetiva Mayer ofrece una definición general de pensamiento, incluyendo tres ideas básicas: i) el pensamiento es cognoscitivo, pero se infiere de la conducta; ii) el pensamiento es un proceso que implica alguna manipulación o establece un conjunto de operaciones sobre el conocimiento en el sistema cognoscitivo y iii), el pensamiento es dirigido y tiene como resultado la resolución de problemas o al menos el intento de dicha solución (citado por Sánchez y Fernández, 2006).

Polya sugiere dos tipos de categorías, en la primera se pide que alguna cosa sea encontrada, o sea, se dan algunas condiciones o algunos datos y la idea del problema es determinar el valor de la incógnita, y la segunda, está relacionada con problemas en los que algo debe ser probado (citado por Sánchez y Fernández, 2006).

Fredericksen sugiere tres categorías en la clasificación de los problemas. La primera categoría incluye a los problemas que pueden ser resueltos con la aplicación de algún algoritmo conocido y existen criterios para verificar si la solución es correcta; la segunda categoría incluye a los problemas estructurados que requieren de un pensamiento productivo, con la condición de que quien lo resuelve tiene que proyectar todo el proceso de solución o parte de él y por último, la categoría de los problemas mal estructurados, los cuales carecen de una clara formulación, sin que existan criterios definidos para determinar cuándo se resuelven, es decir, se hace alusión a aquellos problemas que requieren de reformular su enunciado y desarrollar una serie de estrategias para su solución (citado por Sánchez y Fernández, 2006).

Rietman analiza cuatro categorías de problemas, relacionando la especificación del grado del estado inicial y final en la composición del mismo: la primera categoría se corresponde con los problemas en los que el estado inicial se encuentra bien definido y el estado final también bien definido; segunda categoría es la del problema donde el estado inicial se encuentra bien definido, pero el estado final mal definido; la tercera categoría es la del estado inicial mal definido y estado final bien definido y la cuarta

categoría, es aquella donde el problema presenta su estado inicial y final mal definidos (citado por Sánchez y Fernández, 2006).

Greeno sugiere una tipología tripartita del problema, donde el primero es aquel problema de estructura inductora de manera tal que quien resuelve el problema debe descubrir la norma o modelo implícito; el segundo es lo relacionado con los problemas de transformación, se da un estado inicial y quien resuelve el problema debe hallar una secuencia de operaciones que produzcan el estado final y el tercero, se corresponde con los problemas de ordenamiento, donde se ofrecen todos los elementos y quien resuelve el problema debe ordenarlo de tal forma que lo resuelva (citado por Sánchez y Fernández, 2006).

Para Ausubel, Novak y Hanesian (1999, p. 486), la resolución de problema se refiere a cualquier actividad en la que tanto la representación cognoscitiva de la experiencia previa, como los componentes de una situación problemática presente, son reorganizados para alcanzar un objetivo predeterminado. Tal actividad puede consistir en más o menos variaciones de ensayo y error de las opciones existentes o en un intento deliberado por formular un principio o descubrir un sistema de relaciones que fundamenten la solución del problema.

Por el enfoque (Ausubel et al., 1999, p. 487) pueden distinguirse dos tipos principales de resolución de problemas: i) el enfoque de ensayo y error, el cual consiste en la variación, aproximación y corrección aleatorias o sistemáticas respuestas hasta que surge la variante acertada y ii), el enfoque por discernimiento, el cual supone una “disposición” hacia el descubrimiento de una relación significativa de medios–fines que fundamentan la resolución de problemas.

En la resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, Lucchesi (1990, p. 82) comenta que no se aprende esa asignatura para resolver problemas y, si, se aprende la Matemática resolviendo problemas; enfrente de esta perspectiva, cualquier situación que se sitúe a favor del aprendizaje de la Matemática, debe de estar concebida sobre la base de situaciones problema que generan motivaciones y conocimientos.

El currículo matemático debe ser organizado alrededor de la resolución de problemas, incluyendo una amplia gama de estrategias. El profesor debe crear ambientes en las clases donde la resolución de problema puedan prosperar y las asignaturas curriculares deben adecuarse a esta forma de enseñanza (Onuchic, 1999, p. 205).

Dante (1998) define un problema matemático como cualquier situación que exija del pensamiento matemático y de los conocimientos matemáticos para su solución. Él clasifica los problemas en seis tipos: ejercicios de reconocimientos, ejercicios de algoritmos, problemas patrones o típicos, problemas heurísticos, situaciones problema y problemas rompecabezas.

Los ejercicios de reconocimiento tiene el objetivo de aplicar definiciones, conceptos y propiedades. En los ejercicios de algoritmo, como dice su propio nombre, la solución sigue una prescripción lógica para crear ciertas habilidades. Los problemas patrones son caracterizados por incluir la aplicación directa de uno o más algoritmos, son considerados problema modelo o representativos de una clase dada. En los problemas heurísticos la solución no se encuentra directamente en el enunciado, necesitan ser traducidos a un modelo matemático para posteriormente ser resuelto. Las situaciones problema reflejan la vida real, exigen de la investigación y de levantamientos de datos, son problemas altamente motivadores. Por último, los problemas rompecabezas están relacionados con la llamada matemática recreativa, donde el alumno utiliza artimañas y trucos para su solución.

Tales diferencias entre los tipos de problemas pueden traer consigo divergencias en cuanto a los procedimientos de resolución, aunque es necesario advertir que existen procedimientos y habilidades que son comunes a todo tipo de problemas. Es evidente que para resolver cualquier problema se tiene que prestar atención, recodar y relacionar entre sí ciertos elementos y que en la mayoría de los casos, las habilidades que se emplean tienen que estar en un determinado orden para poder alcanzar la meta con la que se asocia el problema en cuestión (Pozo, 1998, p. 22).

Dante (1998, p. 18) plantea que los problemas heurísticos agudizan la curiosidad del alumno y permiten que ellos desarrollen su creatividad, su iniciativa y su espíritu explorador. También inician al alumno en el desarrollo de estrategias y procedimientos para resolver situaciones problema.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos matemáticos adquiere un especial significado cuando comienza con el planteamiento de problemas por parte del docente, de manera tal que se haga necesaria la aplicación de técnicas para trabajar en la búsqueda de soluciones. El aprendizaje de este modo puede ser visto mediante el empleo de un problema del mundo real que sirva como ejemplo del concepto o de la técnica operatoria en términos reales y concretos, para pasar a un nivel de abstracción mediante representaciones simbólicas que por consiguiente exijan el trabajo con símbolos (Onuchic & Gomes Allevato, 2004, p. 222).

Las situaciones problema surten su efecto a lo largo de todo el trabajo con los alumnos, quienes se encuentran constantemente en desafío al observar y analizar aspectos considerados importantes desde el punto de vista profesional. Existen muchas maneras de presentar los problemas ante los alumnos, ya sea por intervención oral, cuestionamiento o justificación de un problema que está aconteciendo, un replanteamiento de un problema determinado o a partir de una situación gráfica que cumpla con tales expectativas (Macedo, Sícoli Petty, & Criste Passos, 2000, p. 21).

Por causa de la variedad de oportunidades que pueden servir para provocar situaciones problema, es necesario que el profesor tenga un conocimiento bien acabado de la Matemática que imparte y de las distintas posibilidades para su aplicación, ya sea en el área de las ciencias, la economía, a nivel social, o en la esfera de la solución de problemas de tipo gubernamental (D'Augustine, 1970).

La eficiencia en la solución de un problema no depende de la disposición de estrategias o habilidades generales transferibles, válida para cualquier caso y si de los conocimientos específicos útiles para solucionar ese problema. Esto quiere decir que la mayor eficiencia en la solución de problemas no sería debido a una mayor capacidad cognoscitiva general y si a determinado conocimientos específicos (Pozo, 1998).

Los principios para la resolución de problemas matemáticos, según Polya (1975), deben tener en cuenta el transcurrir por las siguientes etapas: i) comprensión del problema, ii) establecimiento de un plan, iii) ejecución de un plan y iv), mirar hacia atrás. En cada una de estas etapas existe un conjunto de preguntas e indagaciones

para llevar al alumno por la dirección deseada. A continuación se muestra, en detalles, los aspectos esenciales a tener en cuenta en cada una de esas etapas.

I Comprensión del problema

Es necesario comprender el problema y no perder de vista:

- ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condicional?
- ¿Es posible satisfacer la condicionante? ¿La condicionante es suficiente o insuficiente para determinar la incógnita?
- Hacer una figura. Adoptar una notación adecuada
- Separar las diversas partes de la condicionante. ¿Es posible anotarlas?

II Establecimiento de un plan

Encuentre la conexión entre los datos y la incógnita. Es posible que sea obligado a considerar problemas auxiliares que no pueden encontrar una conexión inmediata. Es preciso llegar al final a un plano para la solución.

- ¿Ya se conoce el problema desde antes o es un problema conocido con una forma ligeramente diferente?
 - ¿Conoce un problema semejante? ¿Conoce un problema que le pudiera ser útil?
 - Considere la incógnita y procure pensar en un problema conocido que tenga la misma incógnita u otra semejante.
 - ¿Existe un problema semejante y ya se encuentra solucionado? ¿Es posible utilizarlo? ¿Es posible utilizar su resultado? ¿Es posible utilizar su método? ¿Se debe introducir algún elemento auxiliar para tornar posible su utilización?
 - ¿Es posible reformular el problema? ¿Es posible reformularlo todavía de otra manera?
- Regrese a las definiciones.

• Si no puede resolver el problema propuesto, busque antes resolverlo algún problema semejante. ¿Es posible imaginar un problema semejante más accesible? ¿Un problema más genérico? ¿Un problema más específico? ¿Un problema análogo? ¿Es posible resolver una parte del problema? ¿Mantenga apenas una parte de la condicionante, deje la otra a un lado, y vea hasta que punto queda así determinada la incógnita? ¿Cómo puede ella variar? ¿Es posible obtener de los datos algunas cosas de utilidad? ¿Es posible pensar en otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Es posible variar la incógnita, o los datos, o todos ellos si es necesario, de tal manera que queden más próximos entre sí?

- ¿Utilizó todos los datos? ¿Utilizó todas las condicionantes? ¿Tuvo en cuenta todas las nociones esenciales implicadas en el problema?

III Ejecución de un plan

Ejecute su plan.

- Al ejecutar su plan de resolución verifique cada paso. ¿Es posible verificar claramente que el paso está correcto? ¿Es posible demostrar que está correcto?

IV Mirar hacia atrás

Examine la solución obtenida

- ¿Es posible verificar el resultado? ¿Es posible verificar el argumento?
- ¿Es posible llegar al resultado por un camino diferente? ¿Es posible percibir esto en un relance?
- ¿Es posible utilizar el resultado o el método empleado para alcanzarlo en algún otro problema?

La adquisición y el desarrollo de conocimientos matemáticos no pueden estar separados de las acciones concretas de los objetos, de la intuición y de la aproximación inductiva ligada a las tareas, problemas y contextos particulares, ni

tampoco de los instrumentos y de las tecnologías de representación culturalmente elaboradas como apoyo de la actividad de la Matemática. Se requiere no perder de vista que está sucediendo que los alumnos aplican los procedimientos matemáticos, pero no saben por qué funcionan; dominan las habilidades de cálculo necesarias para resolver problemas patrones, sin embargo carecen de la comprensión para aplicar sus conocimientos a nuevas situaciones y no logran entender los significados del trabajo que realizan en las clases (Onrumbia, Rochera, & Barbera, 2004, pp. 328-329).

Estas consideraciones continúan con algunos criterios generales para la impartición de la asignatura Matemática (Onrumbia, Rochera, & Barbera, 2004, p. 334). Tales criterios son: i) contextualizar el aprendizaje de la Matemática en actividades auténticas y significativas para los alumnos; ii) orientar el aprendizaje para la comprensión y resolución de problemas; iii) vincular el lenguaje formal matemático con su significado referencial; iv) activar y utilizar como punto de partida el conocimiento matemático previo, formal e informal de los alumnos; v) avanzar de manera progresiva a nivel cada vez más elevado de abstracción y de generalización; vi) enseñar explícitamente, y de manera informada, estrategias y habilidades de alto nivel; vii) secuenciar adecuadamente los contenidos matemáticos, asegurando la interrelación entre las distintas capacidades envueltas en la adquisición de los conocimientos; viii) apoyar sistemáticamente la enseñanza en la interacción y en la cooperación entre alumnos; ix) ofrecer a los alumnos oportunidades suficientes para “hablar en términos matemáticos” en las clases y x), dar atención a los aspectos afectivos y motivacionales envueltos en el aprendizaje y en el dominio de la asignatura.

En la resolución de problemas, según Polya, no se plantea la formación de la actividad de un determinado contenido con los respectivos elementos que caracterizan la acción, tales como la forma, el carácter generalizado, el carácter desplegado y el carácter asimilado. Tampoco se prepara la transformación de la resolución del problema de lo material a lo ideal.

Es necesario advertir que (Talízina, 1988, p. 202) crítica los trabajos de Polya, al señalar: “...estos trabajos suponen tácticamente que los alumnos son capaces de realizar la actividad indispensable. Se considera al pensamiento como cierta función abstracta ya existente y que la tarea consiste sólo en hacerlo trabajar en la dirección necesaria”

El pensamiento abstracto es producto del carácter abstracto de la acción, es resultado de la transformación de la forma material a la forma mental, con un grado alto grado de generalización y utilizando la BOA del tercer tipo. Las etapas de resolución de problema según Polya, no dan garantía ni calidad en la formación del carácter abstracto de la acción.

4.1 La resolución de problemas en la formación de las acciones mentales

Este epígrafe se desarrolla en conformidad con los puntos de vista y consideraciones de Rubinstein (1970). Refiere este autor que el proceso mental es una estructura que está orientada hacia la solución de una determinada tarea o problema. Este problema asigna una finalidad mental al individuo, la cual está vinculada con las condiciones del planteamiento del mismo. Todo acto mental real del sujeto deriva de algún motivo y el factor inicial del proceso mental es, por regla general, la situación problema. Es así como el hombre comienza a pensar cuando siente la necesidad de comprender algo, y ese pensar comienza por lo general al establecerse el enfrentamiento con un problema. La confusión que propicia la contradicción inherente al mismo, genera el inicio del proceso mental que orienta al individuo hacia la solución del problema de en cuestión.

La solución de todo problema tiene, por regla general, la premisa de los conocimientos teóricos precedentes, cuyo contenido generalizado supera en mucho los límites de la situación intuitiva. El primer paso de razonamiento resulta, en este sentido, el relacionar de un modo inicialmente impreciso, el problema que se plantea en determinado campo del saber. La solución o, simplemente el intento de resolver un problema, hace recurrir a determinadas tesis del conocimiento ya existentes, lo cual implica cierto dominio de métodos o medios auxiliares de la solución.

El empleo de reglas para la solución de un problema implica dos operaciones mentales distintas. La primera, generalmente la más difícil, consiste en determinar a qué regla se debe recurrir para alcanzar dicha solución, mientras que la segunda se refiere a la aplicación de una regla determinada, ya existente, que se ajusta a las condiciones especiales del problema en cuestión.

Tan pronto como aparece un problema algo complicado se toma conciencia del posible medio para alcanzar su solución. Seguidamente surge la posibilidad de indagar sobre si la solución pensada se corresponde o no con lo real, por lo que ante tales condiciones se sientan las bases para el planteamiento de las hipótesis.

El pensamiento se dirige hacia esta finalidad recurriendo a múltiples operaciones del proceso mental que se vinculan entre sí. Tales operaciones, también conocidas como procesos lógicos del pensamiento son: el análisis, la síntesis, la abstracción, la comparación y la generalización. Todas las operaciones de referencia posibilitan alcanzar la mediación, lo que en otros términos significa el descubrimiento de los nexos que se establecen entre las partes de un todo más general.

La teoría de los modelos mentales (Rodrigo & Correa, 2007) asume que el conocimiento episódico siempre incluye un punto de vista (sea el nuestro o de otro) y está sometido en coordenadas, espacios temporales y a un contexto de intercambios comunicativos que siguen sus propias reglas pragmáticas. También las exigencias de las tareas modifican los productos, en el sentido de que los alumnos construyen un modelo de la situación que se ajusta a determinadas exigencias. La moderna teoría de los modelos mentales sugiere que para cambiar las concepciones en la mente de un individuo, es necesario intervenir en el escenario situacional en que ésta se construye.

4.2 Los sistemas de computación algebraicas en la resolución de problemas.

La computadora, con la diversa gama de programas informáticos disponibles, ha modificado de manera sustancial las posibilidades actuales en los distintos niveles de los sistemas educativos. Ha aparecido un soporte tecnológico que establece ambientes virtuales, tutores inteligentes, redes locales e Internet, que posibilitan una muy rápida ganancia en la información científico-técnica, ya sea para profesores como para los propios alumnos (Roque W. , 2000b).

El uso de la computadora en la educación se puede agrupar en dos grandes modalidades: como una máquina de enseñar y como una herramienta de trabajo. En el primer caso es caracterizada por una versión computarizada de la enseñanza tradicional, entre ellos se tienen los tutoriales, ejercicios – práctica, juegos y

simuladores, entre otros, mientras que en el segundo caso la computadora deja de ser un instrumento que enseña para convertirse en una herramienta que puede ser utilizada por el alumno y el profesor (Valente, 1995a, 1995c).

Otras clasificaciones de las tecnologías informáticas de acuerdo con su uso en el proceso educacional se agrupan en cuatro tipos diferentes: i) la enseñanza asistida por computadoras; ii) los sistemas inteligentes asistidos por computadoras; iii) los micromundos informáticos (ejemplo el LOGO) y iv), los ambientes de aprendizaje que integran las computadoras con otros recursos didácticos (Coll & Martí, 2004, pp. 428-429).

En la actualidad la informática está influenciando las didácticas de enseñanza y surge la indagación sobre cuánto la computadora puede liberar al alumno de ejercicios de memorización inexpressiva e incrementar las prácticas creativas de resolución de problema. La idea de que el aprendizaje se puede fundamentar apenas en el registro de informaciones no tiene más espacio en el nuevo cuadro pedagógico. Si el termo de procesar estaba en el pasado, asociado a una connotación negativa de automatismo, hoy se aproxima más del sentido de transformar informaciones en conocimiento (Pais, 2001, p. 10).

Otro elemento a considerar es que existen profesores que piensan que el uso didáctico de la computadora puede ser resuelto con el consolidación de competencia y técnicas, comete un grave error, es una condición necesaria, ella debe ser incluida en los objetivos del proceso de enseñanza-aprendizaje con sus soportes científicos, la computadora junto con sus programas deben ser de fácil manipulación para que no se conviertan en otro problema dentro del proceso (Lollini, 1991).

La computadora adiciona nuevas dimensiones para el alumno al abordar la resolución de problemas, entre las que se cuentan: seleccionar los comandos correctos para poder ejecutar el programa; razonar el nivel de corrección de las ideas que se ponen en práctica; analizar e interpretar la solución de los problemas y si es necesario realizar las correcciones pertinentes. Esto quiere decir, que la computadora puede propiciar un ambiente de aprendizaje basado en la problematización de la educación, en aras de alcanzar en los alumnos aprendizajes conscientes, activos y reflexivos. La razón más noble e irrefutable del uso de la computadora en la educación, es el

desarrollo del raciocinio, ante las situaciones vinculadas a la resolución de problemas (Valente 1995a, 1995b).

Reconocer el valor de la Matemática para la resolución de problemas vinculados a la naturaleza y a la sociedad tecnológica en que vivimos, favorece la decodificación de importantes situaciones acerca de la realidad social, un gran motivo por el cual ella es importante para quien enseña y para quien aprende (Medeiro).

Los sistemas computacionales elaborados para la Matemática pueden ser agrupados en tres categorías: sistemas computacionales numéricos; sistemas computacionales gráficos y sistemas computacionales algebraicos o simbólicos. El primero es caracterizado por los cálculos utilizando técnicas numéricas, el segundo por su potencialidad gráfica y el último se destaca por su trabajo simbólico. El surgimiento de los sistemas de computación algebraicas, integrados a los sistemas gráficos y numéricos, pasó a ocupar un papel importante dentro del escenario de la matemática computacional (Roque W. L., 2000a).

Los sistemas de computación algebraicas (SCA) son programas que se presentan como herramientas de trabajo para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. En la actualidad constituyen un factor importante muy positivo desde el punto de vista metodológico, por lo que los docentes deben de conocer todas sus potencialidades y las estrategias de trabajo que es posible adoptar sobre la base de distintas teorías psicológicas.

Presentamos una experiencia que caracteriza los sistemas de computación algebraicas. Ellos tienen la peculiaridad de ser programas especializados en Matemática, que permiten hacer gran parte de los cálculos que se necesitan, tales como las operaciones algebraicas de simplificar y descomponer en factores, entre otras. Los contenidos del cálculo diferencial e integral, álgebra lineal, ecuaciones diferenciales y cálculo numérico, son trabajados en forma simbólica y / o numérica, que potencializan la labor a desarrollar con respecto a gráficos en un plano y en el espacio, facilitándose así acciones importantes para la programación.

En el mercado internacional se encuentra un listado de SCA propietarios y libres. Entre los propietarios aparecen Derive (Texas Instruments), Matlab (The MathWorks), Maple

(MapleSoft), Mathematica (WolframResearch. Mathematica) y libres se encuentran: Mathomatic (Welcome to The Home of Mathomatic) , Maxima (Maxima, A Computer Algebra System), Octave (Octave), Scilab (Scilab: The open source plataform for numerical computation) y Yacas (Yacas: Computer calculations made easy).

El SCA Derive se caracteriza por su gran potencialidad simbólica y gráfica, con una amplia gama de funciones matemáticas. También posee el trabajo numérico y permite programar las funciones de acuerdo con las necesidades del usuario. Es propio en él, lo simple de su ambiente de trabajo a través de menú y lo poco que exige de la configuración de la computadora.

El Derive está dividido en dos ambientes, el algebraico y el gráfico. En el primer ambiente se trabaja la aritmética, álgebra, funciones, cálculo diferencial e integral, sistema de ecuaciones, entre otras. En el ambiente gráfico, como lo dice su nombre, se puede trabajar en el plano de coordenadas cartesianas, polares, paramétricas y en tres dimensiones o espacios, constituyendo un lenguaje de programación simbólico y numérico, con estructuras de control, ciclo repetitivos y recursividad.

El software conocido como herramienta (ejemplo el Derive) cuanto más complejo es su utilización, puede causar frustración al usuario y al proceso de aprendizaje, además requeriría que los profesores fuesen entrenados lo suficientemente como para conseguir utilizarlo. Por tal motivo estos programas debe ser funcionales, o sea, permiten alcanzar o realizar lo que se desea con simples operaciones para el alumno y el profesor, con un ambiente amigable y visualmente atrayente, además de poseer facilidad operacional (Palloff & Pratt, 2002).

El ambiente de trabajo donde los comandos son realizados a través de menú, hace del SCA Derive un programa muy fácil de trabajar, donde el usuario no necesita recordar comandos con una simbología complicada. También puede ser utilizado un editor de línea para escribir los comandos como son realizados, como tiene lugar en otros SCA.

La resolución de problemas de alto nivel de complejidad en Matemática encuentra sus vías más sencillas de solución mediante las herramientas computacionales. Es necesario que la tecnología, conjuntamente con los programas utilizados, sean de fácil manipulación para el profesor y los alumnos, lo cual se cumple especialmente

mediante el programa Derive, debido a su fácil manejo, aunque en este caso investigativo los alumnos del curso de Licenciatura de Sistemas de Información poseen habilidades suficientes para trabajar con programas de este tipo. Este programa Derive, además de satisfacer las exigencias para la resolución de problemas, posee precios accesibles, razones por las cuales en esta investigación se propone el empleo de dicho programa.

5. CONSTRUCCIÓN DE LA ACTIVIDAD DE SITUACIONES PROBLEMA EN MATEMÁTICA

Las funciones del asesoramiento en la enseñanza estratégica de la Matemática deben desempeñar un rol importante para facilitar el aprendizaje de las programaciones curriculares. Ello implica garantizar el asesoramiento necesario de los proyectos curriculares, facilitando los recursos y metodologías adecuadas en cada caso. Las diferentes asesoramientos referentes al aprendizaje de tales estrategias se relacionan de la siguiente manera: i) con la escuela, la organización de la enseñanza estratégica y con los materiales disponibles; ii) con los profesores y el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje y iii) con los alumnos y el tipo de gestión que acometen en el aprendizaje (Monere, Pozo, & Castelló, 2004).

Los métodos para la enseñanza de estrategias de aprendizaje son: i) métodos para presentar o explicar las estrategias; ii) métodos basados en el modelo de pensamiento; iii) análisis de pensamiento; iv) método para favorecer la práctica guiada; v) hojas de pensamientos – pautas; vi) discusión sobre el proceso del pensamiento; vii) enseñanza cooperativa; viii) método para estimular la práctica independiente y ix), tutorías entre iguales (Monere et al., 2004).

La actividad de situaciones problema en Matemática servirá de estrategia de aprendizaje para la resolución de problemas. En su construcción primeramente es definido el concepto de situaciones problema en Matemática y posteriormente se puntualiza el concepto de actividad, siguiendo las siguientes etapas según Talízina (1988) que son: i) definir los elementos que componen la actividad; ii) definir el objetivo de enseñanza; iii) seleccionar la BOA; iv) presentación de la actividad con todos sus elementos; v) elección de las tareas para la aplicación de la actividad; vi) elección de

las tareas de control; vii) nivel de partida inicial en la actividad cognoscitiva de los alumnos; viii) modelo de la actividad y sistema de tareas; ix) retroalimentación y x), corrección.

5.1 La actividad en situaciones problema en Matemática

La actividad de situaciones problema (ASP) en Matemática está formada por un sistema de cuatro acciones donde participan alumnos motivados por resolver situaciones de este tipo mediante sistemas de operaciones de las acciones, utilizando programas del tipo sistema de computación algebraica. La motivación y el objetivo deben coincidir para ser una actividad cognoscitiva.

El sistema de cuatro acciones para la resolución de situaciones problema es la unidad principal de la actividad de situaciones problema. Los alumnos constituyen los sujetos y el objeto de enseñanza se corresponde con los problemas matemáticos. El objetivo de enseñanza es mejorar el aprendizaje mediante la resolución de problemas y el estado del objeto (proceso), debe pasar por una transformación desde lo material hasta lo psíquico.

A partir de los principios de resolución de problemas en Matemática, según Polya, se creó un sistema de cuatro acciones que forman parte del sistema de acciones de la ASP de la asignatura. A continuación se muestra el sistema de acciones con sus operaciones.

I Comprender el problema (primera acción)

- a) Leer el problema y extraer todos los elementos desconocidos.
- b) Estudiar y comprender los elementos desconocidos
- c) Determinar los datos y sus condiciones
- d) Determinar el(los) objetivo(s) del problema.

II Construir el modelo matemático (segunda acción)

- a) Determinar las variables e incógnitas.
- b) Nombrar las variables e incógnitas con sus unidades de medidas
- c) Construir el modelo matemático a partir de las variables e incógnitas y condiciones.
- d) Realizar el análisis de las unidades de medida del modelo matemático.

III Solucionar el modelo matemático (tercera acción)

- a) Seleccionar el (los) método (s) matemático (s) para solucionar el modelo matemático.

- b) Seleccionar el sistema de computación algebraica que contenga los recursos necesarios del (los) método (s) matemático (s) para solucionar el modelo matemático.
- c) Solucionar el modelo matemático.

IV Interpretar la solución (cuarta acción)

- a) Interpretar el resultado obtenido de la solución del modelo matemático.
- b) Extraer los resultados significativos que tengan relación con el (los) objetivo (s) del problema.
- c) Dar respuesta al (los) objetivo (s) del problema.
- d) Realizar un informe basado en el (los) objetivo (s) del problema.
- e) Analizar a partir de nuevos datos y condiciones que tengan relación directa o no con el (los) objetivos del problema (s), la posibilidad de reformular el problema, construir nuevamente el modelo matemático, solucionar el modelo matemático e interpretar la solución.

Los tipos de problemas que deben ser utilizados son los que poseen datos con condiciones para alcanzar un objetivo y es necesario realizar los cálculos de cierta incógnita. En un primer momento deben ser resueltos problemas heurísticos y posteriormente situaciones problema.

La actividad basada en situaciones problema en Matemática puede asumir las siguientes características: i) sistema de cuatro acciones; ii) actividad apoyada por un sistema de computación algebraica (SCA) y iii), solución del modelo matemático y contenidos de enseñanza.

La primera característica de la actividad está formada por cuatro acciones invariantes: comprender el problema, construir el modelo matemático, solucionar el modelo matemático e interpretar la solución; a su vez cada acción está constituido por operaciones. Las acciones tienen un orden lógico que deben respetarse y la realización de todas las operaciones depende del problema, es decir, algunas operaciones pueden estar ausentes. A pesar de que el sistema de acciones tiene un orden lógico no precisamente tiene que ser lineal.

La segunda característica es que las acciones de la actividad estarán apoyadas por un SCA para solucionar el modelo matemático e interpretar la solución. Se sugiere que los SCA sean utilizados en todas las etapas de formación de las acciones, pero su papel principal está en la acción de solucionar modelos matemáticos.

Otra característica es que través de la solución del modelo matemático estará la justificación de los contenidos de la enseñanza, formado por los contenidos del plan

de estudio y de las asignaturas. Aquí se está refiriendo a los contenidos puramente matemáticos necesarios para solucionar el problema.

No deben confundirse las habilidades del contenido de la Matemática con la habilidades para la resolución de problema en Matemática, sin embargo, las primeras habilidades son decisivas para resolver los problemas. En la estructuración del contenido están presentes los conjuntos de las invariantes para resolver situaciones problema, formadas por las cuatro acciones relacionadas con los contenidos del modelo matemático.

El sistema de acciones es general para cualquier asignatura de la disciplina Matemática que tengan como objetivo de enseñanza mejorar el aprendizaje en la resolución de problemas. A través de la acción de solucionar el modelo matemático se definirán los contenidos específicos. La estructuración del contenido debe responder al plan de estudio y los programas de las asignaturas. Después de escogida la asignatura se seleccionan los modelos matemáticos con sus respectivas soluciones que respondan a los programas de las asignaturas y los problemas del tipo situaciones problema que permiten alcanzar el objetivo de enseñanza. El sistema de acciones responde al conjunto de invariantes para la resolución de problemas.

Para alcanzar el objetivo de enseñanza se debe recurrir a las habilidades lógicas generales que están relacionadas con el sistema de acciones y a las habilidades específicas ligadas con el contenido para resolver el modelo matemático. Las cuatro habilidades lógicas generales son: i) comprender los problemas; ii) modelar los problemas; iii) solucionar los modelos de problemas e iv), interpretar la solución de los modelos de problemas.

Cada acción tiene un conjunto de habilidades. La primera acción tiene las siguientes habilidades: i) extraer todos los elementos desconocidos; ii) comprender los elementos desconocidos; iii) determinar los datos y sus condiciones; iv) determinar el (los) objetivo(s) del problema.

Las habilidades de la segunda acción son: i) determinar las variables e incógnitas; ii) nominar las variables e incógnitas con sus unidades de medidas; iii) construir el

modelo matemático a partir de las variables e incógnitas y condiciones y iv), realizar el análisis de las unidades de medidas del modelo matemático.

En la tercera acción las habilidades están formadas por: i) seleccionar el (los) método (s) matemático (s) para solucionar el modelo matemático; ii) seleccionar el sistema de computación algebraica que contenga los recursos necesarios del (los) método (s) matemático (s) para solucionar el modelo matemático y iii), solucionar el modelo matemático.

En la última acción las habilidades que deben ser creadas son: i) interpretar el resultado obtenido de la solución de modelo matemático; ii) extraer los resultados significativos que tengan relación con el (los) objetivo(s) del problema; iii) dar respuesta al (los) objetivo (s) del problema, iv) realizar un informe basado en el (los) objetivo (s) del problema; v) realizar un nuevo análisis del problema que no esté contemplado en los objetivos del problema.

La acción es realizada por el alumno y está dirigida al objeto en su forma material. El objeto de dirección puede residir en: i) formar la actividad por la primera vez; ii) elevar la calidad actual de la actividad según algunas de sus características y iii), la formación de algunos elementos de la actividad existente con índices dados.

Si la actividad está formada por primera vez se debe tener en consideración todos sus elementos. Si se quiere elevar la calidad de algunas de sus características o elementos hay que tener en cuenta el nivel de partida de dichas características o elementos de los alumnos.

La ASP antes de llegar a ser mental, generalizada, reducida y asimilada, deben pasar una transformación a través de las etapas del proceso de asimilación. Antes de comenzar con las etapas hay que motivar a los alumnos en la resolución de problemas, por lo que deben plantearse problemas desafiantes que estimulen el interés por estos tipos de problema.

En la primera etapa “elaboración de la BOA” se presenta el objeto de estudio y el objetivo de la enseñanza a los alumnos. También cómo deben ser cumplidas las operaciones de orientación, ejecución y control. En la orientación se informa la

estrategia para la resolución del problema, utilizando el sistema de acciones invariantes.

El sistema de acciones tiene que ser ejecutado por los alumnos, escuchar no es suficiente para ser asimiladas. Utilizando el control se obtendrá informaciones sobre el proceso para poder corregirlo. Esta etapa de control debe ser principalmente a través del profesor, hay que verificar si el alumno comprendió el sistema de acciones. La orientación, ejecución y control de las cuatro acciones pueden o no ser simultánea, siempre van a existir alumnos que llevarán un ritmo diferente que los otros.

A través de la BOA del tipo tres, se orienta el sistema de acciones que son invariantes para cualquier situación problemática en Matemática. El alumno recibe todas las informaciones para la ejecución de forma independiente de las acciones, es decir, la BOA es de carácter general, completa y obtenida por el alumno independientemente.

En la segunda etapa “formación de la acción en forma material o materializada” el alumno recibe las situaciones como un problema real o una representación de éste. Él realiza las cuatro acciones con sus operaciones y el profesor debe controlar si son realizadas correctamente. No se debe realizar un número grande de un mismo tipo de situaciones para evitar la reducción y la automatización de la acción, hay que seleccionar tipos diferentes para crear las situaciones problema.

La selección de los tipos de situaciones problema en Matemática deben ser típicas o patrones de baja complejidad, por consiguiente el nivel de la generalización es bajo también. La generalización en esta etapa se obtiene a través de las propiedades esenciales con la presencia del objeto para cada una de las acciones.

Las propiedades esenciales de cada acción están relacionadas con sus operaciones, o sea, la generalización se obtiene por el nivel de realización y aplicación de las operaciones por el alumno en la resolución de situaciones problema. El alumno debe saber que las operaciones son las propiedades esenciales para realizar la acción.

En la tercera etapa “formación de la acción como verbal externa” el alumno continúa haciendo todas las acciones con sus operaciones, pero en forma verbal sin el apoyo de las acciones externas. La acción todavía no debe ser automatizada, ni reducida. El

control inicialmente es a través del profesor o de alumnos y al final de la etapa este control pasa a ser interno.

La generalización aumenta su nivel, en esta etapa el alumno debe saber resolver situaciones referentes a una misma clase. Al final de esta etapa, algunas operaciones comienzan a hacerse mentales, pero todavía no existe reducción de la acción.

En la cuarta etapa “formación del lenguaje externo para sí” la acción tiene un carácter consciente, el alumno debe ser capaz de explicar el porqué de cada acción y el sentido de la lógica del sistema de cuatro acciones. El alumno debe de estar en condiciones de resolver nuevas situaciones, diferentes a las resueltas hasta ahora, por lo que el nivel de la generalización aumenta. La forma de la acción comienza a reducirse y automatizarse. El control debe ser episódico a petición del alumno.

En la quinta etapa “formación de la acción en el lenguaje interno”, las cuatro acciones que inicialmente eran en forma material pasan a ser en forma mental. La acción deja de ser de conciencia y adquiere un carácter abstracto con alto grado de generalización.

La elección de las tareas de la ASP en Matemática deben ser las situaciones problema de acuerdo con nuestro objetivo de enseñanza, considerando las etapas del proceso de asimilación y las características de la acción (forma, generalización, desplegado, asimilación, consciente, abstracto y solidez).

Otro elemento muy importante es la elección de las tareas de control para establecer el grado de coincidencia de la actividad de situaciones problema con: el contenido, forma, magnitud de la generalización, carácter consciente y solidez. Pueden ser utilizadas todas o algunas de acuerdo al objetivo de enseñanza.

Es primordial determinar el nivel de partida de la actividad cognoscitiva en las situaciones problema que se crean con los alumnos, considerando, en primer lugar, los conocimientos de Matemática necesarios para propiciar tales situaciones (objeto) que forman parte en la transformación de la actividad (objetivo de enseñanza) incluida en la BOA; en segundo lugar se debe verificar el nivel de formación de la acciones que

se plantea utilizar, si son nuevas o no y tercero, comprobar si está formado el sistema de habilidades y conocimientos menos especializados.

Para construir el modelo de la actividad y el sistema de tareas se debe estructurar el programa de enseñanza que incluye: programa de la formación de las acciones y los conocimientos cognoscitivos previos (programa de enseñanza previa) y programa de una nueva actividad prevista por el objetivo de enseñanza (programa básico de enseñanza).

La retroalimentación en relación al objetivo de dirección debe tener en consideración las siguientes informaciones: i) el alumno realiza el sistema de acciones; ii) es realizada correctamente; iii) la forma de cada acción pertenece a la etapa del proceso de asimilación; iv) la acción corresponde al grado correcto de las características de la acción (generalización, asimilado, etc.).

La corrección del proceso debe considerar las informaciones obtenidas en la retroalimentación y considerar la lógica interna del proceso de asimilación. Las correcciones del proceso de asimilación pueden corregirse considerando: i) insuficiencias en el nivel de partida en la actividad de situaciones problema de los alumnos; ii) mal desempeño en las acciones según los parámetros en la etapa anterior de asimilación y iii), causas imprevistas.

La motivación de los alumnos es un elemento primordial dentro del proceso de aprendizaje y para construir una actividad cognoscitiva de situaciones problema en Matemática, el objetivo de dirección “mejorar el aprendizaje en la resolución de situaciones problema” debe coincidir con la motivación para resolver los problemas que se presentan.

Para determinar la motivación en la ASP en Matemática, se analizarán las siguientes características: i) ante de inicial a resolver los problemas el alumno muestra como dar solución al mismo; ii) si se muestra interés de los alumnos por el carácter desplegado de las acciones; iii) el alumno ve los errores como algo natural y que puede ser una ocasión para aprender; iv) el alumno ante la incertidumbre de los resultados ve los problemas como un desafío y v), el alumno se esfuerza por cumplir el objetivo de la enseñanza.

5.2 La actividad en situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales.

El sistema de ecuaciones lineales forma parte del contenido de la asignatura Álgebra Lineal y a su vez es parte del currículo del segundo semestre de la Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia (FAA).

El objeto de estudio son los problemas matemáticos en que su modelo matemático se reduce a sistema de ecuaciones lineales. El sujeto son los alumnos del segundo semestre del curso Licenciatura de Sistemas de Información de la FAA en la asignatura de Álgebra Lineal. El objetivo de la enseñanza es mejorar el aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos a través de la ASP de sistema de ecuaciones lineales en los alumnos del curso Licenciatura de Sistemas de Información de la FAA en la asignatura de Álgebra Lineal.

El objetivo de la dirección o de la enseñanza radica en formar por primera vez la ASP de sistema de ecuaciones lineales, por ese motivo debe presentarse al alumno todos los elementos a través de la BOA del tipo tres; se debe garantizar la orientación, ejecución y control del sistema de acciones.

El sistema de acciones para la ASP de sistema de ecuaciones lineales será definido a partir de la ASP en Matemática, continúa formado por las cuatro acciones invariantes pero con las particularidades inherentes a la ASP de sistema de ecuaciones lineales, a través del sistema de operaciones, que definimos seguidamente.

I Comprender el problema (primera acción)

- a) Leer el problema y extraer todos los elementos desconocidos.
- b) Estudiar y comprender los elementos desconocidos
- c) Determinar los datos y sus condiciones
- d) Determinar el(los) objetivo(s) del problema.

II Construir el (los) sistema (s) de ecuaciones lineales (segunda acción)

- a) Determinar las variables e incógnitas.
- b) Nombrar las variables e incógnitas con sus unidades de medidas
- c) Construir el (los) sistema (s) de ecuaciones lineales a partir de las variables, incógnitas y condiciones.
- d) Realizar el análisis de las unidades de medidas de cada ecuación del (los) sistema (s).

III Solucionar el (los) sistema (s) de ecuaciones lineales (tercera acción)

- a) Selección del método de Gauss para resolver el sistema de ecuaciones lineales.
- b) Selección del SCA "Derive" y del (los) comando(s) que permite (n) la solución del sistema de ecuaciones lineales a través del método de Gauss.
- c) Solucionar el sistema de ecuaciones lineales utilizando el SCA "Derive"

IV Interpretar la solución (cuarta acción)

- a) Interpretar la solución del (los) sistema (s) de ecuaciones.
- b) De las soluciones obtenidas del (los) sistema (s) de ecuaciones lineales cuáles tienen relación con el objetivo del problema.
- c) Dar respuesta al (los) objetivo (s) del problema.
- d) Realizar un informe basado en el (los) objetivo (s) del problema, tomando como criterio las ecuaciones y/o las variables del (los) sistema (s) de ecuaciones lineales.
- e) A partir del (los) sistema (s) de ecuaciones lineales que tengan infinitas soluciones, restringirlas a un conjunto finito de acuerdo a las condiciones del problema. Para el sistema que no tengan solución, reformular el problema con sus condiciones de tal forma que se convierta en un problema soluble.

El modelo matemático rector dentro de la asignatura Álgebra Lineal, es el sistema de ecuaciones lineales y los contenidos estarán subordinados a dicho modelo. Los contenidos son álgebra de matrices, determinantes y sus propiedades, solución de sistema ecuaciones lineales (método de Gauss), espacios y subespacios vectoriales, combinación lineal, dependencia e independencia lineal, base y dimensión y cambio de base.

Además de las habilidades lógicas descritas en la ASP en Matemática, las habilidades específicas del contenido de Álgebra Lineal son: i) resolver problemas de sistema de ecuaciones lineales utilizando el método de Gauss y otras habilidades indirectas como espacio y subespacio vectorial, combinación lineal, dependencia e independencia lineal, base y dimensión, cambio de base y todas con el apoyo del sistema de computación algebraica "Derive" y ii), utilizar la ASP en Matemática para resolver nuevas situaciones no trabajadas en clase en lo que su modelo conduce a sistema de ecuaciones lineales.

Se debe determinar el nivel de conocimiento del objeto y será verificado el nivel de formación inicial del sistema de las cuatro acciones para la ASP de sistema de ecuaciones lineales. También será identificado el nivel de conocimiento y habilidades en la asignatura de Álgebra Lineal que anteceden a la ASP de sistema de ecuaciones lineales como: álgebra de matrices y resolución de sistema de ecuaciones lineales.

El profesor a través de conferencias en un primer momento presenta y discute problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales, con el objetivo de motivar y desafiar (etapa motivacional). En un segundo momento el profesor orienta las cuatro acciones (BOA del tipo tres) y el alumno debe encontrar independientemente el sistema de operaciones para poder realizar las acciones. También el profesor debe

controlar si el alumno comprendió la orientación del sistema de cuatro acciones (retroalimentación) y hacer las correcciones necesarias (corrección). El modelo matemático utilizado será el sistema de ecuaciones y su solución será a través del método de Gauss utilizando el SCA Derive como apoyo.

A través de clases prácticas, el alumno comienza a realizar los ejercicios que caracterizan la etapa de formación de la acción en forma materializada, debiendo realizar todas las operaciones para percatarse que ellas caracterizan los problemas que se modelan por sistema de ecuaciones lineales. También debe realizar un número adecuado de problemas para que la acción no se reduzca, ni se automatice. El profesor debe controlar todas las operaciones, retroalimentarse y corregir cuando y cuanto sea necesario.

Con posterioridad, debe haber vencido la segunda etapa, pasando a la tercera, donde la acción se forma como verbal externa. Para su cumplimiento, serán utilizados los seminarios, con nuevos problemas de una misma clase. El modelo matemático continúa siendo un sistema de ecuaciones lineales, pero los problemas tienen un nivel de complejidad superior y se incluyen los contenidos de combinación lineal, dependencia e independencia lineal, sistema generador y cambio de base para la solución del modelo matemático.

El alumno, a través de seminarios, debe expresar todas las operaciones y el profesor debe controlar, retroalimentar y corregir. El control que en su inicio es externo por parte del profesor, al final comienza a ser interno, o sea individual.

En la cuarta etapa, la formación del lenguaje externo para sí, se propiciarán situaciones problema que se modelen por sistema de ecuaciones lineales, donde el alumno debe explicar el porqué de cada acción y la lógica del sistema de acciones. Tales situaciones llevarán a los alumnos a buscar nuevas informaciones y a reformular los problemas permitiendo alcanzar un mayor nivel de generalización. El control por parte del profesor debe ser cuando el alumno lo necesite y las acciones comienzan paulatinamente a reducirse y a automatizarse.

En la quinta etapa, la formación del lenguaje interno, el sistema de acciones con sus operaciones pasa a ser interno, inaccesible a la observación, con un carácter abstracto, de conciencia y altamente generalizado.

La actividad de situaciones problema del sistema de ecuaciones lineales asegura un camino más sólido en la asimilación de los conceptos de Álgebra Lineal, pero sin olvidar que lo interesante del proceso de enseñanza-aprendizaje es su aplicación en la resolución de problemas de la Matemática.

CAPÍTULO III

Fundamentación metodológica

1 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.

El estudio se encuadra bajo una investigación de corte mixto, es decir tanto cualitativa como cuantitativa, teniendo en cuenta por un lado los objetivos que se pretenden alcanzar y por otro lado, con el objeto de que dicho enfoque mixto nos permita, en la medida de lo posible, tanto conocer, como comprender, lo acontecido además de que la combinación de ambas estrategias metodológicas ampliará las posibilidades de conocer el fenómeno a estudiar.

Existe un acuerdo general en que el pluralismo metodológico, es de hecho, de vital importancia para el estudio apropiado de una cuestión de investigación y la conjunción de ambas permite reconceptualizar la investigación. Silva y Edna (2005, p. 122) exponen que superada la disyunción entre ambas metodologías, “el estudio de la dimensión cualitativa no se vea como una opción excluyente del estudio de la dimensión cuantitativa y viceversa, ni tampoco caminos que conducen a una misma meta, sino como dimensiones que, aunque dicotómicas, no por eso son irreconciliables para producir conocimiento de la realidad social”.

Dado que nuestra investigación aborda distintos tipos de problemas y objetivos, los procedimientos utilizados exigen el empleo de diferentes metodologías (Bisquerra, 2004). Nuestro objetivo, no es contraponer diferentes metodologías, asumimos las ventajas y los inconvenientes de cada una de ellas, así como las posibilidades que nos ofrecen, para conocer e interpretar nuestro estudio, complementarlas para conocer en mayor profundidad nuestra problemática de estudio.

El alcance de la investigación es explicativo, pretende explicar el efecto que tiene el sistema de cuatro acciones en el aprendizaje de los alumnos en la resolución de situaciones problema en Matemática a partir de la enseñanza centrada en la resolución de problemas matemáticos.

Para poder encontrar explicaciones en el aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas en Matemática se han elaborado hipótesis descriptivas y explicativas. En un primer momento son planteadas hipótesis descriptivas para conocer el nivel de partida de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos y posteriormente durante la investigación son trabajadas hipótesis explicativas con el objetivo de saber

el efecto del sistema de cuatro acciones en el aprendizaje de los alumnos en la resolución de situaciones problema en Matemática. Las hipótesis explicativas combinan técnicas cuantitativas y cualitativas.

La investigación en un primer momento, está basada en un estudio cuasiexperimental y posteriormente en un estudio de caso, combinándose siempre con elementos cualitativos. Los diseños cuasiexperimentales manipulan deliberadamente, al menos una variable independiente para observar el efecto en la variable dependiente. Sólo difiere de los experimentos en el grado de la seguridad o fiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos. En los diseños cuasiexperimentales los sujetos no se asignan al azar, sino que dichos grupos ya están formados, siendo grupos intactos, o sea, la razón de su formación es independiente de la investigación.

Los estudios cuasiexperimentales deben cumplir tres requisitos: i) manipulación de forma intencional de una o más variables independientes; ii) medir el efecto que la variable independiente tiene en la variable dependiente y iii), el control o la validez interna, o sea, el grado de confianza que los resultados del estudios aportan sobre su validez.

Para la recogida de datos se ha desarrollado un proceso de triangulación teniendo como referencia los instrumentos y técnicas aplicadas: la observación sistemática en todas las clases, entrevistas y cuestionarios.

La triangulación durante años impulsó el enfoque cualitativo, al referirse a la triangulación de fuentes para verificar los datos. El hecho de obtener datos de una misma muestra, utilizando dos o más instrumentos, también fortaleció las posiciones de las investigaciones con enfoques cualitativos. Este concepto tiene mayores implicaciones y se ajusta a las concepciones que justifican la propuesta de emprender investigaciones mixtas.

El concepto de triangulación se extendió más allá de la comparación de métodos y datos cuantitativos y cualitativos, por lo que se puede clasificar la triangulación atendiendo a: i) datos; ii) métodos; iii) investigadores; iv) teorías y v), ciencias y / o disciplinas (Hernández et al., 2006, p 790).

En el presente trabajo de investigación se utilizan todos los tipos de triangulación mencionadas con anterioridad. En la triangulación de datos se toman en consideración los datos tanto del tipo cuantitativo como cualitativo. En este sentido, la fuente de las informaciones son: la observación, la entrevista y los cuestionarios, los que se aplican en distintos tiempos y las prepruebas y pospruebas.

Los instrumentos más comunes o de carácter formal de verificación escolar, son las pruebas escritas de preguntas subjetivas, objetivas o prácticas, sin embargo, los procedimientos vinculados a la observación y la entrevista, tienen un carácter menos formal, pero de gran valor en la comprensión del aprendizaje real de los alumnos (Libâneo, 1990).

La triangulación del método se emplea por medio del tipo mixto de investigación. En la triangulación de investigadores es utilizado el método de la auditoría, con más de un investigador y con la realización de una bitácora de las clases, las pruebas y los resultados de las entrevistas y otros instrumentos que se apliquen.

En la triangulación de la teoría, se construye una nueva teoría aglutinando los principios de otras, para lo cual se toman como fundamentos las concepciones psicológicas de la educación en la formación por etapas de las acciones mentales. En el caso de la metodología, la dirección del proceso instructivo y educativo, así como los principios de la resolución de problemas en Matemática, según Polya, se lleva a cabo en términos de las situaciones problema en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

La triangulación, desde el enfoque de las ciencias o disciplina, se concibe a partir de la teoría de la actividad de situaciones problema en Matemática, por lo que se estructuran las actividades por disciplinas. En la presente investigación, por ejemplo, lo expresado se corresponde con las situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales. Utilizando como punto de partida los resultados de la presente investigación, resulta posible aplicar las experiencias obtenidas en otras áreas de la Matemática, e incluso de otras asignaturas, tales como la Física y la Química.

1.1 Estudio de caso

Los estudios de caso (Hernández, Fernández, & Baptista, 2006, pp. 223-224) son considerados por algunos autores como una clase de diseño, mientras que otros lo ubican como un tipo de diseño experimental o diseño etnográfico, o como una vía metodológica para el muestreo.

Hernández et al. (2006) define el estudio de caso como estudios que utilizan procesos de investigación cuantitativa, cualitativa o mixta, analizando profundamente una unidad para responder al planteamiento del problema, probar hipótesis y desarrollar alguna teoría. Esta definición los sitúa más allá de un tipo de diseño o de muestreo, pero ciertamente es la más cercana a la evolución que han tenido los estudios de caso a lo largo del tiempo.

Stake identifica tres tipos de estudio de caso: i) los intrínsecos cuyo propósito no es construir una teoría, sino que el caso mismo resulte de interés; ii) los instrumentales, examinan para proveer de conocimiento de algún tema o problema de investigación, depurar una teoría o aprender a trabajar con otros similares y iii), los colectivos que sirven para construir un cuerpo teórico (2000, citado en Hernández et al.).

Yin establece una clasificación del estudio de caso por el número de casos y la unidad de análisis. En cuanto al número de casos la tipología considera un caso o varios casos. Por lo que respecta a la unidad de análisis se subdivide en un caso con unidad holística, o sea, todo el caso tomado como una unidad de análisis y casos con unidad incrustada, es decir, varias unidades de análisis dentro del caso (2003, citado en Hernández et al.).

Los estudios de caso holístico posibilitan confirmar, retar o extender una teoría o hipótesis. El caso es completamente evaluado y de una forma profunda, de acuerdo con el planteamiento del problema. En los estudios de casos incrustados, la unidad es segmentada en varias subunidades de las cuales se seleccionan alguna, para ser analizadas con amplitud y profundidad.

Los diseños de múltiples casos son diseños más robustos y poseen mayor validez, a veces se eligen casos significativos, los que en términos prácticos resultan muy

difíciles, ya que encontrar varios casos que compartan similitud es poco frecuente. Es importante resaltar que en este sentido cada caso deberá servir de propósito específico dentro del alcance total del estudio que se realiza (Yin, 2003, citado por Hernández et al., 2006).

Hemos seleccionado el estudio de caso como estrategia de investigación cualitativa definida por Rodríguez (1996, p. 91) como “la selección de un escenario desde el cual se intenta recoger información pertinente para dar respuesta a las cuestiones de investigación”. Otros autores, consideran el estudio de caso como un examen completo e intenso de una faceta, una cuestión o quizás los acontecimientos que tienen lugar en un marco geográfico a lo largo del tiempo.

Una de las características del estudio de caso es la necesidad de obtener información desde múltiples perspectivas. Según Yin (1984) es un método de investigación centrado en el estudio holístico de un fenómeno contemporáneo dentro de un contexto real.

En esta investigación analizamos un caso en profundidad, como ejemplificación del trabajo de investigación desarrollado. Se ha trabajado con 11 estudiantes, que podrían constituir un estudio de caso múltiple o colectivo, con el fin de esclarecer cuales son las variables o elementos que más influyen en el aprendizaje de actividad de situaciones problema en Matemática.

En nuestro estudio queremos conocer en profundidad los casos objeto de estudio, de ahí que nuestra intención fundamental sea conocer a través de técnicas e instrumentos las opiniones de todos los agentes que intervienen en los mismos. La selección de casos se ajusta a algunos de los criterios mencionados por Rodríguez (1996):

- Tener fácil acceso al mismo
- Se puede establecer buena relación con los informantes
- El investigador puede desarrollar su papel todo el tiempo que sea necesario
- Se asegure la calidad y credibilidad del estudio.

Así, el proceso se estructura en cuatro fases de alcance progresivo para las que se han usado estrategias de recogida y análisis de las informaciones complementarias:

- Una primera fase de estudio y análisis de los elementos constitutivos en la que se debe conocer cuál es el nivel de partida de los alumnos en el aprendizaje en la actividad de situaciones problemas en Matemática
- Una segunda fase de observación que nos permitiera describir las pautas de interacción que siguen los estudiantes después de la orientación del sistema de cuatro acciones: comprender el problema; ii) construir el modelo matemático; iii) resolver el modelo matemático y iv), interpretar la solución.
- La tercera fase nos permite describir las particularidades relevantes del proceso de aprendizaje que se realiza en el lenguaje verbal externo.
- La última fase, nos permitió conocer las impresiones de los estudiantes en el lenguaje interno y a través de un cuestionario conocer elementos de motivación.

En la investigación realizamos un estudio cuasiexperimental y un estudio de caso. En el estudio cuasiexperimental se tienen dos grupos, uno experimental y otro de control. Para obtener la equivalencia inicial, se emplea la técnica de emparejamiento y se utiliza como criterio la variable aprendizaje en la actividad de situaciones problema en Matemática.

Centrándonos en la investigación, los alumnos del grupo control y experimental proceden de un mismo grupo que en el semestre que precedió a la observación recibían juntos todas las asignaturas. En el momento de realizarse la observación también eran compañeros de grupo en todas las asignaturas, excepto en Álgebra Lineal, que es precisamente la utilizada en el estudio experimental. Por tales motivos, fueron tomadas medidas en cuanto a los tipos de ejercicios a ser empleados, ya que cuando los grupos coincidían o no en los mismos horarios, se seguían estrategias diferentes. Es por ello que se tuvo en cuenta que cuando coincidieran las clases, se emplearan los mismos problemas y en las clases no coincidentes, el profesor del grupo de control participaba en las clases del grupo experimental, observando, conversando con los alumnos e investigando si existía algún tipo de influencia entre los grupos.

A pesar de todo el control, existen elementos que son tratados con limitaciones para evitar los intercambios de informaciones. El estudio independiente es trabajado con restricciones en la orientación, ejecución y en el control, así como la entrega de un material didáctico adaptado a las características del curso. El trabajo limitado de los elementos anteriores puede influir en el desempeño del aprendizaje en cuanto a la resolución de problemas en Matemática.

Para analizar en profundidad los elementos que componen la actividad de situaciones problema, se realiza un estudio de caso teniendo como unidad de análisis el aprendizaje en la resolución de problemas, con el fin de profundizar en los análisis realizados en cada una de las variables de la actividad de situaciones problema, en referencia a la etapa de formación de las acciones mentales, dirección del proceso de estudio, el programa de computación algebraica Derive y motivación.

El estudio de caso permite profundizar en la unidad de análisis de aprendizajes en la resolución de problemas, conjuntamente con el sistema de acciones cuyo objetivo es responder al planteamiento del problema, probar hipótesis y desarrollar la teoría de la actividad de situaciones problema en Matemática.

Así pues, en el estudio cuasiexperimental, el objetivo principal ha sido diferenciar el grupo experimental del grupo control, en lo que se refiere al aprendizaje de la actividad de situaciones problema en Matemática y en cuanto al estudio de caso, se pretende conocer con mayor profundidad las variables que más influyen en el aprendizaje.

2 HIPÓTESIS, VARIABLES, DEFINICIONES CONCEPTUALES Y OPERACIONALES.

A continuación son definidas las hipótesis, las variables que intervienen con sus definiciones conceptuales y operacionales según el marco teórico de la actividad de situaciones problema en Matemática.

2.1 Hipótesis

La investigación está compuesta de una hipótesis principal, la cual se subdivide en hipótesis específicas que se subordinan a ella.

2.1.1 Hipótesis principal

H₁: La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en la asignatura de Álgebra Lineal del curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, cuando se utiliza la teoría psicológica en la enseñanza por etapas de las acciones mentales, la teoría general de dirección del proceso de estudio, el sistema de computación algebraica Derive y la motivación del alumnado.

2.1.2 Hipótesis específicas

Es importante determinar el nivel de partida de los alumnos en la ASP para poder realizar posteriores comparaciones y saber cómo estos logran avanzar. En la H₂ se realiza un análisis descriptivo.

H₂: El nivel de partida del aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática no es favorable.

En la hipótesis H₃ se realiza un análisis descriptivo de cada una de las acciones que componen la actividad de situaciones problema

H₃: El nivel de los alumnos en la formación de las acciones comprender el problema, construir el modelo matemático, solucionar el modelo matemático e interpretar la solución en la actividad de situaciones problema en Matemática no es favorable.

La hipótesis H₄ expresa diferencias entre grupos, que en este caso trata de probar que el nivel de partida de los grupos experimental y de control son semejantes, o sea, no

existe una diferencia significativa en la formación del sistema de acciones y en el nivel del aprendizaje de la actividad de situaciones problema.

H₄: Los grupos experimental, y control, poseen un nivel de partida equivalente en las acciones comprender el problema, construir el modelo, solucionar el modelo e interpretar la solución y en el aprendizaje de la actividad de situaciones problema en matemática.

Las hipótesis H₅, H₆ y H₇ están relacionadas con las etapas de formación de la acción material, verbal externa y del lenguaje interno para sí y lenguaje interno.

H₅: La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la “base de orientación de la acción del tipo tres”, la “etapa de formación de la acción en forma material”, dirección cíclica del proceso de estudio y el sistema de computación algebraica Derive, con la motivación de los alumnos.

H₆: La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la “base de orientación de la acción del tipo tres”, la “etapa de formación de la acción en forma verbal externo”, dirección cíclica proceso del estudio y el sistema de computación algebraica Derive, con la motivación de los alumnos.

H₇: La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la “base de orientación de la acción del tipo tres”, la “etapa de formación de la acción en verbal externo para sí y lenguaje interno”, dirección cíclica del proceso de estudio y el sistema de computación algebraica Derive, con la motivación de los alumnos.

2.2 Variables, definiciones conceptuales y operacionales

En la investigación se define la variable cualitativa “sistema de acciones de la ASP (X)” y la variable cuantitativa “aprendizaje de la ASP en Matemática (Y)”. También se asumen las variables cualitativas intervinientes que modifican la relación, las cuales

son: a) etapas de la formación de las acciones mentales (E), b) dirección del proceso de estudio (D), c) sistema de computación algebraica Derive (P) y por último d), la motivación de los alumnos en la ASP en Matemática (M). (ver la figura 1).

La variable cualitativa “sistema de acciones de la ASP en Matemática (X)” está formada por cuatro acciones que son: i) comprender el problema (X^1); ii) construir el modelo matemático (X^2); iii) solucionar el modelo matemático (X^3) y iv), interpretar la solución (X^4).

La definición conceptual de X es el sistema invariante de cuatro acciones con sus respectivas operaciones, para ser utilizado en la transformación del objeto de estudio de la ASP. La definición operacional es la aplicación del sistema invariante de cuatro acciones con sus respectivas operaciones en la resolución de situaciones problema en una asignatura de Matemática de una determinada institución de la educación superior.

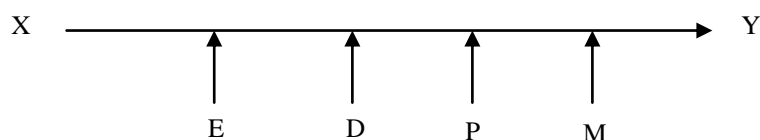


Figura 1. Relación de las variables en la investigación.

En la variable cuantitativa “aprendizaje de la ASP en Matemática (Y)”, su definición conceptual es la capacidad de resolver situaciones problema en esa asignatura y la transferencia para nuevas situaciones problema en Matemática. Operacionalmente se define “Y” como el aprendizaje o la diferencia de aprendizaje comparando un punto inicial con otro, a fin de resolver situaciones problema en Matemática y establecer transferencias para nuevas situaciones problema en esa asignatura.

El indicador de la variable “Y” es la capacidad en el cumplimiento de cada una de las acciones para ASP en Matemática y sus dimensiones son: i) nivel de la acción comprender el problema (Y^1); ii) nivel de la acción construir el modelo matemático (Y^2); iii) nivel de la acción solucionar el modelo matemático (Y^3) y iv), nivel de la acción interpretar la solución (Y^4). En la figura 2 se muestra la relación entre el sistema de acciones y el aprendizaje en la actividad de situaciones problema en Matemática.

$$X = \left. \begin{array}{l} X^1 \\ X^2 \\ X^3 \\ X^4 \end{array} \right\} \Rightarrow ASP(X) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Y^1 \\ Y^2 \\ Y^3 \\ Y^4 \end{array} \right\} = Y, \quad ASP(X) = Y$$

Figura 2. Relación de las variables X e Y

Los niveles de formación de las acciones Y^1 , Y^2 , Y^3 e Y^4 se evalúan con los criterios muy mal (1), mal (2), regular (3), bien (4) y muy bien (5) y la variable Y es medida a través de la escala Likert en el intervalo de 4 hasta 20, o sea, la suma de los niveles de las acciones. En todas las hipótesis se toman informaciones para realizar una descripción de la variable (Y) aprendizaje en la actividad de situaciones problema en Matemática.

La figura 3 muestra el principio psicológico de transformación de la $ASP(X)=Y$, material, externa en $ASP(X)=Y$, mental, interna, ésta debe pasar por las cinco etapas cualitativas para la formación de las acciones mentales.

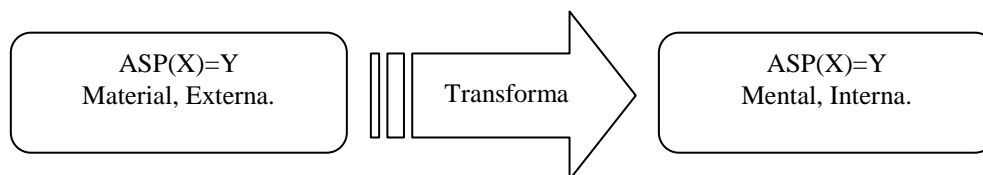


Figura 3. Transformación de la actividad situaciones en Matemática de externa a interna

La definición conceptual de la variable E es la formación por etapas de las acciones mentales de la ASP en Matemática, o sea, es la transformación de la variable Y por las cinco etapas del proceso de asimilación desde la material hasta la psíquica. La definición operacional de la variable E está representada en la formación por cada una de las etapas de las acciones mentales en la ASP en Matemática.

El indicador de la variable E es el nivel de formación de cada una de las etapas de las acciones mentales en ASP en Matemática. Las dimensiones de la variable E son: i) etapa motivacional (E^0); ii) elaboración del esquema de la BOA (E^1); iii) formación de la acción en forma material o materializada (E^2); iv) formación de la acción en forma verbal externa (E^3); v) formación de la acción en el lenguaje externo, para sí (E^4) y vi), formación de la acción en el lenguaje interno (E^5).

La otra variable que interviene “dirección del proceso de estudio (D)” juega un rol significativo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, llevándolo en la dirección deseada. La definición conceptual de la variable D es un proceso de dirección cíclico, transparente, donde el profesor además de dirigir el proceso es una fuente de información importante. La definición operacional de dicha variable está dada por el cumplimiento de las diferentes fases que la componen.

El indicador de la variable D es el nivel de formación de cada una de las fases de la dirección de la ASP en Matemática. Las dimensiones de la variable D son: i) objetivo de la enseñanza (D^1); ii) estado de partida del proceso dirigido (D^2); iii) estados del proceso de asimilación (D^3); iv) información para el enlace de retorno de la enseñanza o retroalimentación (D^4) y v), enlace de retorno o corrección (D^5).

En la variable “sistema de computación algebraica Derive (P)” la definición conceptual es un programa especializado en cálculos matemáticos simbólicos y numéricos, con gran potencialidad gráfica y con un lenguaje de programación. La definición operacional está dada por su utilización para apoyar a las operaciones y acciones en la resolución de problemas. El indicador es el nivel de las habilidades de los alumnos en el programa Derive para dar cumplimiento a las operaciones de las respectivas acciones.

La última variable interviniente es “motivación de los alumnos en la ASP en Matemática (M)”. Su definición conceptual es la motivación de los alumnos para el Curso de Sistemas de Información juntamente con todo su proceso. Propiamente como se expresa en el nombre de la variable, su definición operacional es la motivación de los alumnos en dicha actividad. El indicador es la motivación ante las actividades planificadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Álgebra Lineal.

3 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Después de años de experiencia como profesor universitario y observar las dificultades que tienen los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, se planteó la necesidad de buscar nuevas estrategias de enseñanza en este sentido. Fue realizada una revisión bibliográfica y se adoptó como soporte teórico la teoría de la actividad (ver figura 4).

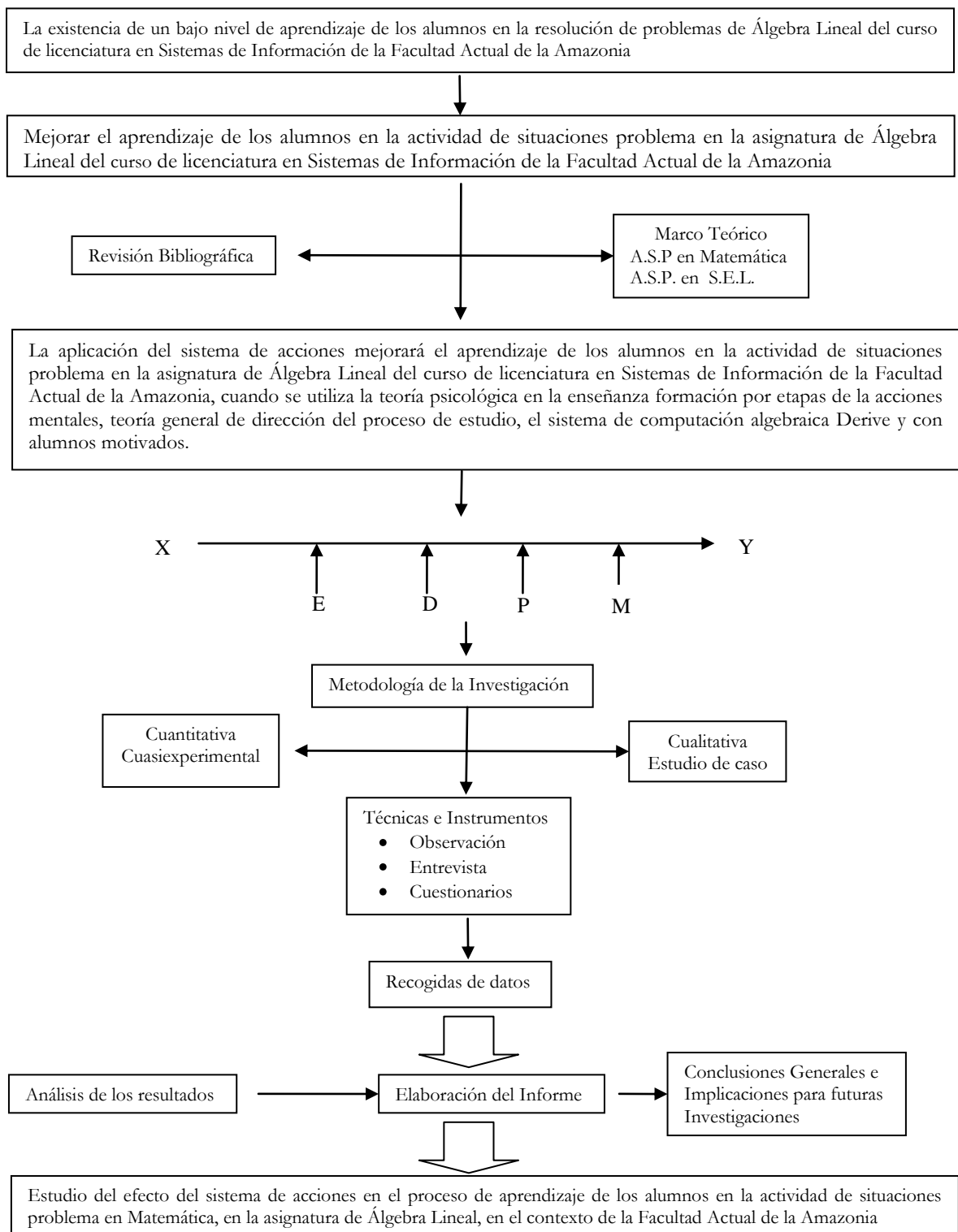


Figura 4. Diseño de la investigación

Dicha teoría se juntó con el papel que juega el profesor en el proceso de estudio y utilizando tecnología de la información surgió una nueva teoría denominada “teoría de la actividad de situaciones problemas en Matemática”, que está formada por un

sistema de cuatro acciones (X) orientada para mejorar el aprendizaje (Y) de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos en el curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia.

Para el éxito en el aprendizaje además del sistema de acciones se utiliza la teoría de formación de las acciones mentales de Galperin (E), la dirección del proceso de enseñanza por parte del profesor (D), apoyado por el programa de computación algebraica Derive (P) y con estudiantes motivados (M). La investigación busca explicaciones cuanto los alumnos mejoran su aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos a partir de la actividad de situaciones problema en Matemática.

En esta investigación se relacionan elementos cuantitativos y cualitativos. En el primer semestre del año 2008 se realiza un estudio cuasiexperimental y en el segundo semestre un estudio de caso usando técnicas e instrumentos a través de la observación, entrevista y cuestionarios. En la figura 5 pueden observarse el cronograma de la investigación

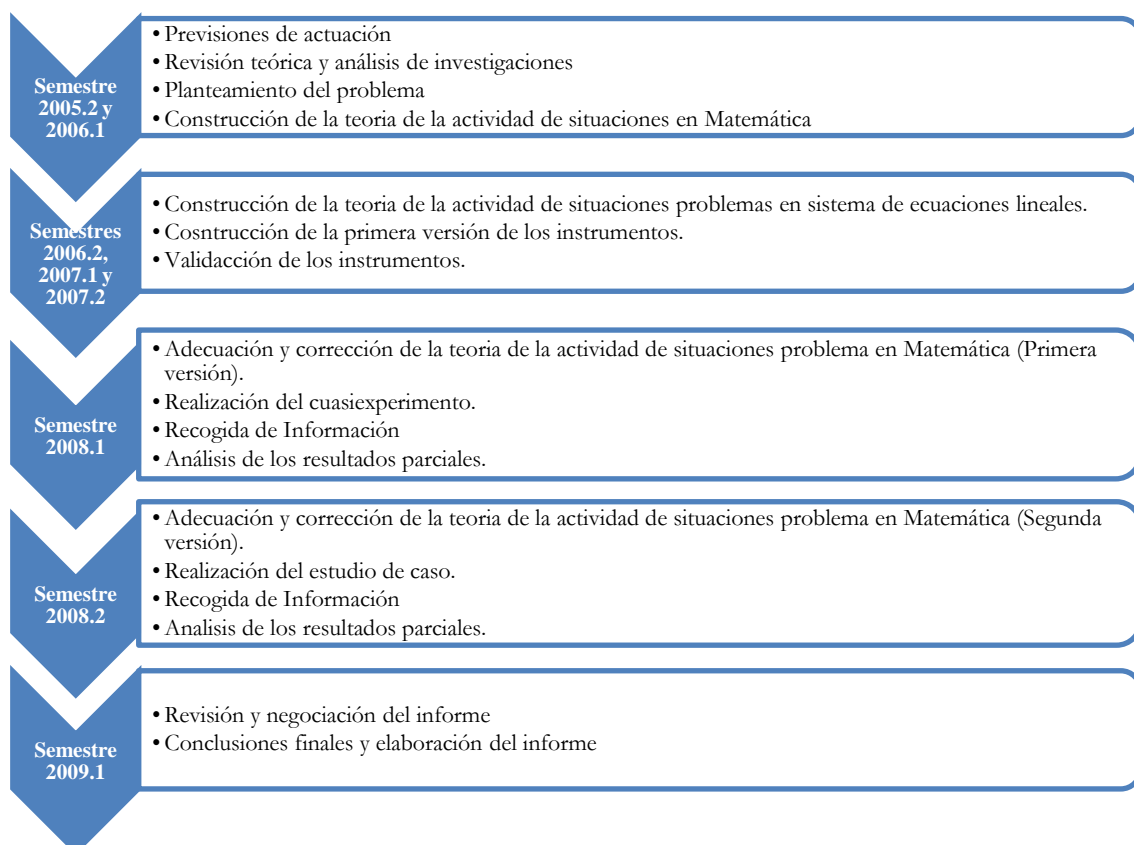


Figura 5: Cronograma de la investigación.

Para el cumplimiento del objetivo general de la investigación se verificarán seis hipótesis específicas (H₂ hasta H₇) y su comprobación implicará la verificación de la hipótesis principal (H₁) (ver figura 6)

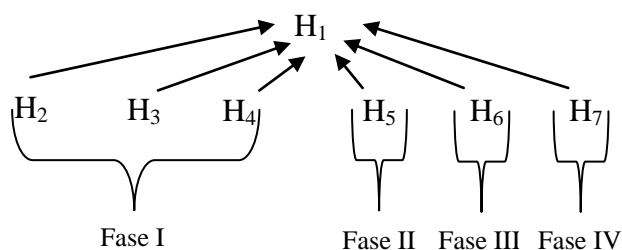


Figura 6. Relación entre las hipótesis

En la tabla 3, se puede observar el carácter mixto de la investigación, en ella se relacionan las hipótesis, variables e instrumentos por fases utilizados en el proceso investigativo.

Hipótesis	Fase I			Fase II	Fase III	Fase IV
	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇
Tipo	Descriptiva	Descriptiva	Diferencia de grupos	Explicativa	Explicativa	Explicativa
Variables	Y	Y ¹ , Y ² , Y ³ , Y ⁴	Y, Y ¹ , Y ² , Y ³ , Y ⁴	X: X ¹ , X ² , X ³ , X ⁴ Y: Y ¹ , Y ² , Y ³ , Y ⁴ D: D ³ , D ⁴ , D ⁵ E: E ¹ , E ² P y M	X: X ¹ , X ² , X ³ , X ⁴ Y: Y ¹ , Y ² , Y ³ , Y ⁴ D: D ³ , D ⁴ , D ⁵ E: E ³ P y M	X: X ¹ , X ² , X ³ , X ⁴ Y: Y ¹ , Y ² , Y ³ , Y ⁴ D: D ³ , D ⁴ , D ⁵ E: E ⁴ , E ⁵ P y M
Instrumentos		Pruebas Escritas		Observación	Observación	Cuestionario Observación Entrevista.

A se continuación es mostrada la simbología que es utilizado en la planificación de la investigación:

- “X_{E1}”: Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación en la base orientadora de la acción.
- “X_{E2}” Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación de la acción en la forma material o materializada.
- “X_{E3}” Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación de la acción en la forma verbal externa.
- “X_{E4}” Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación de la acción en el lenguaje interno para sí.

- “ X_{E5} ” Aplicación del sistema de acciones en la etapa de formación de la acción en el lenguaje interno.
- “ X_{Ei} ”: Sistema de acciones referentes a la etapa de formación de las acciones mentales E_i .
- G_1 y G_3 : Grupo experimental y estudio de caso respectivamente. El aprendizaje es centrado en la resolución de problemas y será aplicado el sistema de acciones en correspondencia con las etapas de formación de las acciones mentales. “ X_{Ei} ”.
- “ G_2 ”: Grupo de control; los problemas son vistos como aplicación de los contenidos y no será aplicado el sistema de acciones “ X_{Ei} ”.
- “—”: Enseñanza tradicional. Ausencia de la variable “sistema de acciones de la actividad de situaciones problema en Matemática “ X ”.
- “ O ”: Prueba (preprueba o posprueba) para medir el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática “ Y ”.

“ $ASP(X_{Ei})=Y$ ”: La simbología $ASP(X_{Ei})$ significa la aplicación del sistema de acciones de la actividad de situaciones problema en Matemática, en una etapa de formación de las acciones (X_{Ei}) y la variable “ Y ” significa el nivel del aprendizaje en la resolución de problemas

En la figura 7 se muestra la relación de todas las variables de la investigación por fases. La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje es cíclica. Es necesario saber el conocimiento inicial de los alumnos de acuerdo con el objetivo de enseñanza; se deben garantizar todas las etapas del proceso de asimilación y recoger informaciones del proceso para corregirlo. La motivación y el uso de recursos tecnológicos son elementos importantes en este proceso. En la tabla 4 se expresan las variables con los respectivos tipos de instrumentos utilizados en la investigación por fases.

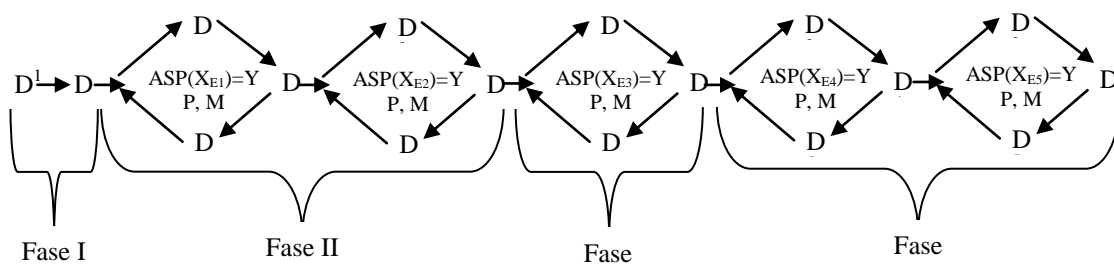


Figura 7. Relación entre variables y fases

Tabla 4. Descripción de las variables e instrumentos por fases.

Variables	Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV	
X	-	X_{E1} , X_{E2} : Orientación del sistema acciones correspondiente a las etapas orientación de la BOA y material	X_{E3} : Orientación del sistema acciones correspondiente a la etapa verbal externa	X_{E4} , X_{E5} : Orientación del sistema acciones correspondiente a las etapas externo para sí e interna.	
Y	Pruebas Escritas O_1 , O_5 y O_9	Pruebas Escritas O_2 , O_6 y O_{10}	Prueba Escritas O_3 , O_7 y O_{11} . Prueba Escrita y Oral O_{11} .	Prueba Escrita O_4 , O_8 y O_{12} .	
E	-	Observación de las variables E^1 , E^2 , E^3 , E^4 y E^5 .			
D	Observación D^1 y D^2	Entrevista y observación de las variables D^3 , D^4 y D^5 .			
P	-	Observación en las clases donde es utilizado el programa Derive			
		Resolución del modelo matemático en las pruebas escritas O_2 , O_6 y O_{10}	Resolución del modelo matemático en las pruebas escritas O_3 , O_7 y O_{11} .	Resolución del modelo matemático en las pruebas escritas O_4 , O_8 y O_{12} .	
M	-	Observación y cuestionario con única aplicación			

La muestra utilizada es no probabilística y quedó dividida en dos grupos en el primer semestre y otro en el segundo semestre, correspondiente al año académico 2008. La variable principal de la investigación es el aprendizaje en la resolución de problemas, simbolizado por "Y" y está asociado a una prueba escrita u oral de acuerdo a la fase y grupo, denotado por O_i . En la tabla 5 se muestra la aplicación del sistema de acciones por fases (X_{Ei}) con sus respectivas prepruebas o pospruebas (O_i), así como la comparación de los resultados entre y dentro de los grupos en las diferentes fases.

Tabla 5. Relación y planificación de las pruebas (O_i) por fases y semestres.

Semestres	Grupo	Muestra Alumnos	Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV
2008.1	Experimental (G_1)	13	O_1	X_{E1} X_{E2}	O_2 X_{E3}	O_3 X_{E4} X_{E5} O_4
	Control (G_2)	13	O_5	—	O_6 —	O_7 — O_8
2008.2	Estudio de Caso (G_3)	11	O_9	X_{E1} X_{E2}	O_{10} X_{E3}	O_{11} X_{E4} X_{E5} O_{12}
Análisis de datos						
			Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV
Comparaciones intergrupo (G_1 , G_2 y G_3)			O_1, O_5 y O_9	O_2, O_6 y O_{10}	O_3, O_7 y O_{11}	O_4, O_8 y O_{12}
Comparaciones intragrupo			G_1	O_1 vs O_2	vs O_3	vs O_4
			G_2	O_5 vs O_6	vs O_7	vs O_8
			G_3	O_9 vs O_{10}	vs O_{11}	vs O_{12}

La planificación de la investigación está relacionada con el año académico 2008 y con la organización administrativa de la Facultad Actual de la Amazonia. La primera parte se refiere al primer semestre del año (2008.1), comprendido entre los meses de febrero hasta junio y segunda parte se corresponde con el segundo semestre del año

(2008.2), que abarca los meses de julio hasta diciembre. Cada semestre está formado por 100 días lectivos

3.1 Planificación de la investigación del semestre 2008.1

El enfoque de la investigación en este semestre es mixto, combinando los enfoques cuantitativos y cualitativos. En el enfoque cuantitativo se mide la variable “aprendizaje de la actividad de situaciones problema (Y)” en los alumnos, cuando se aplica el “sistema de acciones de la actividad de situaciones problema (X)”. En el estudio cualitativo se estudian las variables: “etapas de la formación de las acciones mentales (E)”, “dirección del proceso de estudio” (D), “sistema de computación algebraica Derive (P)” y por último la “motivación de los alumnos en la ASP en Matemática (M)”.

A continuación se realiza una descripción de la investigación cuantitativa. El alcance de la investigación es de tipo explicativo, en ella se determina el nivel actual de los alumnos en la resolución de problemas y se introduce una nueva metodología a través del sistema de acciones (X), a fin de alcanzar un nivel superior en el aprendizaje (Y), todo ello combinado con la formación de las etapas de acciones mentales (E), la dirección general del proceso de estudio (D) soportado por el sistema de computación algebraica Derive (P), con alumnos motivados (M).

La investigación es cuasiexperimental porque los grupos de alumnos se han formado por el interés personal de estudiar en el horario vespertino o nocturno, después de pasar por el criterio de ingreso de la universidad que consiste en una prueba escrita.

Para obtener la validez interna de la investigación, se formaron dos grupos utilizando como criterio el nivel de partida de la variable (Y) en la actividad psíquica del alumno, considerando: a) la formación del sistema de acciones de la actividad de situaciones problema; b) los conocimientos necesarios para el estudio de la asignatura Álgebra Lineal y c), el aprendizaje en la actividad de situaciones problema en Matemática.

Para obtener el nivel de partida se realizó una prueba escrita y después se utilizó la técnica de emparejamiento, a partir del resultado de la variable “aprendizaje de la actividad de situaciones problema en Matemática”, de tal forma que los grupos se comporten como equivalentes.

El la figura 8 se muestra la planificación cuantitativa que está compuesto por ocho pruebas ($O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7, O_8$) en los grupos G_1, G_2 y cinco estímulos ($X_{E1}, X_{E2}, X_{E3}, X_{E4}, X_{E5}$) en el grupo G_1 . En un primer momento se realizó una prueba única con todos los alumnos y con posterioridad se hizo la división en dos grupos (G_1 y G_2), de tal forma que las medias fueran equivalentes en el aprendizaje (Y), o sea, las prepruebas O_1 y O_5 , tienen resultado similar (media) utilizando la técnica de emparejamiento.

G1	O_1	X_{E1}	X_{E2}	O_2	X_{E3}	O_3	X_{E4}	X_{E5}	O_4
G2	O_5	—	—	O_6	—	O_7	—	—	O_8

Figura 8. Planificación del semestre 2008.1

Los estímulos $X_{E1}, X_{E2}, X_{E3}, X_{E4}, X_{E5}$, están vinculados a cada una de las etapas del proceso de asimilación, por ejemplo X_{E1} , es el estímulo de la etapa “Elaboración del esquema de la base orientadora de la acción” y así respectivamente son definidas las demás. El grupo G_1 es el llamado grupo experimental, donde se efectúa los estímulos y G_2 es el grupo de control donde no existen tales estímulos.

En la investigación, por ser mixta, las variables cuantitativa y cualitativa se interrelacionan como muestra la figura 9. La actividad de situaciones problema (ASP) en Matemática está formada por el sistema de acciones (X) con alumnos motivados (M), a través de operaciones utilizando la computadora con el programa Derive (P) para alcanzar el objetivo de enseñanza (Y).

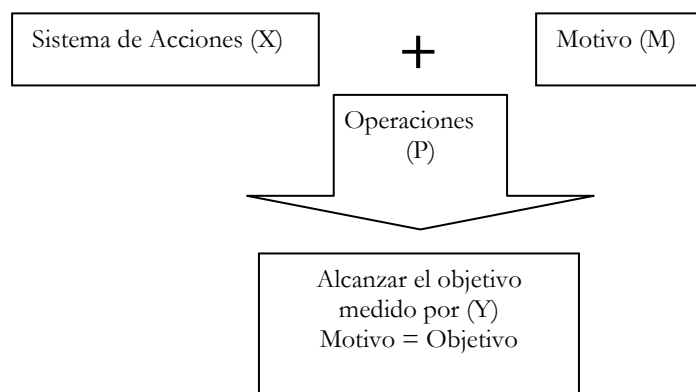


Figura 9. Esquema de la actividad de situaciones problema en Matemática, $ASP(X)=Y$.

En el modelo de la dirección de la actividad de situaciones problema en Matemática (ver figura 10), también existe relación entre las variables cuantitativa y cualitativa. La actividad de situaciones problema en Matemática material y externa, debe transitar por las cinco etapas hasta llegar a la etapa de la actividad de situaciones problema en

Matemática mental, interna y guiada por la dirección del proceso cíclico de aprendizaje.

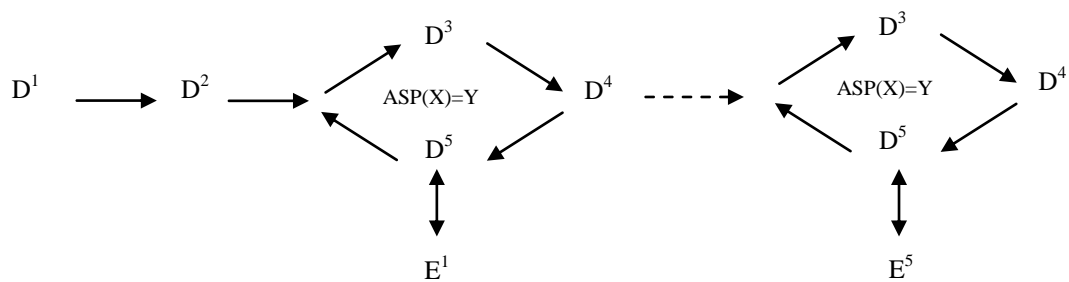


Figura 10. Esquema de la dirección de la actividad de situaciones problema en Matemática

Como se muestra en la figura 11 el proceso es cíclico y D^3 representa los estados del proceso de asimilación donde son recogidos todos los datos relacionados con el aprendizaje de los alumnos; D^4 es la retroalimentación, aquí los datos son analizados e interpretados y posteriormente utilizados para la corrección del proceso de aprendizaje D^5 .

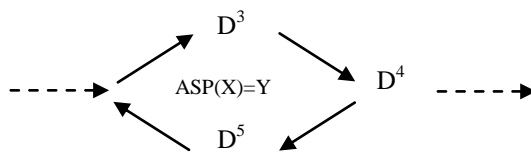


Figura 11. Esquema del proceso cíclico del proceso de aprendizaje

La investigación está formada por cuatro fases como se muestra en la tabla 6. En la primera se realiza la preprueba (O_1 vs O_5) que representan el nivel de partida en la formación del sistema de acciones para resolución de problemas de la ASP (Y), el que es utilizado como criterio a través de la técnica de emparejamiento para formar el grupo experimental (G_1) y el de control (G_2). En esta fase se prueban las hipótesis descriptivas H_2 , H_3 y H_4 .

La hipótesis H_2 intenta probar que los alumnos poseen un nivel bajo en el aprendizaje en ASP en Matemática, por consiguiente, en la hipótesis H_3 se prevé que los niveles de formación de las cuatro acciones son bajos también. A partir de las hipótesis anteriores se creará los grupos experimental y control que sean equivalentes tomando como criterio la variable (Y).

Tabla 6. Planificación del grupo experimental y de control									
Fase I		Fase II		Fase III		Fase IV			
G ₁	O ₁	X _{E₁}	X _{E₂}	O ₂	X _{E₃}	O ₃	X _{E₄}	X _{E₅}	O ₄
G ₂	O ₅	—	—	O ₆	—	O ₇	—	—	O ₈
	⇕		⇕		⇕		⇕		
	D		D, M, P		D, M, P		D, M, P		

A través del análisis cualitativo de la fase uno, la variable “dirección de proceso de estudio” se verifica si es cumplimentado el objetivo de enseñanza (D¹) y el nivel de partida de los alumnos en la formación de las acciones de la ASP (D²). Posteriormente en las fases dos, hasta la cuatro, serán analizadas las dimensiones: estados del proceso de asimilación (D³), retroalimentación (D⁴) y corrección (D⁵).

Desde la fase dos, hasta la cuatro, hay análisis cuantitativos y cualitativos de las variables. En el grupo experimental G₁, la variable X_{E_i}, donde i=1,...5, representa el estímulo del sistema de acciones correspondiente a cada etapa de la formación de las acciones mentales y se puede observar que al final de cada fase se realiza una prueba (posprueba). En cada posprueba se mide el nivel de formación de las acciones (Y¹, Y², Y³, Y⁴) y el aprendizaje de la ASP (Y). En el grupo de control G₂ se trabaja de forma análoga al grupo experimental G₁, pero con la diferencia de que en este grupo las pospruebas no son precedidas de estímulos.

Se realizará una comparación (O₁ vs O₅), (O₂ vs O₆), (O₃ vs O₇) y (O₄ vs O₈) permitiendo tomar informaciones sobre la variable Y para probar las hipótesis H₄, H₅, H₆ y H₇ respectivamente, comparando el grupo experimental y de control. También serán realizadas las comparaciones (O₁ vs O₂ vs O₃ vs O₄) y (O₅ vs O₆ vs O₇ vs O₈). En cada fase se analizan las variables cualitativas E, D, P y M, a excepción de la uno que solamente es analizada la variable D.

En la hipótesis H₄ se analiza el nivel de partida en el aprendizaje en la ASP en Matemática. De la hipótesis H₅ se obtienen informaciones del aprendizaje en la etapa de formación de la acción en la forma material; las hipótesis H₆ y H₇ están relacionadas con las etapas formación de la acción en forma verbal externa y formación de la acción en forma verbal externa para sí, e interna respectivamente.

3.2 Planificación del estudio de caso del semestre 2008.2

En el segundo semestre se realizó un estudio de caso para profundizar en el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema y buscar nuevos elementos para poder comprender mejor la transformación de la actividad de situaciones problema desde su forma material, externa hasta mental, interna. El estudio de caso en profundidad, permitió mejorar el cuerpo teórico de la actividad de situaciones problema en Matemática. Seguidamente presentamos en la tabla 7 el esquema desarrollado:

Tabla 7. Técnicas e instrumentos	
Observación	Pruebas de lápiz y papel
Cuestionario	Guía-protocolo del cuestionario
Entrevista al profesor	Guía protocolo de la entrevista

La investigación continua siendo del tipo mixta, su alcance es explicativo, se tiene un único grupo con el que se trabajó la fase de observación con las mismas características del grupo experimental del semestre anterior, pero con la excepción de que no existe comparación con otro grupo y se busca el trabajo en profundidad, dentro del propio grupo. El estudio de caso es simbolizado por G_3 (ver figura 12 y tabla 8). Las características cualitativas y por fases son idénticas a las tratadas en el semestre 2008.1, sin embargo, fue realizada una entrevista al profesor que trabajó en el estudio de caso.

G_3 O_9 X_{E1} X_{E2} O_{10} X_{E3} O_{11} X_{E4} X_{E5} O_{12}
 Figura 12. Planificación del semestre 2008.2

Tabla 8. Planificación del estudio de caso									
Fase I		Fase II			Fase III		Fase IV		
G_3	O_9	X_{E1}	X_{E2}	O_{10}	X_{E3}	O_{11}	X_{E4}	X_{E5}	O_{12}
↕			↕			↕		↕	
D			E, D, M, P			E, D, M, P		E, D, M, P	

Un elemento importante a considerar es la comparación O_9 vs O_{10} vs O_{11} vs O_{12} .

3.3 Planificación de prueba, intragrupo e intergrupo

A continuación se lleva a cabo una descripción detallada de la planificación de la investigación de las pruebas, relación dentro del grupo y entre grupos.

3.3.1 Prueba

En la investigación se realizan las pruebas (preprueba y posprueba) en los grupos G_1 , G_2 y G_3 ; en cada grupo son efectuadas cuatro pruebas que se muestran en las figuras 8 y 12. Las prepruebas o pospruebas $O_i, \forall i = 1 \dots 12$ describen el aprendizaje del grupo en la ASP en Matemática y es medido por la media del aprendizaje individual representado por la variable $Y_j, \forall i = 1, \dots, n$, donde n representa la cantidad de alumnos. Por cada preprueba y posprueba ($O_i, i = 1, \dots, 12$) serán recolectadas por cada alumno las medidas del sistema de acciones (Y^1, Y^2, Y^3, Y^4) y el aprendizaje en la actividad de situaciones en Matemática Y_j , que es medido en una escala de 4 hasta 20 y de sus dimensiones Y^1, Y^2, Y^3 e Y^4 es de 1 hasta 5. Se puede concluir que las prepruebas y pospruebas se denotan por $O_i = \overline{Y_j}$ (media) y el aprendizaje por

$$Y_j = Y_j^1 + Y_j^2 + Y_j^3 + Y_j^4, \forall i = 1 \dots 12, \forall j = 1 \dots n$$

Tomando como base la distribución de aprendizaje individual (Y) y nivel de formación del sistema de acciones (Y^1, Y^2, Y^3, Y^4), se hará un análisis descriptivo del grupo utilizando los elementos estadísticos mediana, moda, desviación estándar, varianza, puntuaciones más altas y bajas, rango. En las prepruebas O_1, O_5 y O_9 serán analizadas las hipótesis descriptivas H_2 y H_3 .

En el grupo experimental y en el estudio de caso cada estímulo o la nueva metodología está asociado a una de las etapas de la formación de las acciones mentales ($X_{E_1}, X_{E_2}, X_{E_3}, X_{E_4}, X_{E_5}$), posteriormente a los estímulos será analizada la influencia de cada etapa en el aprendizaje, a través de las variables cualitativas de la investigación.

Utilizando las puntuaciones z a través de las prepruebas y pospruebas, se verificará el avance dentro del grupo en el aprendizaje en la ASP del grupo experimental, de control y en el estudio de caso.

Dado el aprendizaje en la ASP de los grupos en cada fase, la puntuación z por cada alumno se calculó por la fórmula $Z = \frac{Y_j - \bar{Y}}{S}$, $\forall j = 1 \dots n$, donde \bar{Y} y S son las medias y dispersiones correspondiente al grupo coherente a la puntuación z que se esté calculando. El símbolo Z_1 corresponde al conjunto del procesamiento de los cálculos de las puntuaciones z en relación a la prueba O_1 y así sucesivamente para Z_2 hasta Z_{12} (ver tablas 9 y 10)

Tabla 9 Planificación de las puntuaciones z en los grupos G_1 y G_2				
	Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV
G_1	O_1	O_2	O_3	O_4
	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
G_2	O_5	O_6	O_7	O_8
	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8

Tabla 10. Planificación de las puntuaciones z del grupo G_3				
	Fase I	Fase II	Fase III	Fase IV
G_3	O_9	O_{10}	O_{11}	O_{12}
	Z_9	Z_{10}	Z_{11}	Z_{12}

3.3.2 Intragrupo e intergrupo

En el análisis intragrupo es utilizado gráficos para ilustrar el avance en el desempeño en la ASP en matemática. También es realizado comparaciones entre las medias en las diferentes fases, en el grupo experimental O_1 vs O_2 vs O_3 vs O_4 , el grupo de control O_5 vs O_6 vs O_7 vs O_8 y en el estudio de caso O_9 vs O_{10} vs O_{11} vs O_{12} . Será utilizado teste de Wilcoxon - Mann - Whitney² comparando O_1 vs O_4 y O_5 vs O_8 para conocer cuánto avanzaron en el aprendizaje de resolución de problemas el grupo experimental y de control respectivamente

Tendrá dos momentos el análisis intergrupo, primero es ejecutado entre el grupo G_1 y G_2 la comparación del desempeño del aprendizaje en la mismas fases a través del

² Por conveniencia se estará llamando teste de Wilcoxon

teste Wilcoxon (O_1 vs O_5 , O_2 vs O_6 , O_3 vs O_7 , O_4 vs O_8) y en segundo momento son comparados los tres grupos G_1 , G_2 y G_3 en relación a la medias del desempeño en cada fase (O_1 vs O_5 vs O_9 , O_2 vs O_6 vs O_{12} , O_3 vs O_7 vs O_{11} , O_4 vs O_8 vs O_{12}). Los datos cuantitativos están acompañados del análisis de las variables cualitativas para poder encontrar las explicaciones del proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problema.

3.4 Planificación por fases.

Es conveniente recordar que la investigación está formada por cuatro fases, la primera fase está relacionada con el nivel de partida de los alumnos en la formación de las acciones y cada fase de la dos hasta la cuatro es correspondida con las etapas de formación de las acciones mentales. A continuación se hará una descripción detallada de cada una de las fases que a su vez están divididos en cuatro partes.

En la fase uno en la primera parte (ver figura 13) a través de la variable cualitativa D “dirección del proceso de estudio” el profesor debe formular el objetivo de enseñanza que está formado por el sistema de las cuatro acciones con sus operaciones de la ASP en Matemática, además debe tener un conocimiento profundo para poder concientizar a los alumnos. Las informaciones sobre el objetivo de enseñanza son tomadas de la variable D^1 “objetivo de la enseñanza”.

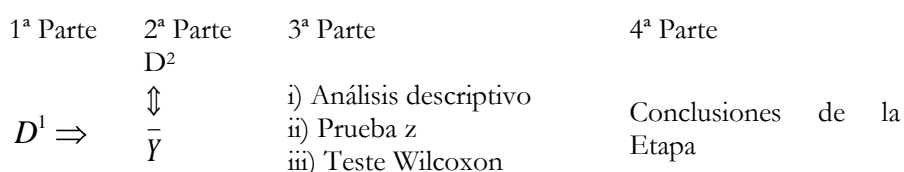


Figura 13. Descripción de la fase uno

En la segunda parte se determinan los conocimientos previos de la ASP de Matemática. Se precisa si los alumnos tienen la formación de las acciones de la ASP en Matemática. A través de la variable D^2 “estado de partida del proceso de estudio” se verifica si el profesor prepara los instrumentos de acuerdo a los objetivos de enseñanza; utilizando la variable cuantitativa Y (O_1 , O_5 y O_9) se determina el

aprendizaje en la ASP en Matemática, así como del sistema de acciones (Y^1, Y^2, Y^3, Y^4). Además se trabaja con las hipótesis H_2, H_3 y H_4 .

En la parte tres se realiza un análisis descriptivo sobre el aprendizaje en las ASP en Matemática y de su respectivo sistema de acciones. Utilizando el teste Wilcoxon se probará la hipótesis H_4 y la prueba z para hacer comparaciones relacionadas con el avance de los alumnos dentro del grupo. En la última parte de la primera fase se realizaron conclusiones parciales.

En la figura 14 se muestra la estructura de las fases dos hasta la cuatro, como sus cuatro partes. Como se había comentado, cada fase se corresponde con etapas de la formación de las acciones mentales. En la primera parte se relaciona con la etapa de identificación de la variable E^i , también se recogen informaciones en este momento sobre la etapa motivacional representada por E^0 .

Las variables D^3, D^4 y D^5 controlan la calidad metodológica y trabajan en un proceso cíclico entre ellas. En la variable D^3 “estado del proceso de asimilación” el profesor debe planificar y actuar de acuerdo con la etapa del proceso que corresponde en la fase. Las variables D^4 “retroalimentación” verifica si el profesor recoge las informaciones necesarias del proceso de estudio para posteriormente hacer las correcciones a través de la variable D^5 “corrección”.

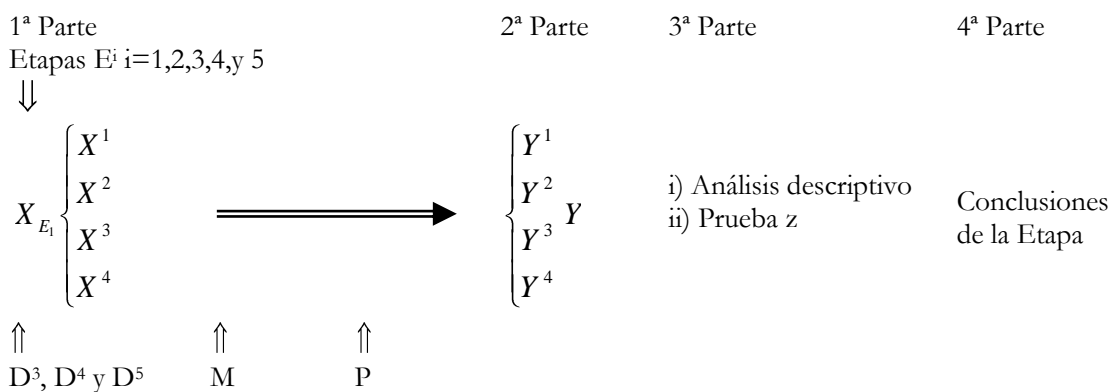


Figura 14. Descripción de la fase dos hasta cuatro

A través de las variable M “motivación” y P “sistema de computación algebraica” se podrán encontrar informaciones en la etapa sobre la motivación y la utilización del sistema de computación algebraica “Derive”, en la etapa correspondiente de la formación de las acciones mentales.

En la segunda parte se recogen informaciones sobre el aprendizaje del grupo en la ASP en Matemática (Y), con sus respectivas acciones (Y^1, Y^2, Y^3, Y^4), para posteriormente en la tercera parte se aplicará el teste Wilcoxon para probar las hipótesis H_5, H_6, H_7 de la investigación combinado con un análisis estadístico descriptivo y por último se realiza un resumen al final de cada fase.

4 DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA

El presente trabajo tiene como unidad de análisis a los alumnos de los grupos experimental y de control del semestre 2008.1 y a los alumnos del único grupo del semestre 2008.2 del curso de Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, en la asignatura de Álgebra Lineal y los profesores de los grupos que trabajan en la referida asignatura.

En la unidad de análisis de los alumnos se recogieron datos de todas las variables. En cuanto de la unidad de análisis profesor, solamente se llevó a cabo la toma de información de las variables dirección del proceso de estudio (D) y formación por etapas de las acciones mentales (E).

La población de la investigación son los alumnos del curso de Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia en la asignatura de Álgebra y los profesores que trabajan en dichos grupos. La muestra es no probabilística porque depende de la planificación de la Facultad Actual de la Amazonia, del número de grupos y alumnos que deben entrar por semestre, también depende de si los alumnos obtienen las calificaciones exigidas para su ingreso. Los profesores son del área de Matemática que trabajan en dicha institución y que fueron seleccionados para tal desempeño.

La población y la muestra en la investigación coinciden, en el semestre 2008.1 fue de 26 alumnos que fueron divididos en dos grupos de 13 alumnos en el horario vespertino en la asignatura de Álgebra Lineal del curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia. La técnica utilizada para la creación de los grupos fue de emparejamiento, utilizando como criterio el nivel que poseían en el aprendizaje de resolución de problemas en Matemática. La muestra en el semestre

2008.2 se constituyó con único grupo vespertino de 11 alumnos de la misma asignatura.

El profesor del grupo experimental (2008.1) y de estudio de caso (2008.2) es Doctor en Física con más de 30 años de experiencia como profesor universitario, quien también ha trabajado en varias ocasiones la asignaturas Matemática. El profesor del grupo de control (2008.1) y autor de la tesis, es licenciado en Matemática y con maestría en Informática en la Educación, profesor universitario por más 20 años de las universidades cubanas: Instituto Superior Pedagógico de Matanzas y de la Universidad de Matanzas, actualmente profesor de la Universidad Federal de Roraima, Brasil.

5 INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN

En la investigación son utilizadas tres técnicas de recogidas de datos, la observación, el cuestionario y la entrevista que serán expuestos a continuación.

5.1 Observación

El marco metodológico en el que hemos situado la investigación, demanda el empleo de métodos, técnicas e instrumentos que coadyuven a la recogida de datos e interpretación de los mismos.

La observación directa, próxima a la considerada observación participativa, centrada en notas de campo, informes, pruebas de lápiz y papel, ha sido considerada esencial en la investigación realizada, porque se adecúa al ámbito de conocimiento, evitando el reduccionismo y la contextualización inadecuadas. El tipo de observación realizada se ajusta al concebido como directo, pero su frecuencia e intensidad reviste rasgos próximos a la participativa como hemos mencionado anteriormente.

En una primera fase, ha sido menos formal que formal, identificándose situaciones de observación específicas y describiendo sucesos que acontecen en el grupo. En una segunda fase, se tornó más formal y categorial, completándose las notas con el

estudio y aplicación minuciosa de pruebas de lápiz y papel creadas y diseñadas al efecto.

Entendemos en síntesis, que la observación siguiendo a Silva y Edna (1986), es tanto una interrogación que mejora la acción, dando nuevas preguntas valiosas que impulsan la investigación, como un método complejo, síntesis de paradigmas, que facilita la adquisición de un conocimiento fundamentado.

En la investigación, la observación es utilizada mediante un sistema de indicadores previos en base a las hipótesis formuladas, que nos permite la comprobación atenta de los fenómenos, a través del acercamiento del investigador a determinados estratos del proceso investigador, particularmente, profesores y estudiantes (Imbernón, 2002). La intención fundamental con la observación, ha sido obtener de los sujetos sus significados sobre la realidad que viven y cómo organizan los procesos de aprendizaje. Se han utilizado fundamentalmente pruebas de lápiz y papel, que nos han permitido ir conociendo el proceso de aprendizaje de forma rigurosa y minuciosa. Por otro lado se ha diseñado una guía de observación por cada una de las etapas de las acciones mentales (E), dirección del proceso de estudio, el programa de computación algebraica (P) y motivación (M).

En cada variable son definidas las dimensiones y a su vez los indicadores que la componen. En la variable aprendizaje de la ASP de sistema de ecuaciones lineales (Y), la definición conceptual es la capacidad de resolver situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales de la asignatura Álgebra Lineal. La definición operacional es la medición cuantitativa para resolver situaciones problema en Matemática de la asignatura de Álgebra Lineal y la transferencia para nuevas situaciones. La medición cuantitativa está dada por uno (muy mal), dos (mal), tres (regular), cuatro (bien) y cinco (muy bien).

En cada dimensión existe un indicador como criterio de aprobación, o sea, es considerado el conocimiento mínimo que debe saber el alumno. Si él tiene solamente correcto este indicador de aprobación obtiene calificación de tres, si todos los indicadores están incorrectos obtiene calificación de uno, si todos los indicadores están correctos obtiene calificación de cinco, si el indicador de aprobación está incorrecto o parcialmente incorrecto pero existen otros indicadores correctos o

parcialmente correctos, obtiene la calificación de dos y por último el alumno obtiene calificación de cuatro si el indicador de aprobación está correcto, pero existe por lo menos otro indicador que está parcialmente correcto, es decir, existen algún error o están faltado elementos.

La variable Y “aprendizaje de la ASP”, como se había mencionado, está formada por cuatro dimensiones Y^1 , Y^2 , Y^3 e Y^4 . En la dimensión Y^1 , “nivel de la acción comprender el problema” se define los siguientes indicadores: i) ¿el alumno extrajo los datos del problema?; ii) ¿el alumnos determina las condiciones del problema? y iii), ¿el alumno determina el (los) objetivo (s) del problema? El criterio de aprobación es el ítem iii).

Los indicadores de la dimensión Y^2 “nivel de la acción construir el sistema de ecuaciones lineales” son: i) ¿el alumno determina las variables e incógnitas?; ii) ¿el alumno nomina las variables e incógnitas con sus unidades de medidas?; iii) ¿el alumno construye el sistema de ecuaciones lineales a partir de las variables e incógnitas y condiciones? y iv), ¿el alumno realiza el análisis de las unidades de medidas de cada ecuación del sistema? El indicador iii) es el criterio de aprobación.

En la dimensión Y^3 “nivel de la acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales”, los indicadores son: i) ¿el alumno selecciona el método de Gauss para resolver el sistema de ecuaciones lineales?; ii) ¿el alumno utiliza el SCA “Derive” y con los comandos que permite la solución del sistema de ecuaciones lineales a través del método de Gauss? y iii), ¿el alumno soluciona el sistema de ecuaciones lineales utilizando el SCA “Derive”? Se utiliza como criterio de aprobación el ítem ii).

En la última dimensión Y^4 “nivel de la acción para interpretar la solución del sistema de ecuaciones lineales”, los indicadores son: i) ¿el alumno interpreta la solución del sistema de ecuaciones?; ii) ¿el alumno da respuesta a las soluciones obtenidas del sistema de ecuaciones lineales definiendo cuáles tienen relación con el objetivo del problema?; iii) ¿el alumno da respuesta al (los) objetivo (s) del problema?; iv) ¿el alumno realiza un informe sobre el (los) objetivo (s) del problema, tomando como criterio las ecuaciones y/o las variables del sistema de

ecuaciones lineales?; v) ¿el alumno a partir de los sistemas de ecuaciones lineales que tengan soluciones infinitas, restringen las soluciones a un conjunto finito de acuerdo a las condiciones del problema? ¿Si el sistema no tiene solución, reformulan el problema con sus condiciones de tal forma que se convierta en un problema soluble? Como criterio de aprobación es utilizado el ítem iii).

La variable Y es medida como la suma de las dimensiones Y^1 , Y^2 , Y^3 e Y^4 , o sea, $Y = Y^1 + Y^2 + Y^3 + Y^4$; el valor mínimo es cuatro y el máximo de veinte puntos.

La variable cualitativa (E) “etapas de la formación de las acciones mentales”, es la rectora entre las variables. Las dimensiones de esta variables son: i) etapa motivacional (E^0); ii) elaboración de la BOA (E^1); iii) formación de la acción en forma material o materializada (E^2); iv) formación de la acción en forma verbal externa (E^3); v) formación de la acción en el lenguaje externo, para sí (E^4) y vi), formación de la acción en el lenguaje interno (E^5).

Los indicadores de la dimensión E^0 son: i) ¿los problemas son parte de experiencias concretas o de ejemplos de la vida real accesible a los alumnos?; ii) ¿los problemas son accesibles a los alumnos?; iii) ¿el alumno presta atención a la presentación de los problemas?; iv) ¿el alumno hace preguntas al profesor sobre los problemas? E y v), ¿el alumno intenta encontrar solución al problema?

Los indicadores de la dimensión E^1 son: i) ¿el profesor plantea correctamente el objeto de estudio de la ASP de sistema de ecuaciones lineales a los alumnos?; ii) ¿el profesor plantea correctamente el objetivo de la enseñanza de la ASP de sistema de ecuaciones lineales a los alumnos?; iii) ¿el profesor utiliza la BOA de tipo tres con todos sus elementos con los alumnos en la ASP del sistema de ecuaciones lineales?

En las dimensiones E^2 , E^3 , E^4 , E^5 los indicadores son los mismos: i) ¿cómo es el nivel de formación de la acción en los alumnos de acuerdo con la etapa?; ii) ¿cómo es el nivel de formación del carácter desplegado de la acción en los alumnos?; iii) ¿cómo es el nivel formación del carácter generalizado de la acción en los alumnos? y iv), ¿cómo es el nivel formación del carácter asimilado de la acción en los alumnos?

Ver en la figura 15 la guía para la observación de la formación por etapas de las acciones mentales.

<p>Fecha: __/__/____: Hora: _____. Fase: ____.</p> <p>Lugar: _____</p> <p>Tema:</p> <p>1) Etapa motivacional (E⁰)</p> <p>i) ¿los problemas son parte de experiencias concretas o de ejemplos de la vida real accesible a los alumnos?;</p> <p>ii) ¿los problemas son accesibles a los alumnos?</p> <p>iii) ¿el alumno presta atención a la presentación de los problemas?</p> <p>iv) ¿el alumno hace preguntas al profesor sobre los problemas?</p> <p>v), ¿el alumno intenta encontrar solución al problema?</p> <p>2) Elaboración de la BOA (E¹)</p> <p>i) ¿el profesor plantea correctamente el objeto de estudio de la ASP de sistema de ecuaciones lineales a los alumnos?</p> <p>ii) ¿el profesor plantea correctamente el objetivo de la enseñanza de la ASP de sistema de ecuaciones lineales a los alumnos?</p> <p>iii) ¿el profesor utiliza la BOA de tipo tres con todos sus elementos con los alumnos en la ASP de sistema de ecuaciones lineales?</p> <p>3) Formación de la acción en forma material o materializada (E²)</p> <p>i) ¿cómo es el nivel de formación de la acción en los alumnos de acuerdo con la etapa?</p> <p>ii) ¿cómo es el nivel de formación del carácter desplegado de la acción en los alumnos?</p> <p>iii) ¿cómo es el nivel formación del carácter generalizado de la acción en los alumnos?</p> <p>iv) ¿cómo es el nivel formación del carácter asimilado de la acción en los alumnos?</p> <p>4) Formación de la acción en forma verbal (E³)</p> <p>i) ¿cómo es el nivel de formación de la acción en los alumnos de acuerdo con la etapa?</p> <p>ii) ¿cómo es el nivel de formación del carácter desplegado de la acción en los alumnos?</p> <p>iii) ¿cómo es el nivel formación del carácter generalizado de la acción en los alumnos?</p> <p>iv) ¿cómo es el nivel formación del carácter asimilado de la acción en los alumnos?</p> <p>5) Formación de la acción en el lenguaje externo, para sí (E⁴).</p> <p>i) ¿cómo es el nivel de formación de la acción en los alumnos de acuerdo con la etapa?</p> <p>ii) ¿cómo es el nivel de formación del carácter desplegado de la acción en los alumnos?</p> <p>iii) ¿cómo es el nivel formación del carácter generalizado de la acción en los alumnos?</p> <p>iv) ¿cómo es el nivel formación del carácter asimilado de la acción en los alumnos?</p> <p>6) Forma de la acción en forma verbal externo (E⁵)</p> <p>i) ¿cómo es el nivel de formación de la acción en los alumnos de acuerdo con la etapa?</p> <p>ii) ¿cómo es el nivel de formación del carácter desplegado de la acción en los alumnos?</p> <p>iii) ¿cómo es el nivel formación del carácter generalizado de la acción en los alumnos?</p> <p>iv) ¿cómo es el nivel formación del carácter asimilado de la acción en los alumnos?</p> <p>Observaciones:</p>

Figura 15. Guía para la observación de la formación por etapas de las acciones mentales (E).

La variable cualitativa dirección del proceso de estudio (D) será medida a través de sus dimensiones: i) objetivo de la enseñanza (D¹); ii) estado de partida del proceso dirigido (D²); iii) estados del proceso de asimilación (D³); iv) retroalimentación (D⁴) y v), corrección (D⁵).

Para la dimensión objetivo de la enseñanza (D^1) se utilizaron los indicadores: i) ¿el profesor formula y domina el sistema de acciones de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?; ii) ¿el profesor determina el grado de conocimiento de los alumnos sobre los objetivos de la ASP de sistema de ecuaciones lineales? y iii), ¿el profesor formula y domina el objetivo de la enseñanza de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?

En la dimensión D^2 los indicadores son: i) ¿es determinado el nivel de conocimiento de la resolución del sistema de ecuaciones lineales? y ii), ¿es determinado el nivel formación de las acciones de ASP de sistema de ecuaciones lineales?

La definición de los indicadores de la dimensión D^3 son: i) ¿el profesor planifica la transformación de la ASP de sistema de ecuaciones lineales de externa a interna?; ii) ¿el profesor garantiza todas las etapas de la transformación de la ASP de sistema de ecuaciones lineales de externa a interna? y iii), ¿el profesor utiliza los métodos correctos que garantice cada etapa del proceso de asimilación de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?

En la cuarta dimensión D^4 los indicadores son: i) ¿verificar si se planifica la ASP de sistema de ecuaciones lineales con todos sus elementos; ii) ¿verificar el cumplimiento del objetivo de enseñanza?; iii) ¿el estudiante realiza el sistema de acciones de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?; iv) ¿es implementado correctamente el sistema de acciones? y v), ¿en cada etapa de asimilación la forma de la acción y las características de la acción son correctas?

En la última dimensión D^5 los indicadores son: i) ¿las informaciones obtenidas de la retroalimentación son utilizadas para corregir el proceso? y ii), ¿son realizadas reuniones con regularidad (mensuales y una de carácter semestral) para corregir el proceso de estudio? Ver en la figura 16 la guía para la observación del proceso de estudio.

<p>Fecha: __/__/____: Hora: _____. Fase: ____.</p> <p>Lugar: _____</p> <p>Profesor: _____</p> <p>Temas</p> <p>1) Objetivo de la enseñanza (D¹).</p> <p>i) ¿el profesor formula y domina el sistema de acciones de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?</p> <p>ii) ¿el profesor determina el grado de conocimiento de los alumnos sobre los objetivos de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?</p> <p>iii) ¿el profesor formula y domina el objetivo de la enseñanza de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?</p> <p>2) Estado de partida del proceso dirigido (D²)</p> <p>i) ¿es determinado el nivel de conocimiento de la resolución del sistema de ecuaciones lineales?</p> <p>ii) ¿es determinado el nivel formación de las acciones de ASP de sistema de ecuaciones lineales?</p> <p>3) Estado del proceso asimilación (D³)</p> <p>i) ¿el profesor planifica la transformación de la ASP de sistema de ecuaciones lineales de externa a interna?</p> <p>ii) ¿el profesor garantiza todas las etapas de la transformación de la ASP de sistema de ecuaciones lineales de externa a interna?</p> <p>iii) ¿el profesor utiliza los métodos correctos que garantice cada etapa del proceso de asimilación de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?</p> <p>4) Retroalimentación (D⁴)</p> <p>i) ¿verificar si se planifica la ASP de sistema de ecuaciones lineales con todos sus elementos</p> <p>ii) ¿verificar el cumplimiento del objetivo de enseñanza?</p> <p>iii) ¿el estudiante realiza el sistema de acciones de la ASP de sistema de ecuaciones lineales?</p> <p>iv) ¿es implementado correctamente el sistema de acciones?</p> <p>v) ¿en cada etapa de asimilación la forma de la acción y las características de la acción son correctas?</p> <p>5) Corrección (D⁵).</p> <p>i) ¿las informaciones obtenidas de la retroalimentación son utilizadas para corregir el proceso?</p> <p>ii) ¿son realizadas reuniones con regularidad (mensuales y una de carácter semestral) para corregir el proceso de estudio?</p> <p>Observaciones:</p>

Figura 16. Guía para la observación del proceso de estudio (D)

La dimensión de la variable P se corresponde con el sistema de computación algebraica "Derive" y los indicadores son: i) habilidad de los alumnos en el dominio del programa Derive; ii) habilidad de los alumnos en la utilización del Derive para resolver los modelos que conducen a sistemas de ecuaciones lineales y iii), habilidad de los alumnos en la utilización del Derive en la acción interpretar la solución. Ver en la figura 17 la guía para la observación de la variable sistema de computación algebraica.

<p>Fecha: __/__/____: Hora: _____. Fase: ____.</p> <p>Lugar: _____</p> <p>Profesor: _____</p> <p>Temas</p> <p>i) habilidad de los alumnos en el dominio del programa Derive</p> <p>ii) habilidad de los alumnos en la utilización del Derive para resolver los modelos que conducen a sistemas de ecuaciones lineales</p> <p>iii) habilidad de los alumnos en la utilización del Derive en la acción interpretar la solución.</p> <p>Observaciones:</p>

Figura 17. Guía para la observación del sistema de computación algebraica (P)

En la dimensión de la variable motivación (M) los indicadores son: i) ¿antes de iniciarse la resolución de problemas, muestra interés el alumno por emprender este tipo de actividad?; ii) ¿muestra interés el alumno por el carácter desplegado de las acciones?; iii) ¿el alumno ve los errores como algo natural y como un punto de partida para aprender?; iv) ¿el alumno ante la incertidumbre de los resultados ve los problemas como un desafío? Y v), ¿el alumno se esfuerza por cumplir el objetivo de la enseñanza?

Ver en la figura 18 la guía para la observación sobre la motivación de los alumnos en la ASP de sistema de ecuaciones lineales

Fecha: __/__/____: Hora: _____. Fase: ____.
Lugar: _____
Profesor: _____
Temas
i) ¿antes de iniciarse la resolución de problemas, muestra interés el alumno por emprender este tipo de actividad?
ii) ¿muestra interés el alumno por el carácter desplegado de las acciones?
iii) ¿el alumno ve los errores como algo natural y como un punto de partida para aprender?
iv) ¿el alumno ante la incertidumbre de los resultados ve los problemas como un desafío?
v) ¿el alumno se esfuerza por cumplir el objetivo de la enseñanza?
Observaciones:

Figura 18. Guía para la observación sobre la motivación de los alumnos en la ASP de sistema de ecuaciones lineales (M)

5.1.1 Pruebas de papel y lápiz por fases.

Presentamos una descripción general de cada prueba de papel y lápiz aplicada en cada fase, sin embargo, los detalles pueden ser encontrados en los anexos. A las pruebas de papel y lápiz se le llamarán instrumento uno a los aplicados en la fase uno y así sucesivamente instrumento cuatro para la fase cuatro.

El instrumento que mide el aprendizaje de la actividad resolución de problemas es considerado el instrumento principal y se aplica en cada fase como prueba escrita u oral. En la fase uno el instrumento tiene como objetivo medir el conocimiento inicial de los alumnos en la actividad de situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales.

En la tabla 11 se presenta un resumen del instrumento uno aplicado en el primero y segundo semestre del año 2008 y siendo utilizada la siguiente leyenda: “—” ausencia de preguntas sobre la acción en el problema, “X” presencia de informaciones en el problema sobre la acción; “?” se pregunta sobre la acción en el problema; “|” la barra será utilizada cuando no coincide el tratamiento de las acciones en ambos semestres, lo que está antes de la barra corresponde al semestre 2008.1 y posterior al semestre 2008.2. Detalles pueden ser encontrados en el anexo 5.

A través de las preguntas se determinada el nivel de formación de cada acción, Y^1 nivel de formación de la acción de comprender el problema; Y^2 nivel de formación de la acción construir el sistema de ecuaciones lineales, Y^3 nivel de formación de la acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales e Y^4 nivel de formación interpretar la solución.

La pregunta uno tiene el objetivo de determinar las habilidades de los alumnos en la resolución del sistema de ecuaciones lineales; en la pregunta dos son dadas informaciones sobre la primera, segunda y tercera acción y se deben responder preguntas sobre la cuarta acción, pero con la excepción de la prueba del segundo semestre, que fueron acrecentadas preguntas sobre la primera acción. La tercera pregunta se caracteriza porque el alumno recibe el problema con incisos a responder direccionados a las cuatros acciones, y por último, la pregunta cuatro se diferencia de la anterior en que en ella no se presentan incisos direccionados a dar respuestas sobre las acciones.

Tabla 11. Resumen de las características del instrumento uno de los semestre 2008.1 y 2008.2

	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Contexto del problema
Pregunta uno	—	—	?	—	Resolver un sistema de ecuaciones lineales sin contexto.
Pregunta dos	X ?	X	X	?	Determinar unidades de productos con las condiciones de tiempo de fabricación y precios de ventas
Pregunta tres	?	?	?	?	Cantidad de hectáreas a producir con restricciones financiera.
Pregunta cuatro	?	?	?	?	Determinar cantidad de monedas condicionada a un total de dinero y relación entre ellas.

Características Generales

- Problemas del tipo heurísticos.
- Todos los sistemas de ecuaciones lineales tienen solución única
- No es utilizado el programa de computación algebraica “Derive” para la solución del sistema de ecuaciones lineales.
- En la tercera pregunta se induce a través de preguntas las cuatro acciones
- En la cuarta pregunta no se induce las acciones.
- A partir de la evaluación se formaran el grupo experimental y de control.

En este instrumento los alumnos no tienen auxilio del programa Derive para resolver el sistema de ecuaciones lineales, ya que todavía no conocen este tipo de programa. En las preguntas tres y cuatro, el aprendizaje en la resolución de problemas se calcula por la suma de los resultados de las acciones, mientras que las preguntas uno y dos, tienen como objetivo conocer el nivel de formación de la tercera y cuarta acciones respectivamente.

En las tablas 12 y 13 se observa un resumen de las características del instrumento dos correspondiente a la fase dos, ver detalles en el anexo 6.

En la pregunta uno el alumno recibe informaciones sobre el problema, obtiene el sistema de ecuaciones lineales y resuelve dicho sistema, ofreciendo las respuestas pertinentes. En la pregunta dos el alumno obtiene informaciones sobre los datos, sobre las condiciones del problema y sobre el sistema de ecuaciones lineales con su solución, por lo que debe responder lo que se solicita, demostrando conocimientos acerca de los objetivos trazador por el profesor. En este sentido, durante el segundo semestre se constató el nivel de interpretación de las preguntas relativas al sistema de ecuaciones.

En las pregunta tres y cuatro, el alumno solamente recibe las informaciones sobre el problema y debe responder a las cuatros acciones.

Las preguntas tres y cuatro de ambos semestres tienen características parecidas y son utilizadas para comparar el estado en que se desenvuelven los grupos experimental, control y de estudio de caso.

Tabla 12. Resumen de las características del instrumento dos del semestre 2008.1

	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Contexto del problema
Pregunta uno	X	X	?	?	Producción de unidades, consumo de materias primas.
Pregunta dos	X	X	X	?	Mezcla para la composición de producto incluyendo el costo.
Pregunta tres	?	?	?	?	Hectáreas a ser cultivadas envolviendo producción y costos.
Pregunta cuatro	?	?	?	?	Ejercicios físicos con la intención de quemar calorías.

Características

- Los problemas son del tipo heurísticos.
- Todos los sistemas de ecuaciones lineales tienen única solución.
- Es utilizado el programa de computación algebraica “Derive” para la solución del sistema de ecuaciones lineales.
- En la tercera pregunta no se inducen las acciones.
- En la cuarta pregunta se inducen las cuatro acciones.
- Las preguntas tres y cuatro son comunes para el grupo experimental y de control

Tabla 13. Resumen de las características del instrumento dos del semestre 2008.2

	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Contexto del problema
Pregunta uno	X	X	?	?	Mezcla para la composición de un producto.
Pregunta dos	?	X	X	?	Producción, Receta y Costo.
Pregunta tres	?	?	?	?	Producción, consumo de dos tipos de materia prima.
Pregunta cuatro	?	?	?	?	Flota de ómnibus, costo por la compra y mantenimiento mecánico.

Características

- Los problemas son del tipo heurísticos.
- Todos los sistemas de ecuaciones lineales tienen única solución.
- Es utilizado el programa de computación algebraica “Derive” para la solución del sistema de ecuaciones lineales.
- En la tercera pregunta no se inducen las acciones.
- En la cuarta pregunta se induce a través de preguntas en las cuatro acciones.

En el instrumento tres (fase tres) que se muestra en el anexo 7, la característica principal de los problemas es que el sistema de ecuaciones lineales tiene infinitas

soluciones, sin embargo, las soluciones se reducen a un número finito debido al contexto y condiciones en que se presentan los problemas. Un elemento importante a destacar es el papel decisivo del programa Derive, sin él es prácticamente imposible dar solución a estos problema. Los alumnos reciben menos informaciones sobre las acciones, los problemas aumentan en complejidad (ver las tablas 14 y 15).

En el semestre 2008.1 las características de las preguntas dos y tres se dirigen a que los alumnos realicen todas las acciones. En el caso de la pregunta dos, se inducen las acciones y en la pregunta tres no se implementa dicha inducción, todo lo cual se puede constatar en los instrumentos presentados con anterioridad.

En el semestre 2008.2 la pregunta uno conlleva a que el alumno realice todas las acciones y su característica es muy parecida a la pregunta dos del semestre anterior, pero contextualizada de manera diferente. La pregunta dos del primer semestre y la pregunta uno del segundo semestre, tienen la intención de comparar el desarrollo de los grupos experimental, control y el estudio de caso.

Tabla 14. Resumen de las características del instrumento tres del semestre 2008.1

	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Contexto del problema
Pregunta uno	?	—	?	?	Producción agrícola y ventas
Pregunta dos	?	?	?	?	Compra de ómnibus, capacidad de transportar pasajero y número de viajes
Pregunta tres	?	?	?	?	Producción en kilogramos, consumo de materia prima, tiempo de producción y lucro.

Características

- Los problemas son del tipo heurísticos con un nivel superior de complejidad.
- Todos los sistemas de ecuaciones lineales tienen infinitas soluciones.
- Es utilizado el programa de computación algebraica “Derive” para la solución del sistema de ecuaciones lineales.
- En la segunda pregunta se induce el sistema de acciones.
- En la tercera pregunta no se induce el sistema de acciones.
- La pregunta dos es común en el grupo experimental y de control.

Tabla 15. Resumen de las características del instrumento tres del semestre 2008.2

	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Contexto del problema
Pregunta uno	?	?	?	?	Producción, consumo de materia prima, impuestos e renta.
Pregunta dos	?	?	?	?	Lista de ejercicios.
Características					
<ul style="list-style-type: none"> • Los problemas son del tipo heurísticos con un nivel superior de complejidad. • Todos los sistemas de ecuaciones lineales tienen infinitas soluciones. • Es utilizado el programa de computación algebraica “Derive” para la solución del sistema de ecuaciones lineales. • En la primera pregunta se induce el sistema de acciones. • La segunda pregunta se corresponde con una prueba oral y se lleva a cabo mediante sorteo 					

La pregunta dos del segundo semestre se corresponde con una prueba oral. A partir de una lista de ejercicios se sortea una pregunta y los alumnos discuten oralmente con el profesor, disponiendo de una hora y treinta minutos, a fin de trabajar de forma individual y posteriormente defender el resultado de ese trabajo, ante un tribunal formado por dos profesores.

En el instrumento cuatro se sitúan preguntas (ver anexo 8) con nivel de complejidad superior a los instrumentos precedentes y los sistemas de ecuaciones lineales se presentan con infinitas soluciones. En tal sentido, se reitera que los problemas en Matemática son clasificados por las características y nivel de complejidad de los problemas con que se trabaja.

En el semestre 2008.1, en la pregunta uno (ver tabla 16) los alumnos reciben informaciones de las tres primeras acciones. En la primera de ellas, además de ofrecerse datos, se proyectan interrogantes para verificar si se comprenden realmente los problemas, y al final, el alumno debe emprender una explicación y sugerir las posibles soluciones de los problemas.

En la pregunta dos, la forma en que fue concebida la cuarta acción es similar a la de la pregunta uno, pero con la diferencia de que los alumnos no reciben informaciones sobre las tres primeras acciones.

Tabla 16. Resumen de las características del instrumento cuatro del semestre 2008.1

	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Contexto del problema
Pregunta uno	X?	X	X	?	Producción en kilogramos, receta y lucro
Pregunta dos	?	?	?	?	Producción en unidades, tiempo de producción y costo

Características

- Los problemas son clasificados como situaciones problema.
- Todos los sistemas de ecuaciones lineales tienen infinitas soluciones.
- Es utilizado el programa de computación algebraica “Derive” para la solución del sistema de ecuaciones lineales.
- En las preguntas dos no se tiene intención de inducir el sistema de acciones.
- Las preguntas tienen un nivel de complejidad, superior a las preguntas que le anteceden.
- La pregunta dos es común en el grupo experimental y de control

En la tabla 17 la única pregunta que tiene características semejantes a la pregunta dos del semestre anterior y es utilizada para comparar los grupos experimental, control y el estudio de caso.

Tabla 17. Resumen de las características del instrumento cuatro del semestre 2008.2

	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Contexto del problema
Pregunta uno	?	?	?	?	Producción en kilogramos, receta y lucro

Características

- El problema es clasificado de situaciones problema.
- El sistema de ecuaciones lineales tiene infinitas soluciones.
- Es utilizado el programa de computación algebraica “Derive” para la solución del sistema de ecuaciones lineales.
- En la pregunta no se induce el sistema de acciones.
- La pregunta tiene un nivel de complejidad superior a las preguntas que le anteceden.

5.2 Cuestionario

El cuestionario es un procedimiento técnico que sirve, para la obtención de una información, unos datos. En tal sentido, es sólo un instrumento de investigación, una técnica, como los tests o las escalas, que podrá ponerse al servicio de distintos métodos. Como tal técnica, el cuestionario posee unas características deben tenerse en cuenta: a) ausencia de manipulación o intervención por parte del investigador; b) su objetivo es obtener un conjunto de datos cuantitativos, que se pueden resumir en estadísticos, y ciertas proposiciones en dichos datos, para descubrir algunos aspectos de la población objeto de estudio; c) el principal medio de recogida de información son las preguntas a las personas, constituyendo sus respuestas a éstas los datos para el análisis estadístico

y d), la información se recoge únicamente sobre una fracción de la población, representativa de la misma, denominada muestra, cuyos elementos se determinan mediante algún diseño muestral no probabilístico, adecuado a los fines de la investigación.

Las ventajas más importantes del cuestionario radican en que (Selltiz, Johada, Deustsch, & Cook, 1976): i) es un procedimiento relativamente barato y fácil de aplicar a los sujetos; ii) su naturaleza impersonal mantiene una cierta uniformidad en las distintas aplicaciones a los individuos; iii) la garantía del anonimato facilita la libertad para la respuesta; iv) pone al sujeto en una actitud menos obligada para que la respuesta sea inmediata, ya que, habitualmente, se permite un margen de tiempo en el que se puede intelectualizar y razonar la respuesta y v), gran alcance; se puede obtener de una población numerosa abundante información. Esta extensión de información buscada suele lograrse en detrimento de la profundidad.

Por otro lado, se ha tenido en cuenta que el cuestionario tiene una serie de limitaciones que resumimos a continuación: i) puede haber errores sistemáticos en la selección de los individuos que han de contestar; ii) a pesar del gran número de preguntas que pueden hacerse también hay un límite. Además, la fatiga de los encuestados puede afectar a la fiabilidad de las respuestas y iii), cuando la investigación es extensa en sus objetivos, el proceso de encuesta suele ser lento y pesado, especialmente si se exigen sucesivas fases de aplicación.

Después de meditar sobre las ventajas y limitaciones de los cuestionarios, para realizar la tarea de elaboración de nuestro cuestionario, se presentan algunas indicaciones que se han tenido en cuenta Buendía (1997):

- i) Construir el instrumento de modo que refleje calidad, es decir, que no parezca haber sido construido sin orden y con rapidez;
- ii) Hacer el cuestionario lo más breve posible, de modo que se requiera el mínimo de tiempo para completarlo, puesto que es más probable que los sujetos contesten y devuelvan un cuestionario corto;
- iii) Redactar las preguntas del cuestionario de manera que todos puedan entenderlas. Las oraciones serán cortas y simples, utilizándose un lenguaje que no sea técnico y se ajuste al nivel de los sujetos;

- iv) Formular el cuestionario de modo que produzca respuestas que no sean ambiguas, es decir, la redacción de las preguntas no tendrá distintos significados para los sujetos;
- v) Elaborar las preguntas evitando los prejuicios que pudieran influir y orientar al sujeto hacia determinada dirección;
- vi) De un cuestionario no deberá ser engañoso a causa de supuestos implícitos, es decir, el marco de referencia para responder las preguntas deberá ser claro y uniforme para todos los sujetos.
- vii) Las alternativas de las preguntas del cuestionario deben ser exhaustivas, es decir, se expresarán todas las alternativas posibles sobre la cuestión que se solicita.
- viii) Evitar preguntas que pudieran ocasionar reacciones de desconfianza u hostilidad, es decir, no deberán poner a la defensiva a los sujetos.
- ix) Colocar las preguntas en correcto orden psicológico.
- x) Cuando se planteen preguntas generales y específicas sobre un mismo tema, presentar las generales primero.
- xi) Disponer de preguntas de manera que las respuestas puedan tabularse e interpretarse inmediatamente. Es necesario prever la forma de los datos necesaria para el análisis y asegurarse que el cuestionario producirá esos datos.
- xii) El cuestionario se debe acompañar de una carta explicativa. La carta explica el propósito y el valor del estudio y la razón por la que el sujeto fue incluido en la muestra con la intención de motivarlo para que conteste. Se considera preciso hacerle creer que va a hacer una contribución importante al estudio. Se estima conveniente dejarles la posibilidad de permanecer en el anonimato. En cualquier caso, se les aseguró que sus respuestas serían confidenciales. También se les ofreció la posibilidad de compartir los resultados del estudio con ellos si están interesados.

En resumen se puede decir que los estudios realizados mediante cuestionarios buscan una información de hechos, creencias y actitudes sociales y personales. Se puede obtener de una población numerosa abundante información, aunque esta extensión de información buscada suele lograrse en detrimento de la profundidad. Las preguntas de una encuesta suelen diseñarse para proporcionar información acerca de las variables y no para relacionar las variables entre sí, aunque la información que se obtiene puede señalar relaciones entre variables. Las razones para la utilización del cuestionario son las siguientes:

- Es una de las pocas técnicas disponibles para el estudio de las opiniones, actitudes, valores creencias y motivos.
- Muestra una gran utilidad para la obtención de información sobre fenómenos pretéritos y sobre otros que se desarrollan en situaciones inaccesibles, en todo caso inabordables, por observación directa.
- Permite, de forma poco costosa en tiempo y dinero la obtención de información generalizable de casi cualquier grupo de población.

En nuestro caso la justificación de la utilización del cuestionario se mueve en los tres tipos de razones citadas ya que se desea saber las opiniones, actitudes y valoración que hacen los estudiantes hacia la resolución de problemas en Matemática. Por ello, los cuestionarios nos han permitido una amplia recogida de información, que, aunque individualmente no sea significativa, globalmente ha de serlo por la representatividad de la muestra.

5.2.1 Construcción del cuestionario

El cuestionario se ha construido con el objetivo de medir la motivación de los estudiantes por la resolución de problemas matemáticos, representado por la variable "M". Los criterios para la elaboración del cuestionario fue: i) objetivos de la investigación; ii) selección de las dimensiones; iii) selección de los indicadores; iv) formulación de cada ítem en cada dimensión; v) validación del cuestionario y vi), elaboración final.

En la tabla 18, se encuentra la dimensión, los indicadores y los ítems de la variable motivación; en su construcción se tuvo en consideración el objetivo de la investigación, o sea, el alumno para tener resultados positivos en el aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos debe tener motivación ante los mismos. Para la elaboración y selección de los indicadores tuvimos en cuenta, dado que son descriptivo-explicativos, que reuniesen las condiciones que fuesen relevantes, comprensivos de todos los aspectos que deseamos analizar, que sean claros en la formulación sin afirmaciones muy generales o ambiguas, que fuesen concisos, y que fuesen operativos.

En la validación del cuestionario se hizo referencia a los siguientes aspectos: i) pertinencia de la/s pregunta/s para el logro del objetivo que se pretende; ii) claridad del lenguaje empleado en su redacción; c) suficiencia en el número de preguntas para el logro del objetivo y d), valoración global de la propuesta de cuestionario. En el proceso de validación del cuestionario participaron seis expertos universitarios, que siguiendo el juicio de los mismos realizaron sugerencia, modificaciones al instrumento.

Tabla 18. Elaboración del cuestionario

Variable: Motivación de los alumnos por la actividad en Matemática	
Dimensión: Motivación centrada en el aprendizaje de la actividad de situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales.	
Indicador	Ítems
Actitud ante la concepción de la asignatura	<p>Mi objetivo principal en la asignatura Algebra Lineal es:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aprender los conceptos principales con aplicación en la resolución de problema. • Aprobar la disciplina porque es pre-requisito de otra asignatura. • Otro (Especificar)
Pregunta inicial ante los problemas	<p>Al comenzar a resolver un problema me pregunto:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Puede hacerlo? • ¿Cómo puedo hacerlo? • Otro (Especificar)
Foco de la atención al realizar los problemas	<p>Cuando realizo un problema lo que más me interesa es:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los pasos intermediarios como resultado final • Resultado final • Otro (Especificar)
Concepción de los errores	<p>Ante los errores los encaro como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Un fracaso, un aspecto negativo. • Natural que puede ser ocasionado para aprender • Otro (Especificar)
Incertidumbre de los resultados	<p>Ante los resultados de los problemas los encaro como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Amenaza, peligro permanente. • Desafío • Otro (Especificar)
Tareas preferidas	<p>Mis tareas preferidas son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Que se resuelven con facilidad • Lo que hacen aprender • Otro (Especificar)
Normas de medición para la evaluación	<p>Los cumplimientos de mis tareas en la disciplina son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Flexibles • Normas rigurosas • Otro(Especificar)
Información buscada	<p>Cuando logro alcanzar mí meta lo realizo pensando en:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aumento del propio saber • Por el reconocimiento del profesor y colegas de clases. • Otro (Especificar)

Expectativas ante un nuevo desafío	<p>Ante un nuevo desafío pienso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizo mi competencia actual, si no tengo desisto • Dispuesto a realizar el esfuerzo necesario para alcanzar la meta • Otro (Especificar)
Percepción del profesor	<p>Mi percepción del profesor es:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Juez, sancionador con poder • Orientador, ayuda y accesoria • Otro (Especificar)
Actitud de la asignatura hacia su vida profesional	<p>Mi meta principal con la asignatura de Algebra Lineal es:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aprobar en la disciplina porque es un requisito para ser licenciado en sistemas de información • Resolver problemas en contextos semejantes de la vida real. • Otro. Especificar:

5.2.2 Fiabilidad

Se entiende por fiabilidad de un instrumento la capacidad del mismo para ofrecer análogos resultados, cuando se aplica en diversas ocasiones en condiciones semejantes, se entiende que un instrumento es fiable, es estable, equivalente o muestra consistencia interna.

Los métodos más utilizados para estimar la fiabilidad de un instrumento son: i) método de consistencia interna; ii) método de test-retest; iii) método de formas paralelas y v), método de las dos mitades. Como indica Fox (1987) a la hora de estimar respuestas, son aceptables correlaciones a partir de 0,70 e incluso de 0,60, en el caso que se realicen de opinión y crítica. El cálculo de la fiabilidad se ha realizado el método de consistencia interna, mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, obteniendo un alfa de 0,72.

5.3 La entrevista

Con la idea de profundizar en los datos obtenidos en la observación y el cuestionario, se utilizará la entrevista como un instrumento de exploración y diálogo entre el entrevistador y entrevistado con el fin de obtener información relevante para nuestra investigación. Se destaca como principio fundamental de la entrevista la posibilidad que ofrece a los entrevistados de expresar en su propio lenguaje su comprensión y opinión sobre el tema que les ocupa.

Cabero (2002), destaca una serie de ventajas e inconvenientes en el uso de las entrevistas, destacando por un lado la entereza de las respuestas, de los ítems, la calidad de los datos que se pueden establecer, la posibilidad de profundizar más en el objeto de estudio. Entre los inconvenientes, destaca los costes tanto económicos como humanos. También se plantean una serie de fines con los que puede usarse la entrevista: como medio de recogida de información relativa a los objetivos de la investigación, como recurso explicativo, para ayudar a identificar variables y relaciones, en conjunción con otros métodos.

La entrevista puede adaptar diferentes formas, desde entrevistas formales, que abarcan desde la entrevista formal, pasando por las menos formales, hasta la entrevista completamente informal. En nuestro caso la entrevista con único profesor, se han realizado de un modo informal, siguiendo un protocolo de entrevista como referencia, pudiendo alterarse el orden.

Por otro lado la entrevistas semiestructuradas, las consideramos como las entrevistas se enmarcan bajo temas guías, para permitir al entrevistador indagar en mayor profundidad en las áreas que le parezcan particularmente interesantes a la luz de la respuesta del entrevistado. Se optó por configurar una entrevista semiestructurada, que permitiera al entrevistador expresarse en su propio y con su propio lenguaje.

Para la elaboración de la entrevista se ha tenido presente la variable dirección del proceso de estudios (D) y sus cinco dimensiones utilizadas en la observación: i) objetivo de la enseñanza (D¹); ii) estado de partida del proceso dirigido (D²); iii) estados del proceso de asimilación (D³); iv) retroalimentación (D⁴) y v), corrección (D⁵).

Se diseñó un primer protocolo de entrevista y se sometió al juicio por expertos hasta la obtener la versión definitiva de la misma. La entrevista fue aplicada al profesor que dio clases para el grupo experimental en el primer semestre de año 2008 y al segundo semestre al estudio de caso.

Ver en la figura 19 la guía de la entrevista de la variable dirección del proceso de estudio.

Fecha: __/__/____: Hora: _____. Fase: _____.
 Lugar: _____

—
 Entrevistador (a): _____

Entrevistado (a): _____

Como profesor del curso Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia queremos agradecerle su aportación que puede realizar a esta investigación sobre la teoría de la actividad de situaciones problema.

Protocolo de la entrevista

Preguntas

- 1) ¿Cuál es el objetivo de enseñanza de la asignatura Álgebra Lineal del curso de Licenciatura en Sistemas de Información? (D¹)
- 2) ¿Expone usted explícitamente a sus alumnos el objetivo de enseñanza de la asignatura? (D¹)
- 3) ¿Verifica si los alumnos conocen el objetivo de enseñanza? ¿Cuál es el nivel de conocimientos de ellos? (D¹)
- 4) ¿Determina usted el nivel de conocimientos de los alumnos en la resolución de sistema de ecuaciones lineales? ¿Cómo cataloga los resultados que ha obtenido en este sentido? (D²)
- 5) ¿Halla usted el nivel de formación del sistema de acciones de los alumnos en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales? ¿Cómo considera el nivel de formación del sistema de acciones? (D²)
- 6) ¿Planificó la ASP de sistema de ecuaciones lineales en las etapas o fases? (D³).
- 7) ¿En su planificación se consideró la etapa de formación de las acciones mentales que corresponde? ¿Cómo? (D³).
- 8) ¿A través de qué método (s) garantiza la etapa o fase? (D³).
- 9) ¿Las características de las acciones realizadas por los alumnos se corresponde con la etapa o fase? (D⁴) De no corresponder, ¿qué se está haciendo para corregirlos? (D⁵).
- 10) ¿Los alumnos realizan correctamente las acciones de la ASP del sistema de ecuaciones lineales? (D⁴). De no realizarse, ¿cuál es la razón? ¿qué se está haciendo para corregirlo? (D⁵).
- 11) ¿Cómo está el cumplimiento del objetivo de enseñanza? (D⁴) De no cumplirse ¿qué se hará o se está haciendo para lograr dicho cumplimiento? (D⁵).
- 12) ¿Se han realizado reuniones con los alumnos para conocer los criterios y opiniones sobre el proceso de estudio? De haberse realizado ¿qué aspectos de interés fueron discutidos? (D⁵).

Observaciones

Figura 19. Guía de la entrevista de la dirección del proceso de estudio (D).

6 DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

En un momento inicial se hizo un análisis del contexto de la investigación en la Facultad Actual de la Amazonia, fue realizado en tres semestres consecutivos 2006.2, 2007.1 y 2007.2, con la aplicación de pruebas diagnósticas sobre la resolución de

problema en Matemática. Esto sirvió como un procedimiento piloto para el ajuste de los instrumentos escritos o pruebas utilizadas en la investigación.

Se pudo comprobar que los alumnos no están preparados para la resolución eficaz de problemas matemáticos y que los profesores de esa especialidad generalmente trabajan de forma empírica, sin poseer la adecuada preparación en el ámbito de la Pedagogía y de los principios de Psicología educativa.

Se realizó una revisión bibliográfica sobre las distintas formas de enseñanza y sobre esta base se seleccionó la teoría de la actividad como el fundamento teórico del proceso de enseñanza-aprendizaje, conjuntamente con los principios de resolución de problemas de Matemática de Polya. A partir de las críticas hechas por Talízina a los principios de resolución de problema de Polya, el autor elaboró su resultado atendiendo a la actividad de situaciones problema en Matemática, fundamentada en la teoría psicológica de la formación de las acciones mentales de Galperin, la metodológica dirección del proceso de enseñanza, los principios de resolución de Matemática de Polya y con el apoyo del programa de sistema de computación algebraica Derive.

Los principios de Polya sirvieron de base para la construcción del sistema de cuatro acciones que constituyen la unidad principal de la ASP en Matemática. Tomando como base la ASP en Matemática se creó la ASP del sistema de ecuaciones lineales, que se utiliza como el principio psicopedagógico de la asignatura Álgebra Lineal.

La investigación se aplicó en la asignatura del Algebra Lineal que corresponde al segundo semestre del curso de Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia. En la primera fase experimental se aplicó en 2008.1, donde fueron matriculados 26 alumnos, los que se dividieron en dos grupos (experimental y de control) de 13 alumnos cada uno, a partir de la técnica de emparejamiento. La segunda fase experimental fue aplicada en 2008.2, con 11 alumnos y se decidió realizar un estudio de caso.

El profesor que trabajó en los grupos experimental y de estudio de caso, posee amplia experiencia profesional en la enseñanza, por lo que mantuvo un alto grado de motivación en el proceso investigativo.

El profesor del grupo control es el propio autor de la investigación. La organización de las clases en 2008.1 fue de tal forma que el 50% de las clases coincidían en ambos grupos en el mismo horario. Cuando no coincidía el profesor del grupo de control y autor de la investigación, éste observaba las clases del grupo experimental para recoger informaciones del experimento. También todas las semanas ambos profesores se reunían para discutir los resultados y organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje. En el semestre 2008.2 el profesor investigador participó en todas las clases del estudio de caso y también fueron efectuadas reuniones semanalmente para analizar el proceso.

La asignatura cuenta con 60 horas / clases, distribuidas en clases de tres y dos horas, por lo general combinadas en cinco horas una semana (dos clases) y tres horas la otra (una clase). Los horarios de dos horas se encontraban reservados para actividades en el laboratorio de informática, particularmente para el trabajo con el programa Derive. Las primeras 30 horas de clases tienen relación con las fases uno y dos de la investigación, las posteriores 20 horas con la fase tres y las últimas 10 horas con la fase cuatro.

La investigación tiene como objetivo mejorar el aprendizaje en la resolución de problemas en la asignatura Álgebra Lineal y el proceso de asimilación debe pasar por las diferentes etapas de externa, material a interna mental, manteniendo una estrecha relación con las fases proyectadas por el investigador. En este capítulo, se encuentra detalles de las herramientas estadísticas y de los instrumentos a utilizar en cada fase, así como las relaciones con las etapas de la formación de las acciones mentales.

En general se aplicaron cuatro pruebas de papel y lápiz por cada grupo, una en cada fase, así como una serie de observaciones que recogen informaciones en torno a los indicadores establecidos por los instrumentos durante todo el semestre. Con relación al profesor de los grupos experimental y de estudio de caso, se llevó a cabo una entrevista. Otras informaciones se obtuvieron de las reuniones efectuadas semanalmente, de conversaciones informales y a través de la observación sistemática que tuvo lugar. Con relación a los alumnos se lograron mediante la observación, a través de conversaciones dentro y fuera del aula y la aplicación de un cuestionario.

Para la elaboración de los problemas matemáticos empleados en la investigación, se tuvo en cuenta el nivel de experiencias acumuladas por los profesores implicados en el presente trabajo. Se tuvo en cuenta el vínculo de esos problemas con actividades propias de la vida cotidiana, aunque se tomó como referencia puntos de vista e ideas que aparecen en los libros más actualizados de Algebra Lineal y Derive (Lay, 1997), (Oliveira, Cunha, & Barbieri, 2007), (Leon, 1998), (Oliveira, Cunha, & Barbieri, 2007), (Arney, 1992) y (Oliveira Duarte & Schipmann Eger, 1995).

A partir de los resultados obtenidos, se realizaron comparaciones primeramente entre el grupo experimental y el grupo de control y posteriormente se intensificó a través del estudio de caso. Al finalizar se analizan todos los datos que se alcanzaron en los semestres 2008.1 y 2008.2.

En los anexos, se presentan los instrumentos utilizados, así como los resultados obtenidos mediante la aplicación de los mismos.

CAPÍTULO IV

Presentación de los resultados

1 RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

Los resultados que seguidamente se presentan se encuentran distribuidos en tres momentos principales: el primero de esos momentos se corresponde con las pruebas aplicadas durante tres semestres, las que se distribuyeron en el segundo semestre del año 2006 (2006.2), en el primer semestre del año 2007 (2007.1) y en el segundo semestre del año 2007 (2007.2), todas destinadas a conocer el nivel del aprendizaje de los alumnos en las actividades relacionadas con las situaciones problema en Matemática. En un segundo momento, particularmente en el primer semestre del año 2008 (2008.1), se realizó un estudio con 26 alumnos distribuidos en dos grupos, uno experimental y el otro de control, cada uno con un total de 13 alumnos y por último, en el segundo semestre del año 2008 (2008.2), se llevó a cabo un estudio de caso con 11 alumnos.

1.1 Nivel de formación inicial de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática en los semestres 2006.2, 2007.1 y 2007.2

Durante tres semestres consecutivos 2006.2, 2007.1 y 2007.2, se aplicó una prueba de diagnóstico inicial por sorpresa el primer día de clase de cada semestre a los alumnos del curso de Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, con el objetivo de conocer el nivel de formación de partida de las acciones y el nivel de aprendizaje o en la actividad ante situaciones problema en Matemática.

A continuación se presenta un resumen de los resultados alcanzados en las pruebas de diagnóstico, cuyos detalles más específicos se muestran en el anexo 1 de la tesis.

La aplicación del diagnóstico de referencia se llevó a cabo con un total de 182 alumnos, 27 de ellos en el semestre 2006.2, 100 en el semestre 2007.1 y 55 en el semestre 2007.2. En los semestres 2006.2 y 2007.2, se realizó la prueba con contenidos sobre el tema sistema de ecuaciones lineales y el semestre 2007.1, con contenidos del tema de funciones.

Las características generales de la prueba diagnóstica aplicada fueron:

- a. la de ser escrita y realizada en una duración máxima de tres horas;
- b. la de aplicarse por sorpresa, o sea, sin previo aviso para los alumnos y

c. con el objetivo básico de cuantificar a través de ella el nivel de formación de un sistema de cuatro acciones y del aprendizaje de la ASP en Matemática.

Después de aplicarse los instrumentos durante los semestres 2006.2, 2007.1 y 2007.2, en la tabla 19 se puede observar el nivel medio del sistema de acciones (Y^1 , Y^2 , Y^3 , Y^4) y del aprendizaje por preguntas (Y). La acción que obtuvo mejores resultados fue la tercera referida a solucionar el modelo matemático (Y^3) que está relacionado con la resolución del sistema de ecuaciones lineales y con el cálculo de ceros de funciones, según los semestres.

A pesar de que los resultados de la realización de la acción consistente en la “resolución del modelo matemático” son los mejores que se alcanzaron, resulta curioso destacar el hecho de que para ello los alumnos requieren de habilidades que se poseen desde etapas educativas precedentes a la universitaria.

En la ejecución de la segunda acción, “construcción del modelo matemático” (Y^2), los pocos alumnos que consiguieron construir ese modelo trabajaron utilizando la técnica de ensayo y error, ya que fueron tanteando soluciones considerando las condiciones del problema. En la forma de trabajo mediante ensayo y error, el aprendizaje transcurre de manera muy lenta y por ende poco eficaz, además de ser bajos los niveles de generalización de conocimientos en los alumnos.

Tabla 19. Resumen del resultado del nivel del sistema de acciones y aprendizaje en los semestres 2006.2, 2007.1 y 2007.2

Semestre 2006.2											
P-1	P-2			P-3	P-4						
Y^4	Y^1	Y^3	Y^4	Y^2	Y^1	Y^2	Y^3	Y^4	Y		
2,74	1,33	4,04	1,52	1,89	2,52	1,93	1,89	1,52	7,85		
Semestre 2007.1 “Vespertino”											
P-1		P-2		P-3							
Y^3	Y^4	Y^3	Y^4	Y^1	Y^2	Y^3	Y^4	Y			
3,65	1,61	3,52	1,15	1,93	1,57	1,57	1,09	6,15			
Semestre 2007.1 “Nocturno”											
P-1		P-2			P-3						
Y^3	Y^4	Y^2	Y^3	Y^4	Y^1	Y^2	Y^3	Y^4	Y		
3,89	1,11	2,24	2,22	1,04	1,46	1,2	1,17	1,06	4,89		
Semestre 2007.2											
P-1	P-2					P-3					P-4
Y^3	Y^1	Y^2	Y^3	Y^4	Y	Y^1	Y^2	Y^3	Y^4	Y	Y^4
2,18	2,09	1,84	1,76	1,35	7,04	2,15	1,55	1,73	1,24	6,65	1,29

La acción primaria de “comprensión del problema” (Y^1) es fundamental, ya que cuando el alumno no ejecuta esta primera acción con calidad, resulta muy difícil poder avanzar

en las próximas acciones. Los resultados alcanzados con (Y^1) no fueron alentadores, ya que los problemas a resolver se presentaron con un bajo nivel de complejidad y sólo en cierta medida se relacionaron con la vida cotidiana de los alumnos, los que extrajeron los datos con imprecisiones y sin llegar a formular las condiciones de los problemas.

La última y cuarta acción de “interpretación de la solución” (Y^4) es la más importante, ya que el alumno tiene que conciliar las tres acciones anteriores con esta última. En los instrumentos aplicados hay preguntas que están dirigidas a la ejecución de la acción de interpretación, donde el alumno recibe informaciones detalladas sobre las tres primeras acciones y debe realizar la cuarta acción. Los resultados en este sentido no fueron satisfactorios y están expuestos en la tabla 19 que en la tesis se presenta.

Otro tipo de pregunta donde el alumno recibe informaciones sobre las dos primeras acciones posibilitó, en cierta medida, la comprensión del problema y del modelo matemático empleado, aunque no así la interpretación esencial del sentido de la solución con respecto a los problemas seleccionados en las clases.

En tal sentido, el aprendizaje en la resolución de problemas fue catalogado como bajo (Y), lo cual era de esperar debido a los resultados no satisfactorios en diferentes acciones. Se puede concluir que los alumnos no tienen un nivel de formación en las cuatro acciones para poder resolver los problemas matemáticos de forma eficiente, evidenciándose la limitada contribución del proceso de enseñanza-aprendizaje de esa asignatura en la etapa preinvestigativa.

1.2 La actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales en el grupo experimental y de control en el semestre 2008.1

En la presente etapa investigadora, correspondiente al semestre 2008.1, se muestran cuatro fases principales: la correspondiente a la determinación del nivel de partida en el sistema de acciones, incluyendo la conformación de los grupos experimental y de control; la correspondiente a la orientadora y la formación de la acción en su forma

material o materializada; la vinculada a la etapa de la acción verbal externa y la cuarta y última fase, la correspondiente a la formación de la acción en su forma interna.

El tema central que se aborda es, precisamente, el sistema de ecuaciones lineales que es parte del contenido de la asignatura Álgebra Lineal que se imparte en el segundo semestre del curso de Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia.

1.2.1 Fase I

Esta primera fase está dividida a su vez en cuatro partes. En la primera parte se define el objetivo de enseñanza, en la segunda se determina el nivel de partida de los alumnos y la formación de los grupos experimental y de control, en la tercera parte se realiza un análisis cuantitativo y cualitativo de los datos con que se trabajó y por último, se presentan las conclusiones finales de la fase a la que se hace referencia.

En la primera parte se define la variable D^1 , el objetivo de enseñanza de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales, dirigido al aprendizaje de los alumnos mediante la transformación de la actividad material externa, a la mental interna.

En la entrevista realizada al profesor (ver anexo 4) se pone de manifiesto que la resolución de problemas debe ser en muchas ocasiones el centro del aprendizaje y que los contenidos constituyen el argumento esencial sobre el cual se estructura el problema que ha de solucionarse. También se considera que a través de los problemas se sientan las bases para emprender la motivación de los alumnos por el aprendizaje de la Matemática, cuestión por la cual el docente de esta asignatura ha de dominar este tipo de enseñanza.

En la segunda parte se analiza el nivel de partida de los alumnos en la formación del sistema de acciones y el aprendizaje en la actividad ante situaciones problema. Se realiza una prueba inicial a 26 alumnos, sin previo aviso, el primer día de clases de la asignatura Álgebra Lineal.

La prueba aplicada se estructuró sobre cuatro preguntas (instrumento uno). La primera dirigida a resolver un sistema de ecuaciones lineales y está íntimamente relacionada con la tercera acción “resolver el sistema de ecuaciones lineales”. La segunda pregunta es un problema donde se dan elementos sobre la primera acción “comprender el problema”, la segunda acción “construir el modelo matemático” y la tercera acción “resolver el modelo matemático”, en correspondencia con la cuarta acción “interpretar la solución”. Destalles sobre las preguntas ver en el anexo 5.

Las preguntas tres y cuatro son problemas que los alumnos deben trabajar con las cuatro acciones, pero con la diferencia que en la pregunta tres se orienta al alumno a seguir las cuatro acciones y en la pregunta cuatro no. Se recuerda que las acciones (Y^1, Y^2, Y^3, Y^4) son medidas en una escala de uno hasta cinco. El nivel de aprendizaje (Y) de cada pregunta será evaluado en una escala entre cuatro y veinte y es la suma de la evaluación de cada acción. En la tabla 20 se muestran los resultados de la prueba diagnóstica inicial aplicada a 26 alumnos, donde la letra A simboliza alumno y A01, A02, hasta A26, significa alumno uno, dos, y así sucesivamente.

En la columna “R” se muestra el resultado de la media del aprendizaje de la pregunta tres y la pregunta cuatro, o sea, $R = \frac{Y(3) + Y(4)}{2}$. Esta media es utilizada como criterio para la creación de los grupos experimental y de control.

A partir de los resultados de la prueba diagnóstica se determina el nivel de partida de los alumnos en el aprendizaje de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales, siendo éste usado para formar los grupos experimental y de control a través de la técnica de emparejamiento utilizando como criterio la media del aprendizaje de las preguntas tres y cuatro como se muestra en la figura 20.

Cada grupo quedó formado por 13 alumnos siendo codificado de la siguiente forma, en el grupo experimental por E01, E02 hasta E13 y en el grupo de control por C01, C02 hasta C13. Fue realizada una distribución de los alumnos de tal forma que los grupos fueran equivalentes.

Tabla 20. Resultado del nivel de partida de los alumnos del semestre 2008.1

A	P-1	P-2	P- 3					P- 4					R
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y(3)	1 ^a A	2 ^a A	Y ³	Y ⁴	Y(4)	
A01	5	3	5	2	5	3	15	5	2	5	3	15	15,0
A02	3	2	5	2	5	3	15	3	2	5	2	12	13,5
A03	4	1	3	2	5	1	11	3	2	5	2	12	11,5
A04	1	1	3	2	5	1	11	3	2	5	1	11	11,0
A05	5	1	3	2	5	1	11	1	1	1	1	4	7,5
A06	3	1	2	2	3	1	8	1	1	1	1	4	6,0
A07	2	1	2	2	2	1	7	1	1	1	1	4	5,5
A08	5	1	2	1	1	1	5	2	1	1	1	5	5,0
A09	5	1	2	1	1	1	5	2	1	1	1	5	5,0
A10	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5	4,5
A11	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5	4,5
A12	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5	4,5
A13	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A14	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A15	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A16	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A17	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A18	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A19	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A20	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A21	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A22	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A23	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A24	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A25	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0
A26	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4,0

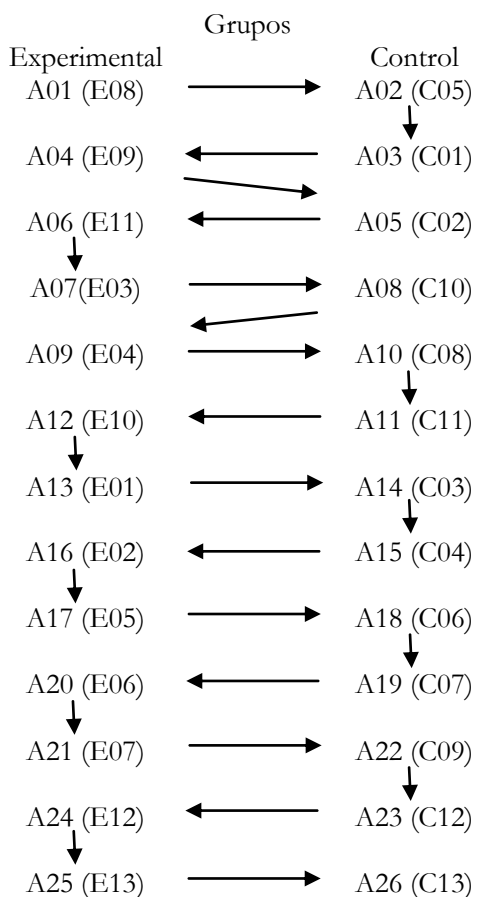


Figura 20. Formación del grupo experimental y de control

Las tablas 21 y 22 recogen los mismos resultados anteriores después de la formación del grupo experimental y del grupo de control. A continuación se realiza una caracterización del nivel de formación del sistema de cuatro acciones y el aprendizaje en la resolución de problema de Matemática.

Tabla 21. Resultado del nivel de partida del grupo experimental												
A	P-1		P-2		P- 3				P- 4			
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
E01	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E02	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E03	2	1	2	2	2	1	7	1	1	1	1	4
E04	5	1	2	1	1	1	5	2	1	1	1	5
E05	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E06	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E07	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E08	5	3	5	2	5	3	15	5	2	5	3	15
E09	1	1	3	2	5	1	11	3	2	5	1	11
E10	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5
E11	3	1	2	2	3	1	8	1	1	1	1	4
E12	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E13	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4

A	P-1	P-2	P- 3					P- 4				
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
C01	4	1	3	2	5	1	11	3	2	5	2	12
C02	5	1	3	2	5	1	11	1	1	1	1	4
C03	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C04	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C05	3	2	5	2	5	3	15	3	2	5	2	12
C06	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C07	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C08	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5
C09	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C10	5	1	2	1	1	1	5	2	1	1	1	5
C11	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5
C12	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C13	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4

La tabla 23 presenta las medidas de tendencia central de las acciones y del aprendizaje de la actividad de situaciones problema del instrumento uno en el grupo experimental. Se puede observar que los resultados no son nada alentadores entre las acciones. La tercera, “resolver el sistema de ecuaciones lineales”, presenta la mejor puntuación con una media de 1,85 en la pregunta uno y la tres, resultado que no difiere de los grupos diagnosticados en los semestres anteriores.

Medidas	P-1	P-2	P-3					P-4				
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	1,85	1,15	1,69	1,31	1,85	1,15	6,00	1,62	1,15	1,62	1,15	5,54
Mediana	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Moda	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Máximo	5	3	5	2	5	3	15	5	2	5	3	15
Mínimo	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	4	2	4	1	4	2	11	4	1	4	2	11
D. Estándar	1,46	0,53	1,14	0,46	1,46	0,53	3,33	1,15	0,36	1,44	0,53	3,30
Varianza	2,13	0,28	1,29	0,21	2,13	0,28	11	1,31	0,13	2,08	0,28	10,86
C. Alfa Cronbach			0,86					0,87				

La mayor dificultad de los alumnos se encuentra en la cuarta acción “interpretar la solución”, con el menor resultado absoluto entre las acciones en las preguntas dos, tres y cuatro, con una media de 1,15. Más del 50% de los alumnos tienen como resultado puntuación uno en las acciones y de cuatro en el aprendizaje; los resultados tienden a ubicarse cercanos a los valores más bajos en la escala. La mayor desviación estándar se encuentra en la tercera acción de la pregunta uno y tres, o sea, se desvían de la media de 1,85 en un promedio de 1,46 unidades de la escala.

En la tabla 24 se observa que en el grupo de control los resultados no difieren del grupo experimental, siendo el mejor resultado la tercera acción y el peor la cuarta acción. De forma general los alumnos muestran un bajo aprendizaje en la resolución con puntuaciones próximas a las mínimas.

Se puede observar en las tablas 23 y 24 que ambos grupos tienen un nivel equivalente, no solamente en la variable aprendizaje, sino también en el nivel de formación del sistema de cuatro acciones. La coexistencia interna de los datos es alta por el coeficiente alfa Cronbach, mostrando fiabilidades en los datos.

Tabla 24. Medidas de tendencia central del nivel de partida del grupo de control

Medidas	P-1	P-2	P-3					P-4				
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	2,00	1,08	1,69	1,23	1,92	1,15	6,00	1,58	1,17	1,67	1,17	5,58
Mediana	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Moda	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Máximo	5	2	5	2	5	3	15	3	2	5	2	12
Mínimo	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	4	1	4	1	4	2	11	2	1	4	1	8
D. Estándar	1,57	0,27	1,20	0,42	1,69	0,53	3,59	0,76	0,37	1,49	0,37	2,90
Varianza	2,46	0,07	1,44	0,18	2,84	0,28	12,9	0,58	0,14	2,22	0,14	8,41
C. Alfa Cronbach			0,84					0,85				

En ambos grupos se puede observar que en el sistema de acciones las puntuación más frecuente es uno que significa el más bajo conocimiento de los alumnos, oscilando entre 69% hasta 92 % (Ver tablas 25 y 26)

Tabla 25. Frecuencia en porcentaje por acciones del grupo experimental del instrumento uno

Frec. %	P-1	P-2	P-3				P-4			
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
"1"	69	92	62	69	69	92	69	85	85	92
"2"	8	0	23	31	8	0	15	15	0	0
"3"	8	8	8	0	8	8	8	0	0	8
"4"	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
"5"	15	0	8	0	15	0	8	0	15	0

Tabla 26. Frecuencia en porcentaje por acciones del grupo de control del instrumento uno

Frec. %	P-1	P-2	P-3				P-4			
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
"1"	69	92	69	77	77	92	62	85	85	85
"2"	0	8	8	23	0	0	23	15	0	15
"3"	8	0	15	0	0	8	15	0	0	0
"4"	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
"5"	15	0	8	0	23	0	0	0	15	0

La pregunta tres trata un problema sobre cultivos, donde el modelo se reduce a un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Lo que el alumno debe de responder induce al empleo de un sistema de acciones y los resultados obtenidos en las respuestas analizadas fueron similares en uno y otro grupo. Ningún alumno obtuvo calificación en el aprendizaje entre dieciséis y veinte puntos y la mayoría de ellos (el 77%) se situó en el intervalo de cuatro a siete puntos (ver figuras 21 y 22).

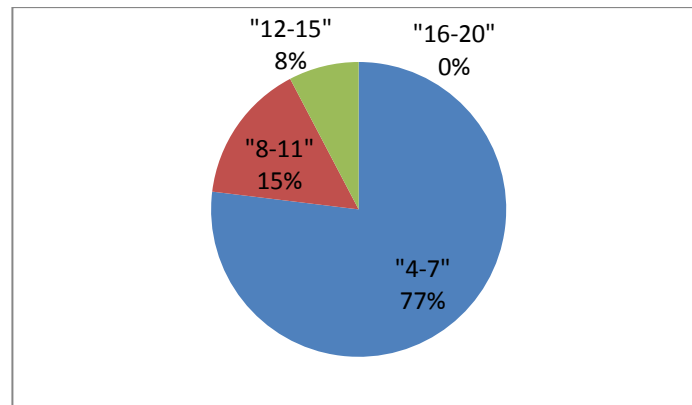


Figura 21. Aprendizaje en la P-3 del instrumento uno del grupo experimental

En la pregunta cuatro, donde se presenta un problema que está relacionado con la vida cotidiana de los alumnos (finanzas), no se induce a través de preguntas sobre el sistema de acciones. No obstante, el aprendizaje es prácticamente igual entre los grupos e inclusive si lo comparamos con los resultados alcanzados en las respuestas a la pregunta tres (ver figuras 23 y 24)

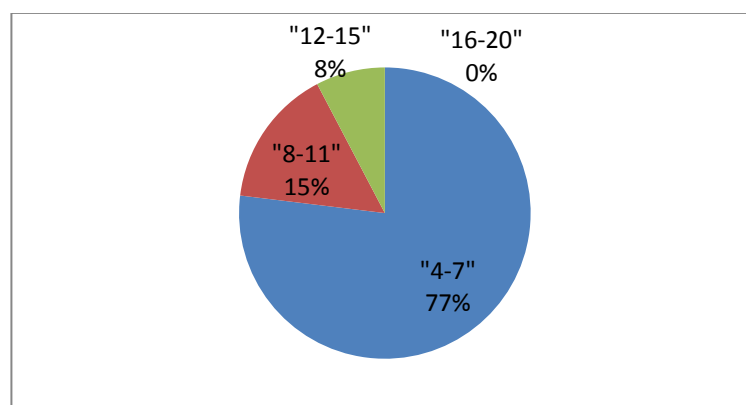


Figura 22. Aprendizaje en la P-3 del instrumento uno del grupo control

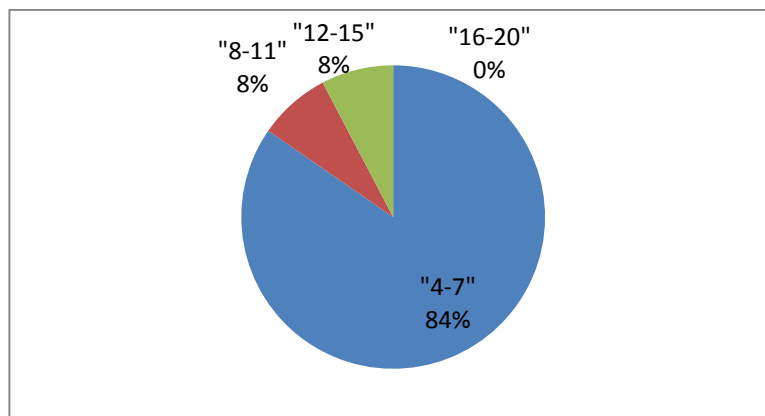


Figura 23. Aprendizaje en la P-4 del instrumento uno del grupo experimental

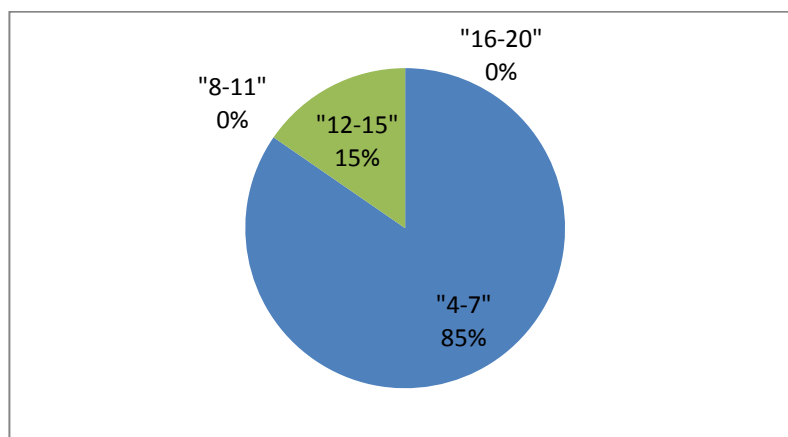


Figura 24. Aprendizaje en la P-4 del instrumento uno del grupo control

Se puede observar que en el grupo experimental se destacan los alumnos E08 y E09, mientras que en el grupo de control se destacan los alumnos C01, C02 y C05. Sin embargo, los restantes alumnos, en ambos grupos, tienen comportamientos parecidos. Hay que destacar que los alumnos E08, E09, C01 y C08 tienen puntuaciones sobre las preguntas tres y cuatro muy semejantes. La mayoría de las puntuaciones z tienen una tendencia a cero. (Ver las tablas 27 y 28)

Tabla 27. Puntuaciones z del grupo experimental del instrumento uno												
A	P-1	P-2	P-3					P-4				
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
E01	-0,6	-0,3	-0,6	-0,7	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5
E02	-0,6	-0,3	-0,6	-0,7	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5
E03	0,11	-0,3	0,27	1,5	0,11	-0,3	0,3	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5
E04	2,16	-0,3	0,27	-0,7	-0,6	-0,3	-0,3	0,34	-0,4	-0,4	-0,3	-0,2
E05	-0,6	-0,3	-0,6	-0,7	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5
E06	-0,6	-0,3	-0,6	-0,7	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5
E07	-0,6	-0,3	-0,6	-0,7	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5
E08	2,16	3,46	2,91	1,5	2,16	3,46	2,7	2,95	2,35	2,35	3,46	2,87
E09	-0,6	-0,3	1,15	1,5	2,16	-0,3	1,5	1,21	2,35	2,35	-0,3	1,66
E10	-0,6	-0,3	-0,6	-0,7	-0,6	-0,3	-0,6	0,34	-0,4	-0,4	-0,3	-0,2
E11	0,79	-0,3	0,27	1,5	0,79	-0,3	0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5
E12	-0,6	-0,3	-0,6	-0,7	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5
E13	-0,6	-0,3	-0,6	-0,7	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,5

Tabla 28. Puntuaciones z del grupo de control del instrumento uno												
A	P-1	P-2	P-3					P-4				
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
C01	1,27	-0,3	1,09	1,83	1,83	-0,3	1,39	1,87	2,24	2,24	2,24	2,21
C02	1,91	-0,3	1,09	1,83	1,83	-0,3	1,39	-0,8	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5
C03	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	-0,8	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5
C04	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	-0,8	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5
C05	0,64	3,46	2,75	1,83	1,83	3,46	2,5	1,87	2,24	2,24	2,24	2,21
C06	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	-0,8	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5
C07	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	-0,8	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5
C08	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	0,55	-0,4	-0,4	-0,4	-0,2
C09	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	-0,8	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5
C10	1,91	-0,3	0,26	-0,5	-0,5	-0,3	-0,3	0,55	-0,4	-0,4	-0,4	-0,2
C11	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	0,55	-0,4	-0,4	-0,4	-0,2
C12	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	-0,8	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5
C13	-0,6	-0,3	-0,6	-0,5	-0,5	-0,3	-0,6	-0,8	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5

A continuación se presenta una caracterización siguiendo como elemento rector el aprendizaje en cada pregunta (suma de las puntuaciones de las acciones). Las caracterizaciones son agrupadas en cuatro grupos, según las puntuaciones obtenidas. En el primer grupo de cuatro hasta siete, en el segundo de ocho hasta once, en el tercer grupo de doce hasta quince y el último grupo de dieciséis hasta veinte (ver tablas 29 y 30).

Tabla 29. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo experimental del instrumento uno

A	Pregunta 3															Y					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
E08			X						X		X					X					15
E09					X				X				X			X					11
E11					X				X					X				X			8
E03					X				X					X					X		7
E04					X					X				X						X	5
E01					X					X					X					X	4
E02					X					X					X					X	4
E05					X					X					X					X	4
E06					X					X					X					X	4
E07					X					X					X					X	4
E10					X					X					X					X	4
E12					X					X					X					X	4
E13					X					X					X					X	4

Tabla 30. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo de control del instrumento uno

A	Pregunta 3															Y					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
C05			X						X		X					X					15
C01					X				X				X			X					11
C02					X				X				X			X					11
C10					X					X				X						X	5
C03					X					X					X					X	4
C04					X					X					X					X	4
C06					X					X					X					X	4
C07					X					X					X					X	4
C08					X					X					X					X	4
C09					X					X					X					X	4
C11					X					X					X					X	4
C12					X					X					X					X	4
C13					X					X					X					X	4

Hay que destacar que a medida que aumenta la puntuación en el nivel de aprendizaje acometido por los alumnos, el aprendizaje es más efectivo, por lo que aquellos que se encuentran en el cuarto grupo evidencian tener los mejores resultados. Como se muestra en las tablas 29 y 30, ningún alumno está situado en el cuarto grupo y los alumnos E08 y C05 se encuentran formando parte del grupo tres, con una puntuación de 15 puntos.

Presentamos la respuesta del alumno C05 de forma textual, con respecto al enunciado de la pregunta tres puede encontrarse en el anexo 5

- a)
- 20 hectáreas
 - R\$ 1.400 recursos
 - Maíz/hc R\$ = 100
 - Frijoles /hc R\$ 50
- b)
- Saber qué cantidad de hectáreas debe ser cultivada de maíz y frijoles con un total de recursos a gastar.
- c)
- | Maíz | | Frijoles | |
|------|-----|----------|-----|
| hec | R\$ | hec | R\$ |
| 1 | 100 | 1 | 50 |
| 8 | 800 | 12 | 600 |
- $800 + 600 = 1400$
 $100x + 50y = 1400 \rightarrow x=8 \text{ e } y=12$
- d)
- $100x + 50y = 1400$
 $100 \cdot 8 + 50 \cdot 12 = 1400$
 8 hectáreas de maíz y 12 hectáreas de frijoles para un total de R\$ 1400 a ser gasto
- e)
- Es gasto R\$ 800 reales para cultivar apenas el maíz.

Los incisos a) y b) están direccionados hacia la primera acción “comprender el problema”. En este sentido, el alumno C05 no deja clara su comprensión ante esta pregunta, pese a la respuesta correcta, pero escueta, por él ofrecida al inciso e), lo que evidencia de alguna manera haber comprendido en lo esencial el problema de referencia.

Con respecto a la segunda acción, el alumno no tiene una representación analítica del problema, de sus variables, unidades y ecuaciones. Sin embargo no deja ser un modelo matemático en el cual no se conoce su representación con claridad, ya que en modelos complejos esta forma de trabajo no es la ideal (relacionada con el inciso c).

La tercera acción es la solución del sistema de ecuaciones lineales que es consecuencia de la construcción de dicho sistema. En esta última acción el alumno generalmente no construye el modelo y por tal motivo trabaja mediante el método de ensayo y error (tanteo), hasta conseguir una solución que satisfaga el objetivo del problema (relacionada con el inciso d).

Se puede señalar que los alumnos E08 y C05 intentan construir el modelo matemático y dar solución a través del método de ensayo y error, hasta conseguir el objetivo de problema. Las respuestas en este sentido son simples, sin mucha explicación y demostrando que en sentido general comprenden el problema. A pesar de que los incisos inducen al sistema de acciones, los alumnos manifestaron tener una metodología empírica para resolver los problemas.

En el segundo grupo de puntuaciones, entre ocho y once, están incluidos los alumnos E09, E11, C01 y C02. Este grupo mantiene las mismas características que el grupo anterior, en lo que se refiere a la segunda y tercera acciones, por lo que de igual forma no construyen de forma acabada el sistema de ecuaciones lineales, o a veces todo queda en el plano mental, por lo que logran encontrar soluciones a partir del método de ensayo y error. La diferencia de los alumnos del tercer grupo con las del segundo, está dada en estos últimos no dan respuesta al problema, llegan a comprenderlo sólo de manera parcial. Esto quiere decir que no consideran todos los elementos, ni tampoco tienen absoluta conciencia del objetivo vinculado al problema.

El primer grupo que está formado por los restantes alumnos tienen puntuaciones entre cuatro y siete, ellos solamente muestran indicios en la primera acción, en lo referente a la extracción de algunos datos y en las restantes acciones todo está mal respondido o en blanco.

En las tablas 31 y 32 se encuentran los resultados por acciones, agrupados de acuerdo al aprendizaje en la pregunta cuatro. Al igual que en la pregunta tres, ningún alumno fue ubicado en el cuarto grupo con puntuación entre dieciséis y veinte. En el tercer grupo son situados los alumnos con puntuaciones entre doce y quince, donde se sitúa un alumno del grupo experimental (E08) y dos alumnos del grupo de control (C01 y C05)

A continuación se muestra la respuesta del alumno E08 con respecto a la pregunta cuatro. El enunciado de esa pregunta se encuentra en el anexo 5

Respuesta de la pregunta cuatro
 60 monedas
 Total 14,50
 10 centavos = x
 25 centavos = y
 50 centavos = z
 $x + y + z = 14,50$
 Más lógica
 50 centavos = 5,00 = 10 monedas
 25 centavos = 7,50 = 30 monedas
 10 centavos = 2,00 = 20 monedas

Tabla 31. Sistematización de los resultados de la P-4 del grupo experimental del instrumento uno

A	Pregunta 4															Y					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
E08	X					X					X					X					15
E09	X					X					X					X					11
E04	X					X					X					X					5
E10	X					X					X					X					5
E01	X					X					X					X					4
E02	X					X					X					X					4
E03	X					X					X					X					4
E05	X					X					X					X					4
E06	X					X					X					X					4
E07	X					X					X					X					4
E11	X					X					X					X					4
E12	X					X					X					X					4
E13	X					X					X					X					4

Tabla 32. Sistematización de los resultados de la P-4 del grupo de control del instrumento uno

A	Pregunta 4															Y					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
C01	X					X					X					X					12
C05	X					X					X					X					12
C08	X					X					X					X					5
C10	X					X					X					X					5
C11	X					X					X					X					5
C02	X					X					X					X					4
C03	X					X					X					X					4
C04	X					X					X					X					4
C06	X					X					X					X					4
C07	X					X					X					X					4
C09	X					X					X					X					4
C12	X					X					X					X					4
C13	X					X					X					X					4

Como se puede observar, el comportamiento del alumno E08 es igual a la descripción que ya se hizo en relación con la pregunta tres. En la pregunta cuatro no existe incisos guiando el sistema de acciones, por tanto, el alumno no se vio obligado a seguir la secuencia de las acciones y un elemento a destacar en su respuesta es la expresión "Más lógica", confirmando que los problemas son resueltos bajo la estrategia de obtener resultados combinados con las condiciones de problema. El aprendizaje a través de errores es lento y demora en formarse una estrategia efectiva, además, a medida que los problemas sean más complejos y presenten realidades nuevas, se vuelven para la mayoría de los alumnos imposibles de resolver.

Se caracterizan a los alumnos del tercer grupo de puntuaciones como alumnos que utilizan estrategias de tanteo para encontrar la solución de problemas que conducen a sistema de ecuaciones lineales y la construcción del sistema no está clara en forma explícita. La interpretación de los resultados se encuentra comprometida por no comprenderse de manera clara el problema. Los restantes alumnos se encuentran caracterizados en el primer grupo con la misma interpretación que se hizo de la pregunta anterior.

Resumiendo esta fase, se puede concluir que a partir de un grupo de 26 alumnos fueron creado dos grupos equivalentes de 13 alumnos, un grupo considerado experimental, que utilizará la enseñanza de los problemas a través de la BOA tres y otro grupo de control con la enseñanza tradicional que usará la BOA cuatro.

Los alumnos demostraron un nivel bajo en la formación del sistema de acciones y en sus aprendizajes. Entre las acciones que mostraron una mejor formación se encuentran las que dan solución del sistema de ecuaciones lineales, lo que se justifica porque en la enseñanza precedente a la universidad esta acción es la más trabajada, aunque sin vínculo con problemas.

Otro elemento a destacar es que los alumnos no mostraron tener un algoritmo eficiente para resolver problemas, por ejemplo, en la acción de construcción del sistema de ecuaciones lineales utilizan la técnica del ensayo y el error. Los alumnos buscan así una solución haciendo un tanteo, con los datos inherentes a los problemas. Se conoce que este procedimiento utilizado por los es poco eficiente en problemas de alta complejidad y ante nuevas situaciones de enseñanza-aprendizaje.

1.2.2 Fase II.

Seguidamente realizaremos un comentario sobre los resultados de esta fase en el semestre 2008.1. Los detalles pueden encontrarse en el anexo 6. Se recuerda que el experimento se dividió en dos grupos, uno considerado experimental y el otro de control. La fase está vinculada con las etapas de la “formación del esquema de la base orientadora de la acción y de la formación de la acción en forma material o materializada”.

En el grupo experimental la enseñanza está basada en el estudio de problemas de contenidos de Álgebra Lineal entran como una justificación para resolver problema a través de la BOA tres. Los alumnos reciben las informaciones de manera completa sobre el sistema de acciones invariantes de la actividad de situaciones problema en Matemática y ellos elaboran de forma independiente las particularidades de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales.

En el grupo de control los alumnos recibieron los contenidos de Álgebra Lineal y al final del tema resolvieron problemas de aplicación de los contenidos enseñados a través de la BOA cuatro. También en este grupo los alumnos reciben las acciones completas y generalizadas, utilizando el sistema de invariantes de las acciones de la actividad de situaciones problema en Matemática. Las particularidades sobre la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales son dadas por el profesor, porque la resolución de problemas se presenta al finalizar los contenidos teóricos en tiempo limitado, por lo que se necesitan acciones efectivas en períodos cortos de tiempo. La BOA es completa, generalizada y se obtiene por los alumnos de forma preparada, este último elemento es la diferencia principal que se establece con el grupo experimental.

Esta fase comienza con la orientación del sistema de cuatro acciones, donde los problemas son del tipo heurístico y su modelo matemático se reduce a sistemas de ecuaciones lineales con una única solución y con el apoyo del programa Derive para la resolución de dicho sistema. Para ambos grupos se programan conferencias con el objetivo de garantizar la orientación del sistema de acciones, con motivaciones iniciales, pero en el grupo de control dichos problemas son abandonados momentáneamente porque los alumnos reciben los elementos teóricos necesarios para su resolución y son retomados al final del tema. En cuanto el grupo experimental,

los problemas aparecen siempre en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje de la enseñanza.

También en las conferencias los alumnos conocen la ejecución y el control de las acciones incluyendo el sistema de evaluación. Combinadas con las conferencias se imparten clases prácticas para garantizar el carácter desplegado de las acciones, el control por operaciones y la retroalimentación durante todo el proceso.

Los alumnos comienzan a realizar las acciones en forma material o materializada a través de las clases prácticas, donde el profesor deja de ser una fuente de información para convertirse en mecanismo regulador que dirige la acción de los alumnos. En el grupo experimental después de las orientaciones de las acciones, en las primeras clases prácticas se presentan problemas para realizar las dos primeras acciones: “comprender el problema” y “construir el sistema de ecuaciones lineales”. Desde el inicio los alumnos demostraron tener serios problemas en la interpretación y se escudaban en dar una solución al problema usando el método de ensayo y el error.

A pesar de los resultados negativos en el comienzo hay que destacar un elemento positivo, ya que los alumnos estaban motivados, resultando evidente que los problemas los desafiaban. La intervención del profesor fue inmediata para corregir e insistir que era necesario otra estrategia o metodología, dejándose ver la necesidad de comprender el problema para construir posteriormente el modelo necesario para su solución.

La otra dificultad encontrada es que los alumnos no tienen conciencia de la importancia de conocer todos los elementos que forman parte del problema, como son los conceptos, datos, condiciones y el objetivo del problema, lo que se encuentra relacionado con la acción de comprender el problema.

En la construcción del sistema de ecuaciones lineales la dificultad fue mayor que en la acción de comprender el problema, realizaban la construcción del sistema sin identificar las variables y sin el análisis de las unidades, sumándose en la mayoría de los casos en una misma ecuación, elementos de diferentes unidades de medida. También se encontraron dificultades en relacionar los diferentes aspectos relacionados con los problemas, con las ecuaciones lineales. El nivel de

generalización fue en general bajo, ya que los alumnos están dando los primeros pasos en la separación de las propiedades esenciales de la actividad, o sea, las acciones con sus operaciones.

El próximo paso es resolver el sistema de ecuaciones lineales con el apoyo del sistema de computación algebraica Derive. Primeramente los alumnos reciben las instrucciones necesarias para el uso de dicho programa y posteriormente se trabaja con el mismo en el desarrollo de clases prácticas, con el objetivo de propiciar el desarrollo de las habilidades pertinentes. En clases prácticas posteriores se trabaja con la acción “interpretación de la solución”, donde los alumnos presentan grandes dificultades en dar respuesta adecuadas, lo que es debido a la falta de habilidades en las dos primeras acciones, a pesar de tratarse de problemas con un bajo nivel de complejidad.

El profesor plantea nuevos problemas heurísticos con un nivel de complejidad superior en torno a cantidades de variables y condiciones, pero los sistemas continúan teniendo una solución única, y el proceso se corrige en función de la orientación de las acciones y las operaciones. Se repite el ciclo anterior de clases prácticas, primeramente para las acciones “comprender el problema” y “construir el sistema de ecuaciones lineales”. Posteriormente el alumno resuelve los sistemas de ecuaciones lineales con el programa Derive y finalmente se discuten las respuestas. En este último ciclo de problemas se observó que los alumnos dejaron de trabajar a través de la técnica de ensayo y el error.

En el grupo de control los alumnos reciben al final del tema las acciones incluyendo varios ejemplos. Estas acciones las recibe el alumno previa preparación del profesor, pero siguen siendo generalizadas y completas. Los alumnos abandonan rápidamente el método del ensayo y el error. El tiempo utilizado por el grupo de control para la resolución de problemas es aproximadamente la mitad, los alumnos se destacan en la acción de resolver el sistema de ecuaciones mediante el uso del programa Derive.

Hasta la culminación de esta fase se dispuso de un total de 30 horas / clase y las últimas tres horas se destinan a una evaluación escrita. La media de la asistencia a clases fue ligeramente mejor en el grupo de control con un 84,4 %, mientras que en el grupo experimental fue de 81,8 %.

La prueba escrita aplicada consta de cuatro preguntas. En la primera pregunta se midieron la primera, la tercera y la cuarta acción; en la segunda pregunta la cuarta acción y en las preguntas tres y cuatro, se evaluaron las cuatro acciones, con la diferencia de que la pregunta cuatro induce a responder el sistema de acciones. En las preguntas uno, tres y cuatro, se midió el aprendizaje en la resolución de los problemas. Las preguntas tres y cuatro coinciden en el grupo experimental y de control, por lo que se concentró la explicación en dichas preguntas. Véase el anexo 6 para otras informaciones sobre los tipos de preguntas que se emplearon.

La pregunta tres se caracteriza por ser una problemática trabajada en las clases de baja complejidad. Las medias en el aprendizaje son de 13,77 puntos en el grupo experimental y de 10,62 puntos en grupo de control. Los resultados del sistema de acciones en el grupo experimental son: la primera acción “comprender el problema” de 3,54 puntos, la segunda acción “construir el sistema de ecuaciones lineales” de 3,38 puntos, la tercera acción “solucionar el sistema ecuaciones lineales” de 4,08 puntos y la cuarta “interpretar la solución” de 2,77 puntos. En el grupo de control el sistema de cuatro acciones obtuvo las puntuaciones de 2,77; 2,77; 3,15 y 1,92 respectivamente.

Los resultados obtenidos demostraron que no existe una diferencia significativa entre ambos grupos, sin embargo, en el grupo experimental fueron mejores. Los alumnos en ambos grupos demostraron tener habilidades en la resolución del sistema de ecuaciones lineales utilizando el programa Derive. En el grupo experimental los alumnos consiguieron en las acciones “comprender el problema” y “construir el sistema de ecuaciones lineales” resultados superiores a los tres puntos, demostrándose que vencieron los objetivos mínimos al conocer el objetivo de problema y construir el sistema de ecuaciones lineales. En relación con la interpretación de la solución de problemas, en los dos grupos se evidenciaron pocas habilidades.

Los resultados en la pregunta cuatro del sistema de acciones y en el aprendizaje fueron, en el grupo experimental 3,08; 2,00; 3,77; 1,69 y 10,54 y en el grupo de control 1,62; 1,46; 1,92; 1,31 y 6,31. La pregunta cuatro presentó la característica de ser una problemática nunca trabajada en clases y los alumnos del grupo experimental, demostraron estar mejores preparados para enfrentar nuevas situaciones de este tipo, sin embargo, todavía están lejos de estar bien preparados para este aprendizaje.

A continuación se muestra un ejemplo de la pregunta tres del alumno E11, quien obtuvo calificación 17 puntos, coincidente con la mediana alcanzada por el grupo experimental, donde el 50% de los alumnos obtuvieron como mínimo dicha calificación.

$$\begin{cases} t + c + a = 9 \Rightarrow \text{representa hectárea} \\ 5t + 7c + 2a = 39 \Rightarrow \text{representa toneladas} \\ 1500t + 1200c + 1000a = 10600 \Rightarrow \text{representa 10600} \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & 2 \\ 1500 & 1200 & 1000 \end{pmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 9 \\ 39 \\ 10600 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} t \\ c \\ a \end{bmatrix}$$

$X = A^{-1}B$

El cultivo de tomate utilizó 2 hectáreas de plantación
 El cultivo de cebolla utilizó 3 hectáreas de plantación
 El cultivo de lechuga utilizó 4 hectáreas de plantación
 $1500 \cdot 2 + 1200 \cdot 3 + 4 \cdot 1000$
 El cultivo que tiene mayor gasto fue el de lechuga con R\$ 4000,00, el gasto del tomate fue de R\$ 3000,00 y el de la cebolla de R\$ 3600,00.

El alumno E11 va directo a presentar el sistema de ecuaciones sin dejar claro que significa cada variable, sin embargo, en el momento en que va a dar la respuesta, puede inducir el significado de las variables en forma correcta. Hay imprecisión en el significado de la tercera ecuación colocando “representa 10600”, cuando la ecuación representa dinero. El sistema de ecuaciones fue resuelto en el programa Derive a través de la fórmula $X = A^{-1}B$.

En la interpretación de la solución se da respuesta al objetivo del problema, pero no se realiza un informe relacionando las tres condiciones del problema: cantidad de tierra a ser cultivada de cada cultivo, así como la producción en toneladas y el gasto en la moneda reales. Se puede concluir que el alumno da respuesta de alguna manera al problema, pero mostrando imprecisiones en todas las acciones, a excepción de la resolución del sistema utilizando el Derive.

La pregunta cuatro continúa siendo un problema de tipo heurístico, con una problemática no trabajada en clase. Aquí se induce el sistema de acciones a través de preguntas, lo que se analiza a continuación con el alumno E11 que obtuvo calificación de 13 puntos, coincidente con la mediana del grupo

a) Los dados

D.D.S.	Caminar	Correr	Jugar	Total de calorías
Lunes	30 min	24 min	60 min	560
Miércoles	60 min	0	120 min	800
Viernes	24 min	30 min	60 min	580

b) El objetivo del problema es saber la cantidad de calorías por hora que se pierde en cada ejercicio.

c) Las variables que representa el problema.
 c – La cantidad de calorías que Ana pierde en la carrera.
 d – La cantidad de calorías que Ana pierde por caminar.
 j – La cantidad de calorías que Ana pierde por jugar tenis.
 r – La cantidad total de calorías.

$$\begin{cases} c + d + j = r \\ 30c + 24d + 60j = 560 \\ 60c + 0 + 120j = 800 \\ 24c + 30d + 60j = 580 \end{cases}$$

d) El modelo matricial

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 30 & 24 & 60 & 0 \\ 60 & 0 & 120 & 0 \\ 24 & 30 & 60 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 560 \\ 800 \\ 580 \end{bmatrix}, X = \begin{pmatrix} r \\ c \\ d \\ j \end{pmatrix}$$

$X = A^{-1}B$

e) $c=3.53; d=6.66; j=5, r=15$
 $3,33 + 6,66 + 5 = 15$
 Ana pierde 33 calorías por correr 114 minutos (1 hora y 54 segundos).
 Ana pierde 6,66 calorías por caminar 54 minutos.
 Ana pierde 5 calorías por jugar tenis 240 minutos (4 horas).

f) $30c + 60c + 24c = 30(3,33) + 60(3,3) + 24(3,33)$ Ana pierde 379,62 calorías, pues ella corre 30 minutos el lunes, 60 minutos el miércoles y 24 minutos el viernes y sumando los minutos y multiplicando el tiempo por el total de calorías, se sabe la cantidad de calorías que Ana pierde.

El alumno E11 extrae los datos y define el objetivo del problema. En la construcción del sistema de ecuaciones lineales, al nominar las variables define equivocadamente las unidades de medidas y por consiguiente no considera que las ecuaciones deban representar la misma unidad de medida, error que arrastra y por tal motivo, no puede dar una respuesta correcta al problema. El sistema construido fue incorrecto, sin embargo, dejando de considerar el hecho, se resolvió correctamente utilizando el programa "Derive". El alumno E11 obtuvo buen resultado en la pregunta trabajada en clase con cierta similitud, pero cuando se le presentan nuevas situaciones, su aprendizaje disminuye evidentemente.

Se puede concluir que la BOA tres con el foco de la enseñanza en la resolución de problemas es más efectiva, quizás a través de la BOA cuatro los resultados pueden

ser rápidos en determinado momento, pero con poca solidez. También la BOA tres que corresponde al grupo experimental, demostró que los alumnos están mejor preparados para nueva situaciones, o sea, la obtención de forma independiente del sistema de acciones de la actividad de situaciones problema, permite a los alumnos ser más competitivos para transferir la metodología a otros problemas.

En este sentido la generalización es baja y los alumnos separan con cierta dificultad las acciones esenciales de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales, sin embargo, ya en esta etapa han dejado de operar con el método de ensayo y error. A través de las clases prácticas las acciones se realizan de manera desplegada con el control del profesor y se recogen informaciones para llevar a cabo las correcciones del proceso. Los problemas utilizados son del tipo heurístico que conduce a un sistema de ecuaciones lineales de única solución y las temáticas son variadas con un nivel gradual de complejidad para evitar la automatización.

La motivación en el grupo experimental es superior, ya que se hace evidente que la enseñanza centrada en los problemas despierta mayor interés en los alumnos. Entre las acciones hay que destacar las habilidades demostradas por los alumnos en la utilización del programa Derive para resolver el sistema de ecuaciones lineales y los bajos resultados en la acción interpretar, al parecer por la estrecha relación de esta última acción y la de construir el sistema de ecuaciones lineales, ya que el definir correctamente las variables con sus unidades de medidas y la relación entre ecuaciones, facilita dar una respuesta correcta del problema.

1.2.3 Fase III.

Esta fase está relacionada con la etapa de formación de la acción verbal externa, cuyos detalles cuantitativos y cualitativos pueden encontrarse en el anexo 7. Las estrategias de trabajo continúan siendo la misma de la fase anterior, pues en el grupo experimental se centra la atención en la resolución de problemas.

Se comienza en ambos grupos con la orientación de nuevos contenidos, en el experimental a través de la BOA tres y en el de control, mediante la BOA cuatro. Los problemas continúan siendo de tipo heurístico, pero con niveles de complejidad

superior, ya que a las preguntas se le agrega el ítem “Fundamenta tu respuesta”. La acción “construir el sistema de ecuaciones lineales” continúa siendo la misma, pero las acciones “solucionar e interpretar” toman nuevas dimensiones. Los sistemas de ecuaciones lineales tienen infinitas soluciones y el alumno debe seleccionar cuáles son las soluciones del problema.

En el grupo experimental después de las nuevas orientaciones relacionadas con la solución del sistema de ecuaciones lineales con infinitas soluciones a través del programa Derive y de otros contenidos de Álgebra Lineal, las combinaciones de clases prácticas con seminarios pasan a ser más apropiados para garantizar el aprendizaje, sobre todo en la etapa de la “formación de la acción en forma verbal externa”.

Con posterioridad a las orientaciones ofrecidas, los alumnos en la primera clase práctica reciben una lista de ejercicios, ordenados de forma gradual atendiendo al nivel de complejidad de los mismos. Los alumnos se agruparon en pequeños grupos de dos o tres integrantes, unos solucionan y otros controlan en voz alta, y en un segundo momento, pueden intercambiarse las funciones. Las acciones son mejor ejecutadas en la medida en que exista un apoyo de las acciones materializadas en un plano teórico más profundo. El profesor interviene en los pequeños grupos recogiendo las informaciones para la corrección del proceso.

En las primeras clases prácticas de los alumnos, en los pequeños grupos, se discutieron las dos primeras acciones: “comprender el problema” y “construir el sistema de ecuaciones lineales”. Se evidenció posteriormente, que los alumnos tienen una mayor conciencia en el algoritmo de trabajo, discuten contenidos y conceptos desconocidos, extraen los datos y definen los objetivos del problema. En la construcción del sistema de ecuaciones lineales se observan las mayores dificultades; los alumnos de forma general crean y nominan las variables correctamente, pero no siempre hacen el análisis de las unidades y por consiguiente construyen ecuaciones con errores. Es de destacar que el análisis de unidades en las ecuaciones es un elemento de autocontrol que denotó ciertas mejoras al final de la etapa.

Después de la construcción de los sistemas de ecuaciones lineales de los problemas, los alumnos en otras clases prácticas resuelven tales sistemas utilizando el programa Derive e indican, de las infinitas soluciones, cuáles son las soluciones del problema. De

esta manera se demuestra que los alumnos van desarrollando, paulatinamente, habilidades en la acción de solucionar.

En un último momento, los alumnos discuten en clases de seminario sobre la acción: "interpretar la solución". Las respuestas se analizan y discuten en el colectivo del grupo, generándose diversos debates, incluso acerca de las formas de redacción. Las mayores dificultades presentadas, en este sentido, estuvieron dadas en el informe o respuesta sobre la solución del problema, al parecer provocado por las deficiencias en la acción de construir el sistema, en la expresión oral y en la redacción del idioma portugués.

Las acciones continúan siendo desplegadas, la generalización transcurre más rápidamente porque de hecho las formas verbales generalizan, pero todavía existe cierta colaboración, aunque con cierta tendencia a ganarse en independencia. La generalización alcanza niveles significativos en los seminarios a través de la interpretación de la solución, pero todavía no es automatizada, ni reducida.

En el grupo de control los alumnos en las primeras clases trabajan los contenidos sin vínculos con los problemas. Posteriormente se utilizan las clases prácticas tradicionales, divididas en dos momentos: en el primero para realizar las dos primeras acciones, la de comprender y la de construir y en el segundo para trabajar en el laboratorio de informática, donde se continúa con las otras dos acciones. Se recuerda que la utilización de la BOA cuatro, se justifica cuando los alumnos disponen de menos tiempo para recibir las acciones, sin embargo, existen momentos en que la BOA cuatro se confunde con la dos, debido a que el profesor se ve obligado a trabajar con problemas concretos para poder avanzar en el aprendizaje.

Los resultados durante las clases prácticas no fueron alentadores, ya que los alumnos presentaron dificultades en todas las acciones, siendo más acentuadas en las acciones construir e interpretar, cuando se presentadas nuevas situaciones de enseñanza-aprendizaje. En este caso se apreciaron grandes dificultades al realizar la transferencia de las acciones, a excepción de la tercera solución del sistema, pero esta acción tiene sentido cuando el sistema se construye correctamente.

La cantidad de horas recibidas de clases en esta etapa es de veinte horas y las acumuladas de cincuentas horas. La asistencia en el grupo de control fue la mejor, con un 86,6 %, mientras que en el grupo experimental fue de 82,7%.

Se aplicó una prueba al grupo experimental con tres problemas y al grupo de control con un único problema que fue común en ambos grupos. En este epígrafe se hará una comparación entre ambos grupos utilizando la pregunta común y otros detalles relacionado con esta fase, incluyendo los otros dos problema aplicados al grupo experimental, lo cual puede verse en el anexo 7.

La característica del problema aplicado a uno y otro grupo, tiene infinitas soluciones en cuanto al sistema de ecuaciones lineales y posteriormente, de acuerdo a las condiciones del problema, se reduce a un número finito de soluciones. Esta nueva situación conlleva a nuevas operaciones para cumplir la acción “solución del sistema de ecuaciones lineales”.

Los resultados de las medias del sistema de cuatro acciones y el aprendizaje en el grupo experimental fueron 2,69; 2,69; 2,62; 1,77 y 9,77, mientras que las del grupo de control fueron 1,31; 1,08; 1,15; 1,08 y 4,62. Se puede observar que los resultados del grupo experimental son superiores a los alcanzados en el grupo de control.

Estos resultados muestran, de forma general, una decadencia en relación con la fase anterior, lo que se justifica por el hecho de que los alumnos enfrentaron nuevas situaciones, problemas con un nivel de complejidad superior y con elementos nuevos en la ejecución de las acciones “solucionar el sistema de ecuaciones lineales” e “interpretar la solución”.

Seguidamente se muestra el nivel de generalización que representan los problemas de la etapa, a través del alumno E08, aunque fueron cuatro los alumnos en su grupo que lograron alcanzar el mismo. Las calificaciones de estos alumnos se situaron en el intervalo entre dieciséis y veinte puntos. Otros alumnos del grupo experimental alcanzaron catorce y onces puntos, el último considerado como las habilidades mínimas en el aprendizaje de resolución del problema. Los restantes siete alumnos (53%) no evidenciaron tener habilidades necesaria para la resolución de problemas.

El alumno E08 interpreta correctamente el problema, construye y resuelve correctamente el sistema de ecuaciones lineales. Él no muestra en la prueba el sistema de ecuaciones, ni el procedimiento pero tuvo que realizarlo por el nivel de complejidad que presenta el problema.

w = cantidades total de pasajeros.

s = costo total de la flota.

x = cantidad total de ómnibus del tipo 1.

y = cantidad total de ómnibus del tipo 2.

z = cantidad total de ómnibus del tipo 3.

Cuando

x = 30; y = 10; z = 10; s = 3600000; w = 1150

x = 18; y = 11; z = 20; s = 5310000; w = 1655

x = 6; y = 12; z = 42; s = 7020000, w=2160

Para disponer de una flota de tres tipos de ómnibus, con la finalidad de realizar diariamente 300 viajes y transportar un número determinado de personas, es necesario comprar 30 ómnibus del tipo 1, 10 de tipo 2 y 10 del tipo 3, con un gasto en esa adquisición de R\$ 3.600.000,00 y la posibilidad de transportación de 150 pasajeros diariamente. O comprar 18 ómnibus del tipo 1 y 11 ómnibus del tipo 3, con un gasto para esa adquisición de R\$ 5.310.000,00 y transportar 16555 pasajeros. O todavía con 6 ómnibus del tipo 1, 12 ómnibus del tipo 2 y 42 ómnibus del tipo tres, con un gasto total para esa adquisición de un valor de R\$

También a partir de las infinitas soluciones él selecciona las tres posibles soluciones para el problema. Lo que se debe mejorar es la redacción del informe de la solución y realizar una discusión sobre cuál sería la mejor solución bajo determinadas condiciones.

La base de orientación de la acción adoptado en el grupo de control ha demostrado que el aprendizaje es poco eficiente y lento, en cuanto, el trabajo sistemático en el grupo experimental del sistema acciones demostró una mayor efectividad pero el tiempo de trabajo con los alumnos todavía no ha sido lo suficiente para obtener los resultados deseados en esta etapa.

Los alumnos del grupo experimental en los seminarios realizaron un razonamiento en voz alta en forma desplegada, el sistema de acciones pasan a un plano teórico. En la evaluación escrita existe un inciso donde el alumno tiene que fundamentar sus respuestas. El control externo que comenzó en los pequeños grupos de discusión comienza a transitar para el interno.

En los seminarios todavía las acciones se realizan de manera desplegada pero en la evaluación comienzan a compactarse las acciones, por ejemplos hay alumnos que solamente realiza el informe del problema, pero aun el proceso no es automatizado.

1.2.4 Fase IV.

La cuarta etapa, “formación de la acción en el lenguaje externo para sí” y la “formación en el lenguaje interno”, es la fase final del aprendizaje. Hasta la conclusión de la última fase se han completado 60 horas y desde la fase anterior, hasta la actual, 10 horas. La asistencia a clases fue de 83.0% en el grupo experimental y de 87,8% en el grupo de control. Detalles sobre esta fase se presentan en el anexo 8.

Los problemas pasan a ser del tipo situaciones problema y tienen niveles de complejidad superior, siendo desafiantes y motivadores. Estos problemas necesitan de levantamientos de datos e investigación y requieren de más de un sistema de ecuaciones lineales con infinitas soluciones, por lo que el alumno tiene que dar respuesta sobre la base de varios conjuntos de soluciones infinitas.

En la etapa de formación del lenguaje externo para sí, en ambos grupos el profesor entrega una lista de ejercicios y los alumnos quedan libres de docencia, pero tienen que asistir a las últimas 10 horas para completar la carga horaria de la asignatura. La intervención del profesor es de forma esporádica y ha pedido del alumno el control comienza a transitar de externo para interno, la generalización es máxima y la ejecución de las acciones son sintetizadas con total independencia.

En el grupo experimental algunos alumnos llevaron a cabo el trabajo independientemente y otros pedían colaboración de forma esporádica, por lo que acudían al profesor cuando tenían dudas puntuales y mostraban al docente sus resultados, evidenciándose así un comienzo del proceso con respecto a la automatización y la síntesis. Los alumnos llegaron a discutir cuáles son las mejores opciones de respuestas ante los problemas, ofreciendo diferentes ideas y nuevas estrategias asumidas de acuerdo con las problemáticas trabajadas por ellos.

En el grupo de control los resultados fueron diferentes, el profesor tuvo que ejemplificar y explicar distintos ejercicios para que algunos alumnos pudieran dar solución a los problemas de mayor dificultad, la BOA cuatro quedó transformada en la BOA dos. Los alumnos todavía necesitan de la ayuda externa del profesor, las acciones no están generalizadas, ni automatizadas y son desplegadas con todas las operaciones. Indudablemente, ante estas condiciones, los alumnos no se encontraban en la etapa del lenguaje interno para sí, sino en la etapa material o materializada.

En la enseñanza no centrada en la resolución de problemas, los alumnos presentaron dificultades en avanzar con rapidez y solidez, lo que justificó la utilización de la BOA cuatro, donde los alumnos reciben las acciones por parte del profesor, aunque para llegar a alcanzar el éxito, todo parece indicar que es necesario disponer de mucho más tiempo.

Al final de esta última fase se aplicó una prueba con un carácter generalizador en el grupo experimental, presentándose a los alumnos dos problemas y en el grupo control un problema que es común con uno de los problemas del grupo experimental. A continuación se analiza en el presente epígrafe la comparación de la pregunta común, lo cual se puede apreciar en el anexo 8.

La pregunta común aplicada a ambos grupos presenta un nivel de complejidad y generalización superior a las pruebas que precedieron esta fase. El resultado del nivel de formación del sistema de las cuatro acciones y del aprendizaje fue, en el grupo experimental, de 3,46; 3,38; 3,54; 1,92 y 12,31 y en grupo de control de 2,08; 1,69; 1,62; 1,23 y 6,62.

Los resultados revelan que los alumnos del grupo experimental están mejor preparados para resolver nuevas situaciones, las tres primeras acciones se encuentran entre las exigencias mínimas de habilidades, pero en la interpretación de la solución los resultados no son satisfactorios. Todo parece indicar que hay que hacer correcciones en la orientación de la acción "interpretar la solución" y quizás el tiempo empleado no sea suficiente. Está claro que para obtener buenos resultados en la cuarta acción, primero hay que consolidar las tres primeras acciones.

Con relación a los resultados alcanzados en el grupo de control, se hace evidente lo poco eficiente de la enseñanza cuando no se pone de manifiesto un trabajo sistemático en la resolución de problemas, por lo que resulta necesario mayor espacio de tiempo para emprender esta labor. A continuación se presenta parte de la respuesta del alumno E08, a la pregunta dos.

a) Para una jornada de 8 horas se tendrá una producción máxima de 109 unidades, en lo referente a la suma de la cantidad total de cada producto de una empresa. Con un costo total aproximadamente de R\$ 2.078,33, y para la misma jornada de 48 horas, se tendrá una producción mínima de 85 unidades, en lo que respecta a la suma de la cantidad total de cada producto producido por la empresa, con un costo total de aproximadamente de R\$ 1.158,33.

b) Para una jornada de 40 horas la producción máxima estará en 97 unidades, lo que representa la suma de la cantidad total de cada producto, con un costo de aproximadamente R\$ 2.285,00 y para la misma jornada se tiene una producción mínima 85 unidades referente a la suma de la cantidad total de cada producto, con un costo de aproximadamente R\$ 1.825,00

c) Analizando la dos propuesta y considerado la producción del producto I que debe ser la mayor posible y con menor costo. Puedo decir que para atender esa meta tenemos que tener una producción total de 85 unidades, siendo que se debe producir aproximadamente 56,66... unidades del producto I, 26,66... unidades del producto III, con un costo total mínimo de aproximadamente de R\$ 1.158,33

El alumno comprende correctamente el problema, plantea los dos sistemas de ecuaciones lineales y establece la resolución en forma correcta. Las respuestas dadas a) y b) están relacionadas con dos sistemas de ecuaciones lineales diferentes, con relación a las condiciones planteadas con respecto al problema. El alumno, al responder los incisos a) y b) establece una selección correcta entre infinitas soluciones de los sistemas, sin embargo, al realizar la comparación para definir cuál sería la mejor solución (inciso c), considera como unidades un número real. Esto parece indicar falta de cuidado, ya que en los incisos a) y b), el alumno tuvo en consideración que la unidad es un número mayor igual a cero. También se puede considerar que la redacción y los análisis pueden mejorarse con una orientación más definida hacia la acción "interpretar la solución". No obstante, se considera un buen resultado, pero hay que perfeccionarlo.

La respuesta demuestra como el alumno transfiere la aplicación del sistema de acciones para una nueva situación. Su respuesta se dirige al objetivo del problema manifestándose independencia, por lo que dada las características evidenciadas en el proceso evaluativo, las acciones tienden a automatizarse. El mayor grado de automatización se corresponde con la tercera acción dirigida a solucionar el sistema

de ecuaciones lineales con el Derive, seguido de las acciones comprender el problema, construir el sistema y por último la acción de interpretar.

En la presente investigación no se trabajó con indicadores para conocer las representaciones mentales en la última etapa, sino en la transformación de la forma externa material, hacia la acción interna psíquica. No obstante, hay indicios de que en algunos casos se logró establecer el orden lógico del sistema de acciones con sus operaciones, aunque no necesariamente en forma lineal, ya que para ofrecer este tipo de respuesta, algunos sitúan los cuatro pasos sintetizados y otros solamente llevan a cabo un informe de las respuestas.

1.3 La actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales en el estudio de caso en el semestre 2008.2

Hemos estructurado los resultados del estudio de caso en torno a los datos obtenidos en el cuestionario, la entrevista al profesor y la observación realizada.

1.3.1 Resultados de la observación.

1.3.1.1 FASE I.

En esta fase la metodología en la exposición de los resultados se corresponde con la seguida en la fase uno del semestre 2008.1, con la excepción de que en el semestre 2008.2 no se crearon dos grupos, sino un estudio de caso destinado a un grupo único. La fase uno está dividida en cuatro partes. La primera de ellas se relaciona con la definición del objetivo de enseñanza (D^1) que continua siendo “mejorar el aprendizaje en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales” y la segunda parte, está vinculada con el estado de partida del proceso de estudio (D^2).

El profesor que trabajó en el grupo de estudio de caso fue el mismo que trabajó con el grupo experimental y las características de la planificación del semestre, en relación al objetivo de enseñanza y la prueba diagnóstico para determinar el nivel de partida, son similares. Se reitera, que el profesor posee una vasta experiencia y un dominio amplio

de la teoría psicopedagógica utilizada y con un semestre más de experiencia en la investigación, lo que es un elemento positivo más a considerar.

En la tercera parte se realiza un análisis estadístico descriptivo con la aplicación de la prueba “z” y en la última parte se hace un resumen de la fase uno. A continuación se presenta el análisis cuantitativo de la variable aprendizaje (Y), con su respectivo sistema de acciones.

La prueba diagnóstica aplicada es bastante similar a la que se aplicó en el semestre anterior, con algunas diferencias dirigidas a buscar nuevas informaciones (ver anexo 5). En la tabla 33 se presentan los resultados de la aplicación de la prueba para determinar el nivel de partida en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales, a su vez, esta prueba está vinculada con el instrumento uno. Se pueden observar los bajos resultados que mostraron los alumnos en forma general. Se utiliza la simbología P01, P02,..., P11 para identificar los 11 alumnos del estudio de casos.

Los resultados obtenidos en el aprendizaje referidos a la resolución de problemas y al sistema de acciones empleado, son en general bajos. En los resultados de este grupo se puede advertir claramente que la acción de más bajo rendimiento es interpretar la solución (Y^1), con media de 1,17, con la menor desviación estándar de 0,55 unidades y con un resultado en el aprendizaje de 6,00; coincidiendo todos los datos anteriores con las preguntas tres y cuatro. La acción comprender el problema (Y^1) con media 1,92 y 1,83 en las dos últimas preguntas, es la acción que presenta un mejor resultado (ver tabla 34).

Considerando todas las acciones de las preguntas, la moda fue 1,00 y en el aprendizaje en las pregunta tres y cuatro está con la menor calificación, la de 4,00. La aplicación del coeficiente de alfa Cronbach demostró alta fiabilidad de los datos.

Tabla 33. Resultado del nivel de partida del estudio de caso

A	P-1	P-2		P-3					P-4				
	Y ³	Y ¹	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
P01	1	3	2	2	2	1	1	6	2	2	1	1	6
P02	1	2	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
P03	2	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5
P04	1	2	2	2	1	1	1	5	4	3	5	3	15
P05	1	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5
P06	1	1	1	3	1	1	1	6	1	1	1	1	4
P07	1	2	1	4	2	1	1	8	1	1	1	1	4
P08	4	3	3	4	4	5	3	16	4	3	4	1	12
P09	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
P10	1	1	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5
P11	1	2	2	2	2	2	1	7	1	1	1	1	4

Tabla 34. Medidas de tendencia central del nivel de partida del estudio de caso

Medidas	P-1	P-2		P-3					P-4				
	Y ³	Y ¹	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	1,33	1,67	1,42	1,92	1,50	1,42	1,17	6,00	1,83	1,42	1,58	1,17	6,00
Mediana	1	1,5	1	1,5	1	1	1	4,5	1,5	1	1	1	4,5
Moda	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Máximo	4	3	3	4	4	5	3	16	4	3	5	3	15
Mínimo	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	3	2	2	3	3	4	2	12	3	2	4	2	11
D. Estándar	0,85	0,75	0,64	1,11	0,87	1,11	0,55	3,29	1,07	0,76	1,32	0,55	3,46
Varianza	0,79	0,61	0,45	1,36	0,82	1,36	0,33	11,8	1,24	0,63	1,9	0,33	13,1
C. Cronbach				0,90					0,92				

Confirmando los bajos resultados de la media en las acciones, se puede observar en la tabla 35 que los resultados uno y dos están oscilando desde el 75% hasta 92%. En las figuras 25 y 26 se puede observar el aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas de las preguntas tres y cuatro, destacándose que el 83% se encuentra en la categoría más baja de la calificación, entre las puntuaciones de cuatro y siete.

Tabla 35. Frecuencia en porcentaje por acciones del estudio de caso en el instrumento uno

Frec. %	P-1	P-2		P-3					P-4			
	Y ³	Y ¹	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	
"1"	83	50	67	50	67	83	92	50	75	83	92	
"2"	8	33	25	25	25	8	0	33	8	0	0	
"3"	0	17	8	8	0	0	8	0	17	0	8	
"4"	8	0	0	17	8	0	0	17	0	8	0	
"5"	0	0	0	0	0	8	0	0	0	8	0	

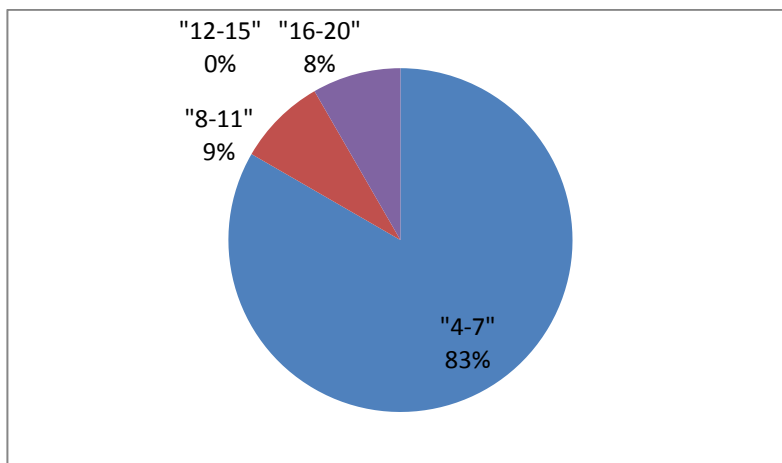


Figura 25. Aprendizaje en la P-3 del instrumento uno del estudio de caso

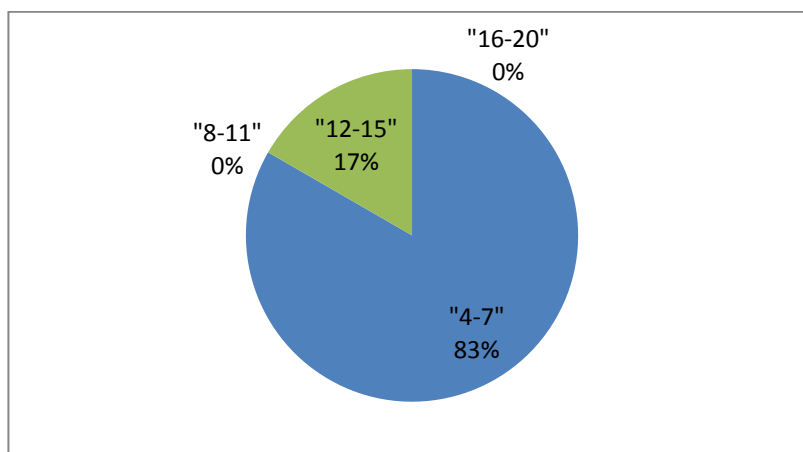


Figura 26. Aprendizaje en la P-4 del instrumento uno del estudio de caso

Utilizando las puntuaciones “z” inferimos que el alumno P08 se destaca dentro del grupo por su aprendizaje de forma integral, el alumno P04 muestra buenos resultados en la pregunta cuatro y los restantes de los alumnos tienden a cierta similitud en formas general de los resultados (ver tabla 36).

Tabla 36. Puntuaciones z del estudio de caso del instrumento uno

A	P-1	P-2		P-3					P-4				
	Y ³	Y ¹	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
P01	-0,4	1,8	0,9	0,1	0,6	-0,4	-0,3	0,0	0,2	0,8	-0,4	-0,3	0,0
P02	-0,4	0,4	-0,7	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,6	-0,8	-0,5	-0,4	-0,3	-0,6
P03	0,8	-0,9	-0,7	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,6	0,2	-0,5	-0,4	-0,3	-0,3
P04	-0,4	0,4	0,9	0,1	-0,6	-0,4	-0,3	-0,3	2,0	2,1	2,6	3,3	2,6
P05	-0,4	-0,9	-0,7	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,6	0,2	-0,5	-0,4	-0,3	-0,3
P06	-0,4	-0,9	-0,7	1,0	-0,6	-0,4	-0,3	0,0	-0,8	-0,5	-0,4	-0,3	-0,6
P07	-0,4	0,4	-0,7	1,9	0,6	-0,4	-0,3	0,6	-0,8	-0,5	-0,4	-0,3	-0,6
P08	3,1	1,8	2,5	1,9	2,9	3,2	3,3	3,0	2,0	2,1	1,8	-0,3	1,7
P09	-0,4	-0,9	-0,7	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,6	-0,8	-0,5	-0,4	-0,3	-0,6
P10	-0,4	-0,9	-0,7	-0,8	-0,6	-0,4	-0,3	-0,6	0,2	-0,5	-0,4	-0,3	-0,3
P11	-0,4	0,4	0,9	0,1	0,6	0,5	-0,3	0,3	-0,8	-0,5	-0,4	-0,3	-0,6

En las tablas 37 y 38 se muestran sendos resúmenes del comportamiento del sistema de acciones y del aprendizaje por alumno en las preguntas tres y cuatro. Con relación al resultado de las respuestas ofrecidas a cada pregunta, los alumnos se ubican en cuatro grupos, tomándose como criterio las calificaciones en los intervalos de cuatro a siete, de ocho a once, de doce a quince y de dieciséis hasta veinte. Seguidamente se describe el resultado obtenido en las dos preguntas, en correspondencia con los intervalos ya explicados.

Considerando el cuarto grupo, en el intervalo de dieciséis hasta veinte aparece el alumno P08 en la pregunta tres con 16 puntos, él demuestra tener habilidades en la resolución del sistema de ecuaciones lineales, comprende el problema, construye el sistema de ecuaciones lineales y muestra discretas habilidades en la interpretación de la solución.

Tabla 37. Sistematización de los resultados de la P-3 del estudio de caso del instrumento uno

A	P-3															Y(3)							
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³						
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1		
P08			X					X										X					16
P07					X				X											X			8
P11				X						X											X		7
P01					X					X											X		6
P06					X						X										X		6
P04					X					X						X					X		5
P02					X					X									X		X		4
P03					X					X									X		X		4
P05					X					X									X		X		4
P09					X					X									X		X		4
P10					X					X									X		X		4

Tabla 38. Sistematización de los resultados de la P-4 del estudio de caso del instrumento uno

A	P-4															Y(4)					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
P05			X					X					X			X					15
P09					X			X					X					X			12
P01					X				X					X						X	6
P03					X					X				X						X	5
P06					X					X				X						X	5
P11					X					X				X						X	5
P02					X					X					X					X	4
P04					X					X					X					X	4
P07					X					X					X					X	4
P08					X					X					X					X	4
P10					X					X					X					X	4
P12					X					X					X					X	4

En el tercer grupo, en el intervalo de doce hasta quince se encuentran los alumnos P05 y P09, con quince y doce puntos respectivamente en la pregunta cuatro. Ambos tienen habilidades en la resolución del sistema de ecuaciones lineales y en comprender el problema, discretas habilidades en la construcción del sistema de ecuaciones lineales y en la interpretación de la solución. Se destaca que el alumno P05 tiene discretas habilidades para ello y P09 no evidenció disponer de esas habilidades.

El alumno P07 en la pregunta tres obtuvo calificación de ocho puntos, ubicándose en el segundo grupo en el intervalo de ocho hasta once, demostrando habilidades solamente en la primera acción comprender el problema. Los alumnos que están en el primer grupo, en el intervalo de cuatro hasta siete, muestran pocas habilidades en el sistema de acciones.

Se presentará a seguir la repuesta del alumno P08 en la preguntas tres.

- a)
- R\$ 1400, 20 hectáreas , maíz = R\$ 100 por hectárea, frijoles = R\$ 50 por hectáreas.
- b)
- Saber la cantidad de hectáreas que se debe cultivar de maíz y frijoles.
- c)
- maíz = x | frijoles = y
-
-
- d)

(I) $2000 - 100y + 50y = 1400$
 $-50y = -600$
 $y=12$
(II) $x=8$
- e)
- $8 \cdot 100 = \text{R\$ } 800,0$

El alumno P08 da indicio de comprender el problema al determinar el objetivo “saber la cantidad de hectáreas que se debe cultivar de maíz y frijoles”, pero comete imprecisiones al pretender extraer los datos del problema, por ejemplo, “R\$ 1400, 20 hectáreas, maíz = R\$ 100 por hectárea, frijoles = R\$ 50 por hectárea”.

Tampoco deja explícitamente cuáles son las condiciones del problema, sin embargo, construye el sistema de ecuaciones lineales con imprecisiones en la definición de las variables “maíz = x | frijoles = y”. Él resuelve de manera correcta el sistema de ecuaciones lineales, pero cuando pasa a la interpretación de la solución, a pesar de realizar bien los cálculos “ $8 \cdot 100 = \text{R\$ } 800,0$ ”, no explica que significado o qué relación tiene con el problema planteado.

El alumno analizado presenta el mejor aprendizaje en la resolución de problema, uniendo las respuestas a las preguntas tres y cuatro, lo que demuestra lo poco que ha contribuido la enseñanza hasta el momento en este sentido y el bajo nivel para enfrentar nuevas situaciones.

Los alumnos demostraron que la metodología para la resolución de problema es través del ensayo y el error y todo parece indicar que no tuvieron orientaciones en este sentido. El nivel de formación del sistema de acciones y el aprendizaje es bajo y las enseñanzas precedentes poco hicieron por obtener resultados duraderos en la resolución de problemas en Matemática.

1.3.1.2 FASE II.

En esta fase, los problemas tienen relación con la etapa de formación de la BOA y de la acción en forma material o materializada. Considerando los bajos resultados del semestre anterior en la acción "interpretar la solución", se realizaron correcciones en la orientación. La BOA utilizada es del tipo tres y sigue siendo generalizadora a través del sistema invariante de las cuatro acciones de la actividad de situaciones problema en Matemática. La forma de obtención es independiente, debido a que a partir de las orientaciones de la actividad de situaciones problema en Matemática, los alumnos deben resolver la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales y las orientaciones al respecto son completas. En este semestre se ofreció mayor énfasis a las realizaciones de las operaciones de la acción interpretar la solución, debido a los bajos resultados obtenidos en ambos grupos en el semestre anterior.

A partir de la primera conferencia, a través de los problemas se intentó buscar motivar y desafiar a los alumnos mediante problemas heurísticos de baja complejidad, con un sistema de ecuaciones lineales en el cual la solución es del tipo única. En la orientación se enfatiza sobre la importancia de la interpretación de la solución y se da a conocer el sistema de evaluación. Por otra parte, desde la primera conferencia, se orienta con precisión, las diferentes acciones para la utilización del programa Derive.

En la etapa de formación de la acción en forma material o materializada, los alumnos reciben una lista de ejercicios con una graduación del aumento del nivel de complejidad y una diversificación para evitar la automatización. Mediante las clases prácticas, comienzan a resolver los problemas en sus dos primeras acciones de forma desplegada. Ellos comprenden el problema y construyen el sistema de ecuaciones de varios problemas, en varias clases prácticas y con posterioridad acuden al laboratorio de informática, para trabajar en la solución del sistema de ecuaciones lineales, e interpretar las soluciones. Este proceso se repite en varias ocasiones durante la etapa.

Se demostró, rápidamente, que los alumnos abandonaron el método de ensayo y error, siendo el control, por parte del profesor, intenso y destinado a recoger las informaciones necesarias para corregir el proceso. Las grandes dificultades se concentraron en el análisis de las unidades de los elementos del sistema de ecuaciones lineales, lo que por consiguiente conlleva a errores en la construcción.

La cantidad de horas de clases que se acumularon hasta ese momento fue de 30 horas, la asistencia del grupo resultó ser 92,1 %, solamente un alumno tuvo una frecuencia inferior al 75% y más de la mitad de los alumnos mantuvieron una asistencia por encima del 90 %.

El instrumento aplicado cuenta con tres preguntas (ver anexo 6). En la primera pregunta los alumnos recibieron informaciones sobre la primera y segunda acciones, o sea, elementos en detalles que permiten comprender el problema junto con el sistema de ecuaciones lineales. Hay que destacar que el 100 % de los alumnos resolvieron el sistema de forma correcta, utilizando el programa Derive, la media de la interpretación fue de 3,64 puntos y más de 50% de alumnos obtuvieron calificación de cuatro puntos, considerándose este resultado como aceptable.

En la pregunta dos se ofrecieron informaciones relacionadas con las tres primeras acciones, es decir, el problema con sus datos, las condiciones del sistema y la solución. En la interpretación de la solución, la media de los resultados fue de 2,82, también se les preguntó sobre el significado de un elemento y una ecuación del sistema, siendo el resultado 2,27 puntos. Con estos datos se confirma que los alumnos presentan dificultades en la interpretación de los resultados y en contrapartida, la resolución del sistema utilizando el Derive, los resultados son buenos como sucedió en el caso de la pregunta uno.

En la pregunta tres se presentó un problema con un nivel de dificultad similar al trabajado sistemáticamente en las clases y en la cuarta el problema incorporó una nueva situación, pero en ambos casos las soluciones que se solicitan son del tipo única. En la pregunta tres, los resultados de las medias en las cuatro acciones respectivamente son 3,09; 3,09; 3,00 y 2,55, con aprendizaje medio de 11,7 puntos y en la pregunta cuatro 2,55; 2,45; 2,82 y 2,18, con un aprendizaje medio de 10 puntos. Se puede inferir que los alumnos consiguieron obtener las habilidades mínimas en las tres primeras acciones, pero todavía hay que trabajar en la interpretación y la transferencia para la nueva situación, los resultados no son aún satisfactorios.

A continuación se presenta ejemplo del resultado del alumno P03 al dar respuesta a la pregunta cuatro, la cual representa la media en el aprendizaje en esta fase.

- a) Flota 21 ómnibus.
- $$\begin{cases} \text{tipo 1} \\ \text{tipo 2 } \textit{Custo 216000} \textit{Mantenimiento 13200} \\ \text{tipo 3} \end{cases}$$
- Tipo 1 R\$ 80000 y M=R\$ 500
 Tipo 2 R\$ 120000 y M=R\$ 700
 Tipo 3 R\$ 160000 y M=R\$ 1000
- b) Saber cuántos carros serán comprados de cada tipo y cuántos será el impuesto a la flota de la empresa.
- c) Compra de 21 ómnibus con un costo total de 2160000; mantenimiento de R\$ 132000, donde cada tipo tiene un valor de mantenimiento y un costo, donde la empresa va a pagar impuestos por la compra de ómnibus.
- d) x – cantidad de unidades de ómnibus del tipo 1
 y – cantidad de unidades de ómnibus del tipo 2
 z – cantidad de unidades de ómnibus del tipo 3
- e)
$$\begin{cases} 80000x + 120000y + 160000z = 216000 \textit{Custo} \\ 500x + 700y + 1000z = 13200 \textit{Mantenimiento} \\ 800x + 1440y + 1120z = c \textit{Im puesto} \end{cases}$$
- f) $x=0,091$
 $y=6$
 $z=0.0020$
- g) {No respondida}
 h) {No respondida}

El alumno P03 desde la primera acción comienza a tener imprecisiones en los datos, arrastrando esta situación hasta el final. El error más grave se encuentra en la construcción del sistema de ecuaciones lineales que se relaciona con la falta de una ecuación vinculada con la condición cantidad de ómnibus que debe tener la flota. Al resolver el sistema se le olvida dar respuesta a la variable “c” y en las variables que representan cantidad de ómnibus, da un número no entero, a partir de aquí se va imposibilitado de dar una respuesta aceptable.

Se puede concluir que los alumnos ante problemas análogos a los trabajados en las clases tuvieron resultados aceptables, pero todavía no lograron conseguir transferir ante nuevas situaciones. Tal comportamiento era de esperar. En esta etapa la generalización de los resultados son bajos, ya que los alumnos comienzan a separar las propiedades esenciales de las no esenciales en las actividades de situaciones problema en Matemática.

1.3.1.3 FASE III.

En esta fase de la formación por etapa de la acción verbal, las preguntas aplicadas siguen siendo problemas heurísticos pero con un nivel superior. Los sistemas de ecuaciones lineales tienen infinitas soluciones, por tal razón, la acción resolver el sistema de ecuaciones lineales conlleva nuevas operaciones, entre ellas las relacionadas con el Derive. En la primera clase de esta fase, una conferencia para introducir las nuevas orientaciones usando la BOA tres, se entrega una lista de ejercicios. Los alumnos son reunidos en pequeños grupos de dos o tres y realizan las dos primeras acciones, comprender el problema y construir el sistema de ecuaciones lineales.

El profesor pasa por los grupos aclarando las dudas, haciendo preguntas a los alumnos, propiciando el debate y corrigiendo los errores. Se observó cómo los alumnos intercambiaban y explicaban en forma verbal las acciones con un carácter desplegado, incluso fueron capaces de explicar la metodología que seguían sin la presencia de los problemas. Al finalizar las clases, el profesor realizaba un resumen puntualizando los elementos más importantes y enfatizando en los errores más comunes. Las mayores dificultades en este primer momento, donde se analizan las dos primeras acciones, sigue siendo la construcción del sistema y en las variables, con cierta frecuencia, no asumen las unidades de medidas, por lo que se producen errores en la construcción de las ecuaciones del sistema.

Posteriormente, cuando los alumnos comienzan a pasar por el laboratorio y resuelven los sistemas de ecuaciones de los diferentes problemas, no encuentran grandes dificultades. Al final, el profesor realiza un resumen corrigiendo los errores y enfatizando sobre la orientación de la acción "interpretar la solución", lo cual se proyecta para discusión en la próxima clase de seminario.

Al llegar los alumnos al seminario, con el objetivo de discutir la tercera acción "interpretar la solución", los problemas tienen infinitas soluciones, por lo que estos deben escoger qué soluciones satisfacen el problema y realizar un informe correspondiente. La forma de la redacción resulta diversa, por lo que se produce un gran debate, permitiendo al profesor hacer las correcciones pertinentes de esa acción, con la que en el semestre anterior no se alcanzó un resultado positivo. Las mayores

dificultades encontradas se derivaron del análisis de unidades en la construcción del sistema y en la redacción en idioma portugués.

Las pruebas aplicadas estuvieron divididas en dos partes: una escrita y otra oral. Los detalles de la elaboración del instrumento y sus resultados se presentan en el anexo 7

Hacia el final de esta fase ya se habían completado 50 horas, siendo la media de asistencia a clases por parte de los alumnos de un 90 % y solamente dos de ellos alcanzaron en este rubro un porcentaje inferior a 90%.

La media de los resultados de las acciones con respecto a la pregunta número uno (prueba escrita) fue de 3,73; 3,18 y 2,64, con un aprendizaje promedio de 11,7 puntos y con respecto a la dos (prueba oral) de 3,45; 3,27; 3,64 y 3,00 con un aprendizaje promedio de 13,4 puntos. Se puede concluir que en la pregunta uno los alumnos, enfrentados a nuevas operaciones para realizar las acciones solucionar el sistema de ecuaciones lineales e interpretar la solución, los rendimientos bajaron.

En la prueba oral, ante un tribunal formado por dos profesores, los resultados promedios fueron superiores a tres. Un factor que ayudo a mejorar los resultados con relación a la otra prueba escrita, fue que ante los errores de los alumnos los profesores preguntaban y en muchas ocasiones los alumnos reaccionaban positivamente. El error que más llamó la atención fue la redacción, los alumnos llegaban con las respuestas escritas que le servían de guía para la explicación. Muchos de los errores estuvieron relacionados con el dominio del portugués y al hacerse preguntas para corregir los errores, los alumnos reaccionaban positivamente.

Algo a destacar en los resultados alcanzados en esta la fase es el alto nivel alcanzado por cuatro alumnos en la resolución de problemas. A continuación se presenta la forma en que respondió el alumno P08.

- a) La fábrica produce tres tipos de juguetes del tipo I, consume 6 kg de materia prima, siendo el impuesto de R\$ 2,50 y la renta de R\$ 15,00; del tipo II se consumen 4 kg, con un impuesto de R\$ 1,50 y una renta de R\$ 10,00; del tipo III se consume 3 kg, el impuesto es de R\$ 3,50 y la renta de R\$ 18,00. La venta de los juguetes del tipo II es la mitad de la de los juguetes del tipo I y III juntos. Para garantizar la sobrevivencia de la fábrica se necesita tener una renta de R\$ 2000.
- b) Determinar la cantidad de unidades que se debe producir por cada tipo de juguete.

c) El impuesto pagado por el juguete del tipo I es de R\$ 2,50 y se obtiene R\$ 15,00 de renta; el impuesto del tipo II es R\$ 1,50 y su renta es de R\$ 10,00 y el impuesto del tipo III es de R\$ 3,50, con una renta de R\$ 18,00. Para la sobrevivencia de la fábrica se necesita tener R\$ 2000.

- d) x – cantidades de unidades de juguetes producidos del tipo I.
 y - cantidades de unidades de juguetes producidos del tipo II.
 z - cantidades de unidades de juguetes producidos del tipo III.
 q – total en kilogramo consumido en la fabricación.
 i – total de impuesto de los tres de juguetes.

$$e) \left\{ \begin{array}{l} 6x + 4y + 3z = q \\ 2.5x + 1.5y + 3.5z = i \\ 15x + 10y + 18z = 2000 \\ y = \frac{x+z}{2} \end{array} \right.$$

- f) La ecuación “ $6x+4y+3z=q$ ” expresa la cantidad de consumo en kilogramos.
 La ecuación “ $2,5x+1,5y+3,5z=i$ ” expresa la cantidad en reales de impuesto.
 La ecuación “ $15x+10y+18z=2000$ ” es la ecuación de la renta en reales.

$$\text{La ecuación } y = \frac{x+z}{2}$$

“ $6x$ ” cantidad de kilogramos consumidos de materia prima del juguete tipo I,

$$\frac{6 \text{ kg}}{\text{und}} x \text{ und} = 6 \text{ kg}$$

“ $2,5y$ ” cantidad de reales pagados en el impuesto de los juguetes del tipo II,

$$\frac{\text{R\$ } 1,5}{\text{und}} y \text{ und} = \text{R\$ } 1,5 y$$

“ $18z$ ” cantidad percibido en reales con los juguete de tipo III,

$$\frac{\text{R\$ } 18}{\text{und}} z \text{ und} = \text{R\$ } 18 z$$

- g) $x = 8; y = 44; z = 80; i = 366; q = 464$
 $x = 54; y = 47; z = 40; i = 345,5; q = 632$
 $x = 100; y = 50; z = 0; i = 325; q = 800$

h) El sistema de infinitas soluciones quedó reducido de acuerdo al contexto del problema a, “ x ” varia 8, 54, 100 unidades; “ y ” varia 44, 47, 50 unidades; “ z ” varia 80, 40, 0 unidades; “ i ” varia R\$ 366, R\$ 345, R\$ 325 y “ q ” es la cantidad de materia prima 800 kg, 632 kg, 800 kg.

i) Utilizando los datos del menor consumo de materia prima, la producción de juguetes del tipo I será de 8 unidades, de los juguetes del tipo II será de 44 unidades y los del tipo III de 80 unidades. Los impuestos a pagar por los juguetes de tipo I será de R\$ 20,00, los del tipo

Los resultados presentados constituyen un paso de avance significativo, en comparación con el nivel de partida, pero las respuestas podían tener más rigor, consistencia y mejor redacción. La prueba oral fue el instrumento de mayor importancia para recoger informaciones sobre el proceso y corregirlo. Los resultados más significativos fueron la consolidación en el plano teórico del sistema de acciones y en cuanto al nivel de generalización, se produjo un aumento, creando las condiciones

para nuevas situaciones. El control del profesor comenzó a transitar de lo externo a lo interno y las acciones son todavía desplegadas y no automatizadas.

1.3.1.4 FASE IV.

Esta última fase está relacionada con las etapas de formación de la acción en el lenguaje externo para sí y en el lenguaje interno y hasta la aplicación de la prueba escrita se han impartido las 60 horas de la asignatura. La asistencia a clases en el semestre fue de 89,5 %, todos los alumnos alcanzaron valores por encima del 83 %, a excepción de un alumno que tuvo un 62%.

Los problemas aquí son verdaderos generadores de situaciones problema, el modelo matemático se reduce a dos sistemas de ecuaciones lineales que tienen infinitas soluciones y se solicita a los alumnos analizar cuál es la mejor solución entre varias opciones. Se aplicó una pregunta con un nivel de complejidad superior a las pruebas precedentes. Véase instrumento y detalles al respecto en el anexo 8 de la tesis.

En el inicio de las etapas de la forma interna de la acción, se refuerza la orientación del sistema de acciones, enfatizando en la acción interpretación de la solución. Los alumnos reciben una lista de ejercicios y el profesor actúa cuando se le solicita ayuda. En esta etapa los alumnos adquieren independencia absoluta, transfieren el sistema de acciones a situaciones diferentes, elaboran sus respuestas sintetizadas en el reporte de la solución.

Los resultados de la media del nivel del sistema de acciones fueron de 4,45; 4,18; 5,00 y 3,55 respectivamente, con un aprendizaje promedio de 17,2 puntos. Se pueden considerar estos resultados de satisfactorios y se destaca para las tres primeras acciones y principalmente para la acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales, que el 100% de los alumnos alcanzaron nota máxima. La acción con más bajo resultado fue la acción interpretar la solución, pero se toma en consideración la importancia de que los alumnos alcanzaron las habilidades mínimas en dicha acción, siendo a su vez el mejor resultado comparado con el mismo periodo del semestre anterior.

Hay que destacar que en el aprendizaje el menor resultado fue de trece puntos y ocho alumnos, de un total de once, obtuvieron notas igual o mayores a dieciocho puntos. Todos los alumnos consiguieron nota máxima en la resolución del sistema de ecuaciones lineales y en las acciones comprender el problema y construir el sistema de ecuaciones lineales, obtuvieron resultados superiores a tres puntos. En la acción interpretar, también todos obtuvieron calificación superior a tres puntos, a excepción de una nota de dos puntos.

Seguidamente se presenta el resultado del alumno P01 a la pregunta referida a constatar la acción interpretar la solución.

El consumo de la materia prima 1 varía entre 500 a 800 kg y el de la materia prima 2 varía de 700 a 900 kg. Cuando la materia prima del tipo 1 es máxima, el consumo de la materia prima 1 del producto A es de 0 unidades; del producto B es de 300 unidades y del producto C es de 500 unidades. El consumo de la materia prima 2 del producto A es de 0 unidades, del producto B es de 400 unidades y del producto C es de 500 unidades.

Cuando el consumo de materia prima 1 es de 500 kg la cantidad producida de A es de 100 unidades, de B de 100 unidades y del producto C es de 0 unidades. Cuando el consumo de materia prima 1 es 800 kg., la cantidad del producto A será 0 unidades, la del producto B de 100 unidades y la del producto C de 100 unidades.

Cuando el consumo de la materia 1 aumenta, el consumo de la materia prima 2 también aumenta.

La mejoría en esta última fase es indudable, los alumnos pudieron apropiarse de una metodología, pero aún se debe continuar perfeccionando el rigor de las acciones. En el caso del ejemplo anterior, hay que insistir en la mejoría de la redacción del informe de respuesta al problema.

Las correcciones introducidas en el proceso de enseñanza-aprendizaje en lo referente a la construcción del sistema de ecuaciones lineales, al análisis de las unidades de las variables, conjuntamente con la construcción de las ecuaciones, y en la acción interpretar la solución, ayudaron al buen aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas.

Los alumnos se mostraron motivados, los problemas los desafiaban y la asistencia a clases estuvo alrededor del 90 %. La disciplina de los alumnos fue buena y se destaca el hecho de que la relación del profesor con ellos resultó ser excelente, lo que contribuyó al buen desempeño en el aprendizaje en el semestre.

1.3.2 Resultados del cuestionario.

A continuación se presentan algunas consideraciones sobre la motivación según los criterios expresados por Tapia (2003). Para este autor la motivación, en la actividad escolar, requiere de enseñar los modos de pensar en el momento de realizar las tareas. Esto significa que se haga posible enfrentarlas con el fin de aprender y con la atención dirigida a buscar y utilizar estrategias que posibiliten superar las dificultades, ganar conocimientos a partir de los errores y construir representaciones conceptuales, así como adquirir los procedimientos que faciliten el progreso de la actividad escolar y la elevación del interés por aprender.

Al inicio de la actividad se debe despertar la curiosidad, mantener el interés centrado en algo y explicar la importancia de los contenidos. El significado de una actividad depende de la capacidad del alumno en situar la tarea en un contexto determinado y en el grado en que se es capaz de determinar las implicaciones y aplicaciones futuras de la misma.

La organización de la actividad escolar en grupos cooperativos parece ser un factor especialmente útil, tanto para estimular los intereses de los alumnos, como para que estos aprendan a emplear sus conocimientos con el mayor rendimiento posible. Las tareas más adecuadas del trabajo en grupos parecen ser las abiertas, las que de hecho admiten varias soluciones. Estas tareas ofrecen la posibilidad de optar entre diferentes formas de actuación, seleccionar cómo trabajar o que información recoger. Los mensajes que los profesores tramiten a los alumnos durante la realización de las tareas en las clases, sobre todo al preguntar u observar sobre sus dificultades, también puede tener importantes repercusiones en la actividad.

Según Talízina (1984), el control desempeña la función de retroalimentación y de motivación, los resultados no sólo deben llagar al profesor, sino también al alumno. Un control organizado como es debido, eleva la eficiencia de la enseñanza pero, si ocurre lo contrario, se puede atentar contra la motivación y la eficiencia de la asimilación en el sentido de la consolidación.

En la presente investigación, desde las primeras clases, los alumnos fueron motivados utilizando problemas y mostrando la importancia de estos para ellos como futuros

P08	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3
P09	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3
P10	3	2	3	3	3	2	3	3	3	3	3
P11	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Tabla 40. Análisis descriptivo del cuestionario

Preguntas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
Media	2,73	2,82	2,64	2,91	3,00	2,82	2,91	2,82	3,00	2,82	2,91	2,85
Mediana	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Moda	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Máximo	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	11
Mínimo	1	2	1	2	3	2	2	1	3	2	2	1
Rango	2	1	2	1	0	1	1	2	0	1	1	10
D.												
Estándar	0,62	0,39	0,64	0,29	0,00	0,39	0,29	0,57	0,00	0,39	0,29	0,42
Varianza	0,38	0,15	0,41	0,083	0,00	0,15	0,08	0,33	0,00	0,15	0,08	0,18
Porcentaje	82%	82%	73%	91%	100%	91%	91%	91%	100%	91%	91%	
C. A. Cronb.	0,84											

C. A. Cronb.: Coeficiente de Alfa Cronbach

La pregunta uno tiene como objetivo verificar si la resolución de problemas de la vida cotidiana es considerada la meta principal en la asignatura Álgebra Lineal; el alumno P02 considera que lo importante es aprobar porque la asignatura es prerrequisito del curso y el alumno P01 respondió que su interés en la asignatura es ejercitar problemas matemáticos.

Ante la presencia de los problemas propuestos por el profesor, los alumnos intentaban siempre dar solución a los mismos, lo cual puede advertirse a partir de las respuestas ofrecidas a la pregunta dos, sin embargo, existen dos alumnos que al parecer lo primero que ellos se preguntan ¿pueden hacerlo?, en vez de realizar esfuerzo mayor o pensar cómo dar solución a los problemas matemático.

Tres de los alumnos no tienen plena conciencia de que cuando se está resolviendo un problema, lo más importante es el procedimiento o pasos intermedios a realizar. Ellos están más interesados en la respuesta, como se demuestra en la pregunta tres.

La mayoría conciben los errores como algo natural que debe ser utilizado como un elemento para corregir el proceso; destaca un alumno que ve los fracasos como un elemento negativo, lo que se evidencia a partir de las respuestas que se dieron a la pregunta cuatro

Durante las clases se pudo observar que en general los problemas desafiaban a los alumnos y que estos mostraban interés por aprender. Resultó evidente, además, que los alumnos se mostraban flexibles antes las tareas y se esforzaban por dar solución correcta a los problemas. Las estadísticas relacionadas con la pregunta cinco, reflejan que el 100% de los alumnos sentían motivación por resolver problemas.

La mayoría de los alumnos del estudio de caso (el 91%), expresaron que sus tareas preferidas son aquellas en las cuales ellos aprenden, pero existen dos alumnos que tienen favoritismo por los problemas que se resuelven con más facilidad (véase las estadísticas vinculadas a la pregunta seis).

Los resultados obtenidos en la pregunta siete indican que, el 91% de los alumnos demostraron ser más flexibles en el cumplimiento de sus tareas, sin embargo, el alumno P01 piensa que tener normas en sus tareas en la asignatura es más conveniente para la resolución de los problemas matemático.

Los resultados de la pregunta ocho muestran que el 91 % de los alumnos se mostraron motivados por alcanzar las metas propuestas por el profesor, con el objetivo de establecer ganancias cualitativas en sus conocimientos. El alumno P01 a diferencia del resto de los colegas de su grupo, manifestó que cuando él alcanza su meta, lo hace pensando en poder demostrar a sus colegas lo que él sabe y también en poder ayudarlos.

Como muestran las estadísticas de la pregunta nueve, todos los alumnos del grupo (el 100%), ante nuevos desafíos están dispuestos a realizar todo el esfuerzo necesario para alcanzar los objetivos

Las pregunta diez nos indica la buena relación existente entre alumnos y profesores. Según estos resultados, los alumnos consideran al profesor un orientador que les ayuda en el proceso de estudio, sin embargo, existe un alumno que lo considera una persona que tiene poder con capacidad para sancionarlo.

En la pregunta once la mayoría de los alumnos (91%) consideran que un objetivo importante de la asignatura es prepararlo para resolver problemas matemáticos de la

vida real en la área de sistemas de información, pero todavía, existe un alumno que considera más importante aprobar porque es un requisito para el título de licenciado en sistemas de información.

1.3.3 Resultados de la entrevista al profesor.

Seguidamente se exponen los resultados alcanzados con la entrevista, en relación con el problema de estudio, las variables, definición del objetivo de la enseñanza (D¹), el estado de partida del proceso dirigido (D²), proceso de asimilación (D³), retroalimentación (D⁴) y corrección (D⁵).

Una vez realizada la entrevista, se grabó en cassette, con una duración aproximada de 35-45 minutos, precedida de la explicación de la investigación y de los objetivos de la misma. Asimismo se le comunicaba la confidencialidad y anonimato de los datos, pidiéndoles sinceridad y colaboración en la entrevista.

Posteriormente se procedió a la transcripción y análisis de las mismas. Una vez transcrita la entrevista se revisó de nuevo, siendo devuelta al entrevistado, teniendo la opción de rectificar cualquier comentario que considerara oportuno.

Tras la transcripción, se pasó a la fase de codificación, estableciendo un sistema de códigos, que permitiera la descripción de las características pertinentes del contenido, y así poder analizar los datos que nos arrojan los profesores, con el fin de ir reduciendo los datos y poder contrastar las hipótesis de nuestra investigación.

En base a las dimensiones utilizadas para la elaboración del protocolo de entrevista, se elaboró un sistema de dimensiones y categorías, que fuese capaz de reducir la información y determinar unidades de significado.

El análisis de los datos de la entrevista se ha realizado con el programa informático AQUAD seis, creado por el profesor Huber de la Universidad de Tubinga (Alemania). Este programa nos facilita el análisis de las entrevistas, contando códigos, estableciendo relaciones entre los códigos, y sobre todo facilitando la reducción de datos, presentación y ordenación de los mismos. Nosotros hemos llamado dimensiones a las metacategorías que establece el programa, si bien el significado

que le damos en el análisis es idéntico. El procedimiento a seguir una vez realizado el análisis de contenido de la entrevista, consiste en establecer el sistema definitivo de categorización y tras el proceso de codificación y análisis de la entrevista, llegar a conclusiones que nos permitan verificar como está estructuralmente el curso en correspondencia con la etapa de formación de las acciones mentales planificadas, qué dificultades está encontrando y cómo está superando o qué piensa hacer al respecto de la variable dirección del proceso de estudio (D).

La entrevista se ha realizado al profesor que ha participado en la investigación, tiene LX años de edad (EDA) y ha trabajado fundamentalmente con el grupo clase, en la asignatura de Álgebra lineal (ALL) en la Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia

En referencia a las preguntas realizadas en torno a la teoría de la actividad de situaciones problema, sobre la garantía de las etapas del proceso de asimilación, retroalimentación y corrección del proceso de estudio. El entrevistado ha respondido lo siguiente:

1) ¿Cuál es el objetivo de enseñanza de la asignatura Álgebra Lineal del curso de Licenciatura en Sistemas de Información? (D¹)

Desde la primera clase, en los dos semestres de trabajo, se dio prioridad a explicitar los objetivos con los que se emprendió la presente labor investigativa, esclareciendo cómo la resolución de problemas se sitúa en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje y que el Álgebra Lineal sería la herramienta esencial para buscar las soluciones.

Se esclarecieron los objetivos de la disciplina y al realizar la prueba de diagnóstico para determinar el nivel de partida de los alumnos, se constató que estos no sabían resolver problemas y que no fueron entrenados en esa dirección en etapas educativas precedentes. En este sentido, ningún alumno demostró dominar acciones para resolver sistemas de ecuaciones lineales. De forma general no se presentó diferencia entre las respuestas de los alumnos en ambos semestres.

2) ¿Expone usted explícitamente a sus alumnos el objetivo de enseñanza de la asignatura? (D¹)

El nivel de conocimiento inicial fue determinado a través de una prueba y de preguntas directas a los propios alumnos. Los resultados de la prueba mostraron que la inmensa

mayoría no sabía resolver problemas simples y los alumnos confesaron que muy raramente habían resuelto problemas en la enseñanza media.

La totalidad de los alumnos mostraron, inicialmente, que no poseían un sistema de acciones para resolver problemas, lo que se justifica por la falta de objetivos definidos para el desarrollo de habilidades de ese tipo durante su formación precedente

3) ¿Verifica si los alumnos conocen el objetivo de enseñanza? ¿Cuál es el nivel de conocimientos de ellos? (D¹)

Al finalizar los dos semestres, los alumnos llegaron a dominar los objetivos de forma satisfactoria, aunque inicialmente la mayoría tenía dificultades y algunos preferían ejercicios utilizando las operaciones con matrices o la solución de sistemas de ecuaciones lineales ya dados por el profesor.

4) ¿Determina usted el nivel de conocimientos de los alumnos en la resolución de sistema de ecuaciones lineales? ¿Cómo cataloga los resultados que ha obtenido en este sentido? (D²)

Si, fue realizada una prueba escrita inicial para conocer todos los elementos relacionados con la actividad de situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales. Los resultados fueron catalogados de bajos y pudieron ser comprobados en las primeras clases de la asignatura de Álgebra Lineal.

Los alumnos mostraron, inicialmente, que no tenían un sistema de acciones para resolver problemas, porque no existían objetivos definidos para el desarrollo de habilidades de ese tipo en su formación preuniversitaria.

5) ¿Halla usted el nivel de formación del sistema de acciones de los alumnos en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales? ¿Cómo considera el nivel de formación del sistema de acciones? (D²)

Existe un amplio dominio, tanto del contenido, como de la metodología, así como del conocimiento de las particularidades de los alumnos.

6) ¿Planificó la ASP de sistema de ecuaciones lineales en las etapas o fases? (D³).

E1. Se planificó la ASP a través de un material que sirvió de guía para aproximar a los alumnos al conjunto de acciones que serían necesarias para resolver un problema y luego durante las primeras clases se enfatizó en los pasos, verificando si los alumnos entendían y ejecutaban cada uno de los cuatro pasos.

E2. Se continuó la planificación con ayuda de tablas que permitían organizar los datos del problema para luego poder construir el sistema de ecuaciones correspondiente. La definición del significado de las variables y sus unidades de medida, así como de cada

ecuación del sistema. Todo esto permitió mantener un apoyo durante la discusión de los resultados del problema y su correcta interpretación.

E3. Se organizaron varias discusiones orales sobre el significado de las variables, de las ecuaciones y de las soluciones.

E4. Aquí se le dio más libertad para el alumno organizar sus informaciones y utilizar los caminos que mejor entendiera pero exigiendo la interpretación de los resultados en un mayor grado de complejidad.

7) ¿En su planificación se consideró la etapa de formación de las acciones mentales que corresponde? ¿Cómo? (D³).

En la planificación de las clases y en la selección de los problemas estuvo de acuerdo con las etapas. También se verificó la correspondencia con lo planificado y fue realizado las correcciones necesarias durante el proceso

8) ¿A través de qué método (s) garantiza la etapa o fase? (D³).

En cada fase se realizaron actividades de evaluación incluyendo actividades de resolución de sistema de ecuaciones en el laboratorio de informática, discusión de resultados y pruebas escritas para verificar en que etapa estaba cada alumno.

Con el segundo grupo se incluyeron pruebas orales individuales para profundizar en los conocimientos adquiridos.

9) ¿Las características de las acciones realizadas por los alumnos se corresponde con la etapa o fase? (D⁴) De no corresponder, ¿qué se está haciendo para corregirlos? (D⁵).

Durante las etapas se fue delimitando un grupo que fue acompañando el proceso con avances positivos de acuerdo con la etapa planificada previamente, mientras que otro grupo fue quedando rezagado, llegando apenas a la etapa materializada. Aunque se prestó especial atención con actividades extra, algunos no consiguieron avanzar mucho, sobre todo en la interpretación de resultados.

10) ¿Los alumnos realizan correctamente las acciones de la ASP del sistema de ecuaciones lineales? (D⁴). De no realizarse, ¿cuál es la razón? ¿qué se está haciendo para corregirlo? (D⁵).

En las primeras clases los alumnos presentaron grandes dificultades, a medidas que el curso fue avanzando los alumnos fueron apropiándose de la metodología. La corrección fue realizada siempre realizada sobre la marcha del proceso de estudio.

11) ¿Cómo está el cumplimiento del objetivo de enseñanza? (D⁴) De no cumplirse ¿qué se hará o se está haciendo para lograr dicho cumplimiento? (D⁵).

Los objetivos de la enseñanza fueron cumplidos aunque para algunos casos los niveles aun no son los esperados. De todas maneras, en todos los casos individuales existieron avances y el grupo mostró resultados positivos. Se debe destacar que la solución del sistema de ecuaciones con el uso del Derive se consolidó rápidamente.

12) ¿Se han realizado reuniones con los alumnos para conocer los criterios y opiniones sobre el proceso de estudio? De haberse realizado ¿qué aspectos de interés fueron discutidos? (D⁵).

No fue posible hacer reuniones específicas para discutir estos problemas por falta de tiempo por parte de los alumnos, ya que la mayoría trabaja en los otros horarios pero si se dedicó tiempo a discutir cada resultado de las evaluaciones enfatizando en los problemas de interpretación. Un problema detectado fue la poca explotación de tareas extra clase para ayudarlos a dedicar más tiempo de estudio. En el segundo grupo se trató de mejorar el material didáctico de apoyo y se le dio mayor importancia a la realización de tareas extra clase.

El sistema de categorías para realizar el análisis de las entrevistas está formado por tres dimensiones y un total de 23 categorías, algunas son el resultado de subdividir otra categoría, tal y como presentamos en la tabla 41.

Profesor_1		
	Categorías	Códigos Frecuencias
Orientación del sistema de acciones:	Edad del entrevistado	EDA
	Asignatura Álgebra lineal	AAL
	Actividad de situaciones problema	ASP REP
	Resolución de problemas	PDI
	Prueba de diagnóstico	SSE
	Solución de sistemas de ecuaciones	
	Nivel de conocimientos de los alumnos	NCA
	Conocimiento particular del alumno	CPA 1
Dirección de la actividad en situaciones problema	Planificó la ASP	PAS
	Motivación	MOT
	Acciones en la planificación	APL
	Interpretación del resultado	IRE
	Significado de variable	SVA
	Métodos por etapas	MET
	Sistema de ecuaciones	SIE

Comprobación del efecto en sistema de ecuaciones lineales	Discusión de resultados	DRE
	Discusión resultados del problema	DRP
	Pruebas escritas	PRE
	Pruebas orales individuales	POI
	Actividades extra	AEX
	Cumplimiento del objetivo de enseñanza	COE
	Solución del sistema de ecuaciones con el uso del Derive	SSD
	Reuniones con los alumnos	RAL

Quedando las dimensiones de la entrevista agrupadas como sigue:

- La orientación del sistema de acciones de la actividad de situaciones en Matemática.
- La dirección de la actividad de situaciones problema en Matemática.
- La comprobación del efecto de la actividad de situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales en la asignatura de Álgebra Lineal.

La asignatura pertenece al ciclo básico del curso y debe fortalecer la formación matemática de los alumnos, perfeccionar sus habilidades de razonamiento lógico y darles herramientas para resolver problemas a través de sistemas de ecuaciones lineales con aplicaciones en diversas áreas.

Desde la primera clase, se dio prioridad a explicitar los objetivos con los que se emprendió la presente labor investigadora, esclareciendo cómo la resolución de problemas se sitúa en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje y que el Álgebra Lineal sería la herramienta esencial para buscar las soluciones.

El profesor en la entrevista deja de manifiesto tener un amplio dominio, tanto del contenido, como de la metodología, así como del conocimiento de las particularidades de los alumnos. Durante toda la investigación, siempre existió una estrecha relación entre el profesor de la investigación y el investigador y al acabar cada clase, ambos se encontraban para analizar lo sucedido y determinar la estrategia para las próximas clases, lo que facilitó el debate y revisión del borrador de entrevista cuando le fue facilitado.

El análisis de contenido de la entrevista queda codificado como sigue y que adjuntamos al tratarse de un solo profesor entrevistado y dado el peso que toma en la investigación, hemos considerado analizar todo su contenido ya que un estudio de frecuencias de códigos aportaría una información bastante parcial de su contenido :

Prof_1.rtf.atx

1

-> (1- 1): \$no contar

2 Protocolo de la entrevista

-> (2- 2): \$no contar

3

-> (3- 3): \$no contar

4 1) ¿Cuál es el objetivo de enseñanza de la asignatura Álgebra Lineal del curso de Licenciatura en

-> (4- 4): /\$Entrevistador

-> (4- 5): /\$Entrevistador

5 Sistemas de Información? (D1)

6 Desde la primera clase, en los dos semestres de trabajo, se dio prioridad a explicitar los objetivos

-> (6- 6): /\$Entrevistador

-> (6- 6): OBJ

7 con los que se emprendió la presente labor investigativa, esclareciendo cómo la resolución de problemas se

-> (7- 7): REP

-> (7- 7): RES

8 sitúa en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje y que el Álgebra Lineal sería la herramienta esencial

-> (8- 8): AAL

9 para buscar las soluciones.

-> (9- 9): SSE

10 Se esclarecieron los objetivos de la disciplina y al realizar la prueba de diagnóstico para determinar

-> (10- 10): ODI

11 el nivel de partida de los alumnos, se constató que estos no sabían resolver problemas y que no fueron

-> (11- 11): REP

12 entrenados en esa dirección en etapas educativas precedentes. En este sentido, ningún alumno demostró

13 dominar acciones para resolver sistemas de ecuaciones lineales. De forma general no se presentó diferencia

-> (13- 13): AAL

14 entre las respuestas de los alumnos en ambos semestres.

15 2) ¿Expone usted explícitamente a sus alumnos el objetivo de enseñanza de la asignatura? (D1)

-> (15- 15): ODI

16 El nivel de conocimiento inicial fue determinado a través de una prueba y de preguntas directas a los

-> (16- 16): PRE

17 propios alumnos. Los resultados de la prueba mostraron que la inmensa mayoría no sabía resolver problemas

18 simples y los alumnos confesaron que muy raramente habían resuelto problemas en la enseñanza media.

-> (18- 18): RES

19 La totalidad de los alumnos mostraron, inicialmente, que no poseían un sistema de acciones para

-> (19- 19): NCA

20 resolver problemas, lo que se justifica por la falta de objetivos definidos para el desarrollo de habilidades de

-> (20- 20): REP

21 ese tipo durante su formación precedente

22 3) ¿Verifica si los alumnos conocen el objetivo de enseñanza? ¿Cuál es el nivel de conocimientos de

-> (22- 22): OBJ

23 ellos? (D1)

24 Al finalizar los dos semestres, los alumnos llegaron a dominar los objetivos de forma satisfactoria,

-> (24- 24): OBJ

25 aunque inicialmente la mayoría tenía dificultades y algunos preferían ejercicios utilizando las

26 operaciones con matrices o la solución de sistemas de ecuaciones lineales ya dados por el profesor.

-> (26- 26): COE

27 4) ¿Determina usted el nivel de conocimientos de los alumnos en la resolución de sistema de ecuaciones

-> (27- 27): RES

-> (27- 27): SSD

28 lineales? ¿Cómo cataloga los resultados que ha obtenido en este sentido? (D2)

-> (28- 28): APL

29 Los alumnos mostraron, inicialmente, que no tenían un sistema de acciones para

-> (29- 30): APL

30 resolver problemas, porque no existía objetivos definidos para el desarrollo de habilidades de

31 ese su formación preuniversitaria.

32 5) ¿Halla usted el nivel de formación del sistema de acciones de los alumnos en la actividad de

-> (32- 32): COE

-> (32- 34): APL

-> (32- 34): SSE

33 situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales? ¿Cómo considera el nivel de formación del sistema

34 de acciones? (D2)

35 Existe un amplio dominio, tanto del contenido, como de la metodología, así como del conocimiento de

-> (35- 36): NCA

36 las particularidades de los alumnos.

37 6) ¿Planificó la ASP de sistema de ecuaciones lineales en las etapas o fases? (D3).

-> (37- 37): PAS

38 Se planificó la ASP a través de un material que sirvió de guía para aproximar a los alumnos al conjunto de

-> (38- 38): PAS

-> (38- 40): PAS

-> (38- 40): REP

39 acciones que serian necesarias para resolver un problema y luego durante las primeras clases se enfatizó en

40 los pasos, verificando si los alumnos entendían y ejecutaban cada uno de los cuatro pasos.

41 E2. Se continuó la planificación con ayuda de tablas que permitían organizar los datos del problema para

-> (41- 42): PAS

42 luego poder construir el sistema de ecuaciones correspondiente. La definición del significado de las variables

-> (42- 44): DRE

43 y sus unidades de medida, así como de cada ecuación del sistema. Todo esto permitió mantener un apoyo

-> (43- 44): SSE

44 durante la discusión de los resultados del problema y su correcta interpretación.

-> (44- 44): MET

45 E3. Se organizaron varias discusiones orales sobre el significado de las variables, de las ecuaciones y de las

-> (45- 46): POI

46 soluciones.

47 E4. Aquí se le dio más libertad para el alumno organizar sus informaciones y utilizar los caminos que mejor

-> (47- 48): DRP

48 entendiera pero exigiendo la interpretación de los resultados en un mayor grado de complejidad.

49 7) ¿En su planificación se consideró la etapa de formación de las acciones mentales que corresponde? ¿

50 Cómo? (D3).

51 8) ¿A través de que método(s) garantiza la etapa o fase? (D3) Las etapas propias de formación de las

-> (51- 52): MET

52 acciones mentales.

53 En cada fase se realizaron actividades de evaluación incluyendo actividades de resolución de sistema de

-> (53- 55): POI

-> (53- 55): PRE

54 ecuaciones en el laboratorio de informática, discusión de resultados y pruebas escritas para verificar en que

55 etapa estaba cada alumno.

56 Con el segundo grupo se incluyeron pruebas orales individuales para profundizar en los conocimientos

-> (56- 57): POI

57 adquiridos.

58 9) ¿Las características de las acciones realizadas por los alumnos se corresponde con la etapa o fase?

59 (D4) De no corresponder, ¿qué se está haciendo para corregirlos? (D5).

60 Durante las etapas se fue delimitando un grupo que fue acompañando el proceso con avances positivos de

-> (60- 60): COE

61 acuerdo con la etapa planificada previamente, mientras que otro grupo fue quedando rezagado, llegando

-> (61- 62): PAS

62 apenas a la etapa materializada.

63 Aunque se prestó especial atención a las actividades extras algunos no consiguieron avanzar mucho sobre todo

-> (63- 64): AEX

-> (63- 64): DRE

64 en la interpretación de resultados.

65 10) ¿Los alumnos realizan correctamente las acciones de la ASP del sistema de ecuaciones lineales? (D4).

-> (65- 65): ASP

66 De no realizarse, ¿cuál es la razón? ¿qué se está haciendo para corregirlo? (D5).

67 11) ¿Cómo está el cumplimiento del objetivo de enseñanza? (D4) De no cumplirse ¿qué se hará o se está

-> (67- 67): OBJ

Adjuntamos así mismo la representación de códigos y la línea en la que aparecen cada uno de los códigos, con el fin de visualizar su nivel de fuerza en el caso que nos ocupa:

Líneas y códigos	
1	1\$no contar
2	2\$no contar
3	3\$no contar
4	4/\$Entrevistador
4	5/\$Entrevistador
6	6/\$Entrevistador
6	6OBJ
7	7REP
7	7RES
8	8AAL
9	9SSE
10	10ODI
11	11REP
13	13AAL
15	15ODI
16	16PRE
18	18RES
19	19NCA
20	20REP
22	22OBJ
24	24OBJ
26	26COE
27	27RES
27	27SSD
28	28APL
29	30APL
32	32COE
32	34APL
32	34SSE
35	36NCA
37	37PAS
38	38PAS
38	40PAS
38	40REP
41	42PAS
42	44DRE
43	44SSE
44	44MET
45	46POI
47	48DRP
51	52MET
53	55POI
53	55PRE
56	57POI
60	60COE
61	62PAS
63	64AEX
63	64DRE
65	65ASP
67	67OBJ

2 DISCUSIÓN, CONCLUSIONES E IMPLICACIONES

En el Estado de Roraima, donde se lleva a cabo la investigación, el Ministerio de Educación brasileño evalúa, de manera constante y en forma negativa, el sistema educacional. Ese Ministerio posee un riguroso sentido de la evaluación para los cursos existente y para los que se van creando, aunque, a pesar de ese innegable rigor, los egresados al llegar a los mercados laborales no se encuentran generalmente preparados como lo exigen las necesidades y rigores de la actualidad.

La solución de los problemas requiere de la aplicación de modelos matemáticos muy comunes en la vida cotidiana y propician el trabajo con las situaciones problema que se tratan en la presente investigación. Por otra parte, la experiencia demuestra a cada momento que encontrar profesionales capaces de resolver situaciones mediante el empleo de contenidos matemáticos, no resulta algo común, por lo que se concluye que la educación, en sus diferentes niveles, no ha trabajado rigurosamente en este sentido.

Para nuestra investigación se crearon dos grupos diferentes de alumnos: uno experimental y otro de control. Además se procuró que dichos grupos quedasen homogéneamente distribuidos en el sentido que el nivel de formación inicial en situaciones problema en matemática fuese similar en ambos grupos.

Dentro de la investigación del proceso de aprendizaje de ambos grupos, dicho aprendizaje ha sido separado en varias fases. La primera fase, relativa al estudio del nivel de partida de la formación de los alumnos en el sistema de acciones y el nivel inicial de aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos. Dentro de esta fase, a la vista de los resultados, se definen y estudian dos hipótesis descriptivas H_2 (los alumnos tienen bajo nivel de formación en la actividad situaciones necesarias para la resolución de un problema matemático es bajo) y H_4 (los grupos experimental y de control poseen un nivel de partida similar). En este sentido problema en matemática), H_3 (el nivel inicial de formación de los alumnos en el sistema de acciones se comprobó que los alumnos de la Facultad Actual de la Amazonia llegan a la educación universitaria con un bajo rendimiento en la resolución de problemas matemáticos, por lo que no poseen un nivel satisfactorio en la formación del sistema de acciones que componen la actividad de situaciones problema en Matemática y que el nivel de

partida de los grupos de control y experimental es similar, como era lógica tras la forma de selección de los miembros de ambos grupos que pretendía buscar justamente eso.

En la fase segunda se inició el proceso de enseñanza propiamente dicho. En esta fase se persigue que el alumno materialice mediante la resolución práctica de ejercicios planteados por el profesor los conocimientos adquiridos a través de la orientación de las acciones. En la fase tres, estos ejercicios serán resueltos de forma verbal u oral, esperando que el alumno no sólo sepa plantearlos y resolverlos, sino también expresar de forma verbalizada las soluciones. En la última fase la cuatro el enfoque de la formación se centra en la interiorización de tales conceptos para el alumno, es decir, en ella el alumno debe, una vez asimilados los conocimientos, haber alcanzado la suficiente madurez en la comprensión de los mismos. En estas tres fases la investigación se centra en el estudio de las hipótesis que aseguran que la aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje en la actividad de situaciones problema en matemática: H_5 (de forma materializa en la fase dos), H_6 (de forma verbal en la fase tres) y H_7 (de forma interna en la fase cuatro).

Todos los resultados y el posterior análisis comparativo de los mismos entre el grupo experimental y de control nos llevan a afirmar que la hipótesis principal (H_1) de la tesis es cierta.

H_1 : La aplicación del sistema de acciones mejora el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en la asignatura de Álgebra Lineal del curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, cuando se utiliza la teoría psicológica en la enseñanza formación por etapas de la acciones mentales, teoría general de dirección del proceso de estudio, el sistema de computación algebraica Derive y con alumnos motivados.

Adicionalmente a los resultados de observación que nos conducen a las conclusiones anteriores, como ya hemos contestado en la sección anterior, se ha realizado un cuestionario y una entrevista al profesor. Los resultados de ambas metodologías ya fueron analizadas y discutidas; si bien, indicar que de las mismas también se puede reafirmar las hipótesis que anteriormente se han concluido desde la observación.

A lo largo de los apartados de esta sección pretendemos dar detalles de las afirmaciones anteriores. Así, en el apartado 2.1.1 se analizará el nivel del sistema de acciones y del aprendizaje en el grupo experimental y de control comparando las diferentes fases, también se mostrarán las características generales en cuanto a los tipos de problemas aplicados, de las pruebas de papel y lápiz y de la base de la orientación de la acción. En el apartado 2.1.2 será mostrada las conclusiones del estudio de caso.

En el apartado 2.2 se realizará la verificación de la hipótesis principal y de las hipótesis específicas. Para la contratación de las hipótesis será utilizada el teste Wilcoxon, verificándose las hipótesis específicas H_3 , H_4 , H_5 , H_6 y H_7 comparando el grupo experimental y de control. Para verificar la hipótesis principal (H_1) se compara el nivel de las acciones y nivel del aprendizaje inicial con el estado final, después de haber pasado por las etapas de formación de las acciones mentales.

A continuación será realizado un estudio comparativo de las pruebas de papel y lápiz entre las fases, primeramente en los grupos experimental y de control y posteriormente en el estudio de caso. Finalmente se verificará el cumplimiento de la hipótesis principal y de las hipótesis específicas de la investigación.

2.1 Formación de la actividad de situaciones problema

Se recordará que las pruebas de papel y lápiz aplicadas corresponden al semestre 2008.1 para el grupo experimental y de control y en el semestre 2008.2 para el estudio de caso.

2.1.1 Grupo experimental y de control

Se analizan aquí las preguntas que son comunes entre el grupo experimental y el de control en cada fase y se recuerda, de los datos estadísticos mostrados, el aprendizaje en la resolución de problemas (Y), donde la puntuación que se otorgó varía de cuatro a veinte puntos. La figura 27 muestra los resultados de las medias de los aprendizajes

individuales por preguntas y la figura 28 la media de las respuestas a las preguntas de esta fase.

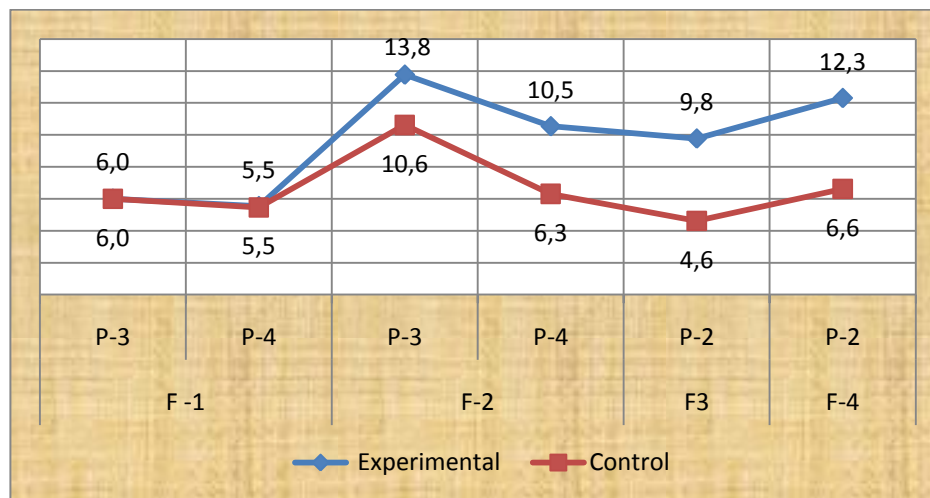


Figura 27. Aprendizaje de la variable Y por preguntas del semestre 2008.1

La pregunta tres de la fase uno es un problema en que el modelo matemático se reduce a un sistema de ecuaciones lineales, dos ecuaciones con dos incógnitas, por consiguiente presentan dos condiciones. En cuanto a la pregunta cuatro, el sistema está formado por tres ecuaciones con tres incógnitas, por tanto tiene tres condiciones. Los elementos y conceptos manipulados para la comprensión de ambas preguntas son básicos.

La pregunta cuatro presenta un nivel superior de generalización en relación con la pregunta tres, por tal motivo, se justifica que los resultados en esa pregunta cuatro sean ligeramente inferiores. Los alumnos demostraron pocas habilidades en la resolución de problemas, por lo que se concluye que el nivel de partida es bajo y a partir de estos resultados se construye la estrategia de la base orientadora de la acción. Al parecer la enseñanza que precedió aportó poco en las estrategias para la resolución de los problemas matemáticos.

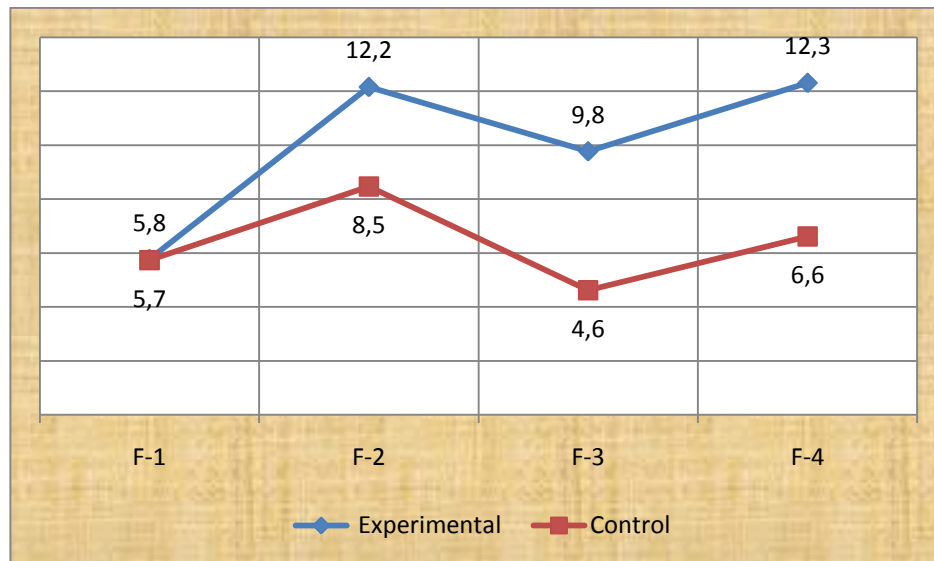


Figura 28. Aprendizaje de la variable Y por fase del semestre 2008.1

En la fase uno se construyen los grupos experimental y de control, de tal forma que fueran equivalentes en el sistema de acciones y en el aprendizaje de la resolución de problemas iniciales, por tal motivo, los valores de "Y" son iguales. En general los alumnos en la prueba aplicada resolvían los problemas a través del ensayo y el error, tratando de lograr soluciones que pudieran satisfacer las condiciones del problema, pero sin construir el sistema de ecuaciones lineales. Se pudo observar que ellos intentaban dar solución a los problemas y cuando no lo conseguían, abandonaban el salón dejando la prueba en blanco.

Con posterioridad a la formación de los grupos equivalentes, se pasó a la fase dos con la elaboración y orientación del sistema de cuatro acciones. En el grupo experimental el objetivo principal fue la resolución de problemas y los contenidos de Álgebra Lineal pasaban como una justificación para resolver problemas a través de la BOA tres, mientras que en el grupo de control el objetivo fundamental se dirigió a los contenidos de Álgebra Lineal y a los problemas con aplicación de dichos contenidos usando la BOA cuatro.

Los alumnos reciben las orientaciones completas del sistema invariante de las acciones para la resolución de situaciones problema en Matemática. Los del grupo experimental, a partir de las orientaciones generales deben resolver situaciones problema del sistema de ecuaciones lineales, mientras que los alumnos del grupo de control reciben las informaciones a través de ejemplos patrones para después realizar

los ejercicios. En esos detalles radica la diferencias entre las BOA tres y cuatro; en ambas las orientaciones son generales y completas, diferenciándose en la forma de obtención de las informaciones por los alumnos, en la tres la deben de buscarla de forma independiente y en la cuatro la reciben directamente del profesor.

Por el bajo nivel en la formación del sistema de acciones y en el aprendizaje de la resolución de los tipos de problemas presentado a los alumnos inicialmente, estos fueron heurísticos y conducentes a la resolución del sistema de ecuaciones lineales con una única solución. En ambos grupos las conferencias iniciales motivaron a los alumnos en la resolución de problemas, pero en el grupo de control, cuando se abandonaron los problemas para trabajar los contenidos teóricos, se perdió tiempo y se evidenció desconcierto, siendo típica la pregunta: ¿los problemas van ser evaluados en las prueba? En el grupo experimental, sin embargo, la motivación se mantuvo y los alumnos concibieron la resolución de problemas como el objetivo del aprendizaje, mientras que en el grupo de control los problemas aparecen como algo que puede perjudicar la evaluación que se obtenga en la asignatura.

Los alumnos deben emprender la resolución de los problemas en forma desplegada y con la ayuda del profesor, en esta etapa que se corresponde con la formación de la acción en forma material o materializada. En el grupo experimental los alumnos utilizando las orientaciones generales de la actividad situaciones problema en Matemática, trabajan con los problemas de forma independiente, por lo que los del grupo de control necesitan de ejemplos patrones para alcanzar el éxito. En los dos grupos, el control externo por parte de profesor es intenso e importante para hacer las correcciones en el proceso.

Al finalizar la fase dos se impartieron treinta horas de clases, incluyendo las últimas tres horas una prueba. En la evaluación escrita la pregunta tres tiene solución única, nivel de complejidad y generalización baja, con recursos ya trabajados en clases anteriores, En el problema cuatro se presenta un contexto no trabajado en clases, o sea, una nueva situación, pero la solución del sistema continua siendo única.

El trabajo sistemático del grupo experimental en la resolución de problemas, utilizando la BOA tres, fue más efectivo, demostrándose una mejor preparación para que los alumnos transfieran sus conocimientos a nuevos desafíos. La diferencia de las medias

en la pregunta tres es 3,2 puntos y en la pregunta cuatro es de 4,2 puntos. El grupo de control, para alcanzar ese nivel de efectividad, necesitaría de más tiempo, ya que la diferencia está en la forma en que los alumnos reciben las acciones, además de la sistematicidad con que se lleva a cabo en la resolución de los problemas.

La fase tres está relacionada con la etapa de la formación de la acción en verbal externa, las clases prácticas y seminarios son apropiadas para alcanzar el éxito en esta etapa. La complejidad de los problemas aumenta y son necesarios nuevas acciones, pero la forma de orientación continúa siendo la misma. El sistema que se presenta tiene infinitas soluciones, siendo necesaria la utilización de nuevos recursos del programa Derive.

Los alumnos del grupo experimental mostraron dificultades ante las nuevas situaciones y se hizo necesario que el profesor explicara adecuadamente cada momento de trabajo y llevara a cabo las correcciones pertinentes en el aprendizaje del mismo. El grupo de control se mostró con las dificultades no superadas de la etapa material.

Los resultados, aunque disminuyeron en ambos grupos, fueron superiores en el grupo experimental. Lo que sucedió fue que los alumnos se enfrentaron a nuevos desafíos, problemas con un nivel de complejidad superior y la acción interpretar la solución adquirió una nueva forma. Hasta la finalización de la fase se acumularon 50 horas, de las cuales 20 horas se correspondieron con la fase dos o etapa de la formación de la acción en la forma verbal. En la pregunta tres, la diferencia de las medias (5,2) aumentaron con relación a las respuestas constatadas en las de fases anteriores.

La última fase está relacionada con las etapas de formación del lenguaje externo para sí y el lenguaje interno. Consta de diez horas de clases y totaliza sesenta horas que son la cantidad de horas de clases de la asignatura en el semestre. Los problemas pasan del tipo heurísticos a situaciones problema y de forma general deben de estar elaborados sobre sistemas de ecuaciones lineales que tienen infinitas soluciones. Los alumnos deben seleccionar las soluciones de acuerdo a las condiciones que se presentan y finalmente escoger la mejor solución y realizar el informe.

Los alumnos del grupo experimental mostraron ser más independientes en la resolución de los problemas, mientras los del grupo control dependieron en gran medida del apoyo del profesor para lograr conseguir el éxito.

En comparación con los problemas anteriores, aumentó el nivel de complejidad y generalización, los resultados crecieron en ambos grupos pero siempre siguen siendo mejores en el grupo experimental. La diferencia de las medias aumento en 5,7 unidades. Gráficamente la curvatura que muestra el aprendizaje es parecida en ambos grupos, sin embargo, las diferencias de las medias fue acrecentándose a medidas que aumentaba las horas de clases. En el grupo experimental la media alcanzada en la forma material fue prácticamente la misma a la del lenguaje interno. El aprendizaje utilizando la BOA tres es más efectivo y necesita menor tiempo, lo que es una de las exigencias y desafíos de los tiempos actuales.

El punto de partida de la resolución de problemas es comprender el problema, esta acción es esencial para el éxito en las próximas acciones. El grupo experimental en las clases se caracterizó por presentar alumnos que generalmente conocían el objetivo del problema, pero con imprecisiones en la extracción de los datos y dificultades antes los nuevos conceptos que aparecen. Los alumnos del grupo de control presentaron grandes dificultades para comprender los problemas, solamente existió cierta evidencia de un mínimo de habilidades en la etapa material, cuando eran problemas con dificultades parecidas a las trabajadas en las clases. Hasta el final de esta etapa son treinta horas de clases las que se han empleado en el trabajo.

La acción comprender el problema siguió el comportamiento del aprendizaje y las diferencias de las medias de las preguntas en las fases dos, tres y cuatro, fue de 0,7; 1,5; 1,4 y 1,4 unidades respectivamente. Véase que se mantienen las diferencias en las tres últimas preguntas (ver figura 29).

Es indudablemente que para construir el sistema de ecuaciones lineales hay que tener éxito en la acción comprender el problema. El grupo experimental generalmente conocía el objetivo, pero cuando construían el sistema mostraban imprecisiones en el análisis de las unidades de los elementos de las ecuaciones y en ocasiones sumaban elementos con unidades diferentes. También se presentaron imprecisiones en extraer datos del problema y en la acción comprender generaron imprecisiones en la

construcción de las ecuaciones. En el grupo control generalmente los resultados fueron negativos, quizás con alguna tendencia a construir sistemas con errores en los problemas con características semejantes a las trabajadas en clases precedentes.

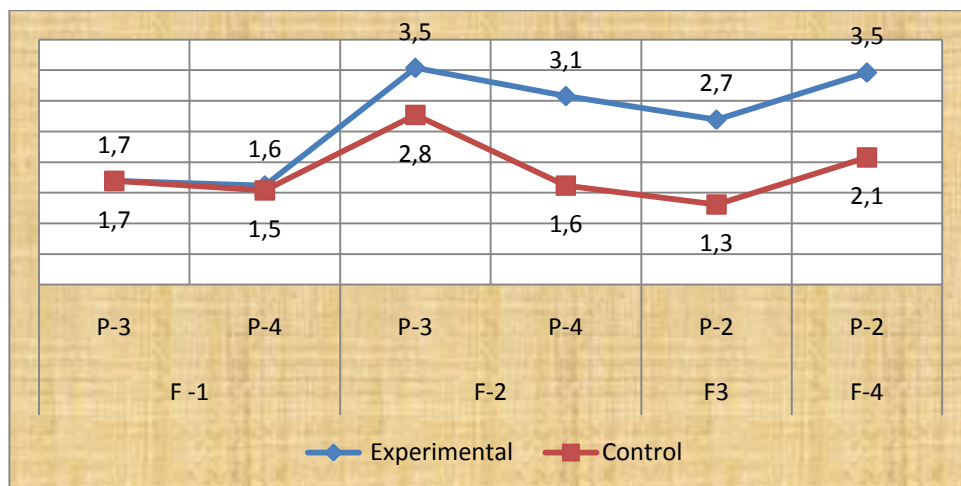


Figura 29. Nivel de la primera acción por preguntas del semestre 2008.1

Las diferencias de las medias en la acción construir el sistema de ecuaciones lineales, desde la fase dos, hasta cuatro, es 0,6; 0,5; 1,6 y 1,7. El grupo experimental tuvo un avance mayor en las dos últimas fases y en esta acción la curva sigue la tendencia del aprendizaje (ver figura 30).

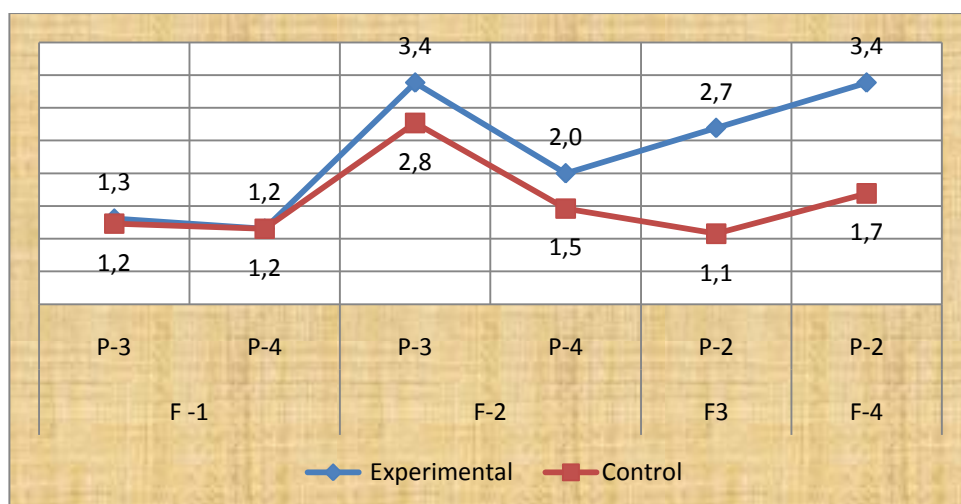


Figura 30. Nivel de la segunda acción por preguntas del semestre 2008.1

Analizando de forma aislada el programa Derive para solucionar sistema de ecuaciones lineales, los alumnos demostraron poseer habilidades para este tipo de

trabajo. La acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales depende de las dos acciones anteriores, por tal razón, el grupo de control no puede avanzar como el grupo experimental. Cuando el alumno no conseguía construir el sistema, no existía un sistema para solucionar el problema. Las diferencias de las medias de las últimas cuatro preguntas fue respectivamente de 0,9; 1,9; 1,4 y 2,3 unidades (ver figura 31). La síntesis de las tres primeras acciones está en la acción interpretar la solución. El avance en los dos grupos no es satisfactorio, todos los resultados se encuentran por debajo del tres puntos y las diferencias en los resultados derivados de las últimas cuatro pregunta fue de 0,9; 0,4; 0,7 y 0,5 unidades (ver figura 32).

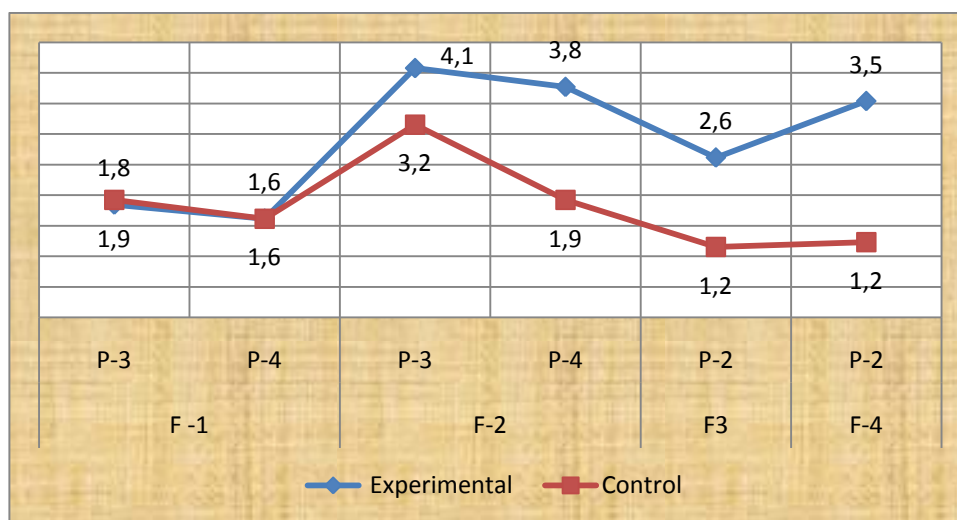


Figura 31. Nivel de la tercera acción por preguntas del semestre 2008.1

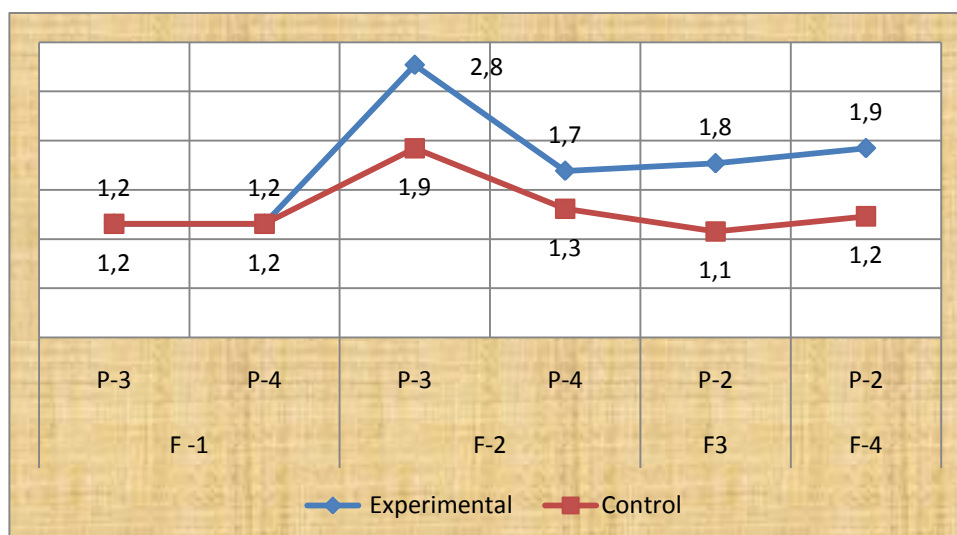


Figura 32. Nivel de la cuarta acción por preguntas del semestre 2008.1

En el grupo experimental se obtuvieron resultados aceptables en las tres primeras acciones, sin embargo, la acción interpretar el éxito estuvo lejos de lo deseado, pues al parecer se necesitó de más tiempo o una mejor orientación. En el grupo de control era de esperar un resultado negativo, por el poco éxito en las acciones que la precedieron.

En las figuras 33, 34, 35 y 36 se muestran los mismos resultados que las cuatro figuras anteriores, pero con la diferencia que donde hay dos preguntas en una misma fase, se presenta la media de los resultados. Se puede observar que la tendencia de las acciones es la misma que la del aprendizaje en la resolución de problema.

De lo anterior es posible resumir que los alumnos antes de comenzar a recibir la asignatura poseían un nivel bajo en la formación del sistema de acciones y en el aprendizaje de la resolución de problemas. Posteriormente a la orientación de las acciones ambos grupos mejoraron, el grupo experimental utilizó una BOA de tipo tres y el grupo de control la de tipo cuatro. Los problemas utilizados en la fase dos o etapa material, fueron del tipo heurístico, mientras que en la fase tres o etapa verbal, fue aumentado el nivel de los problemas heurísticos, lo que provocó una disminución en el rendimiento, a pesar de que en la última fase o etapa del lenguaje interno, el aumento de la complejidad de los problemas conllevaron a que estos fueran situaciones problema, donde se lograron obtener mejoras en el aprendizaje.

Se puede concluir que en este semestre la base de la orientación del tipo tres, conjuntamente con la enseñanza problémica, o sea, los problemas como centro de aprendizaje, mostró una incidencia positiva cuando es utiliza la base orientadora de la acción del tipo cuatro y la resolución de los problemas es considerada como una aplicación de los contenidos.

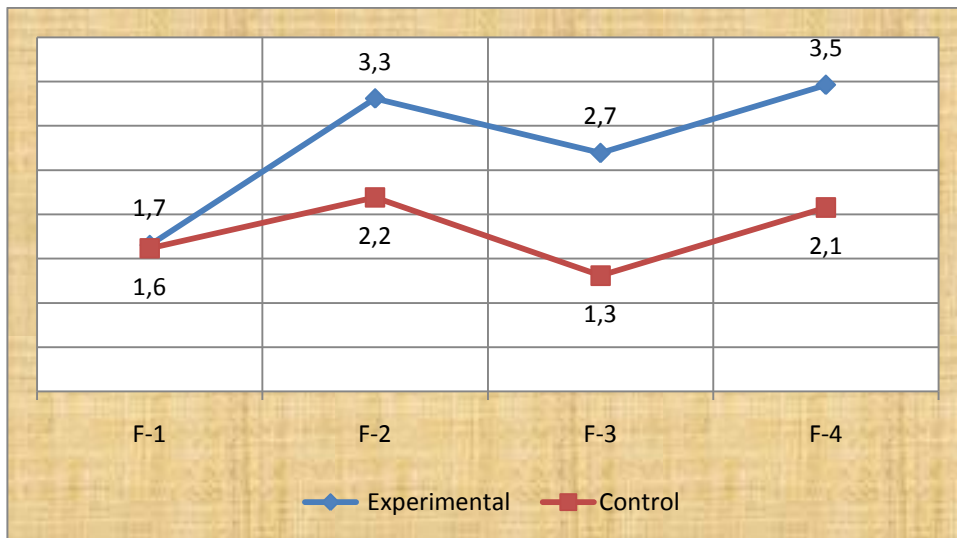


Figura 33. Nivel de la primera acción por fases del semestre 2008.1

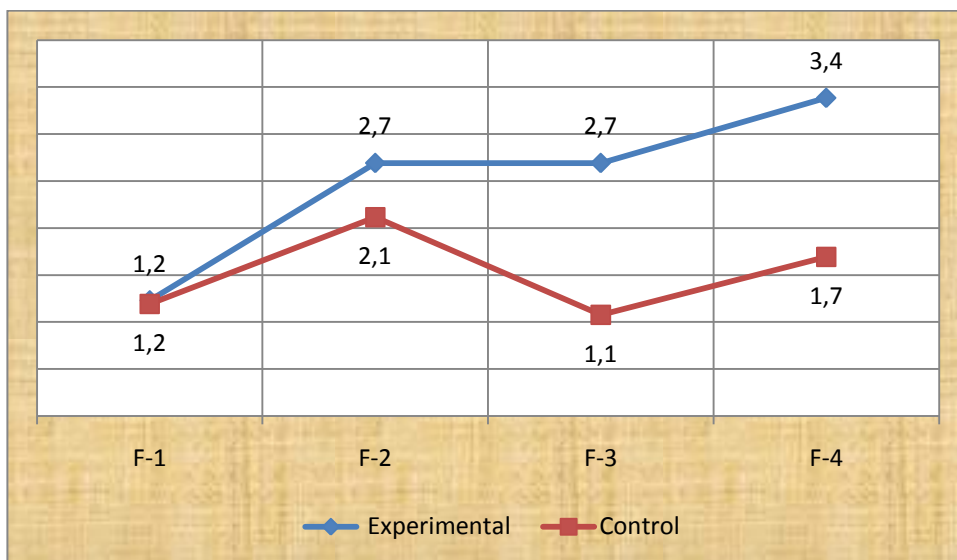


Figura 34. Nivel de la segunda acción por fases del semestre 2008.1.

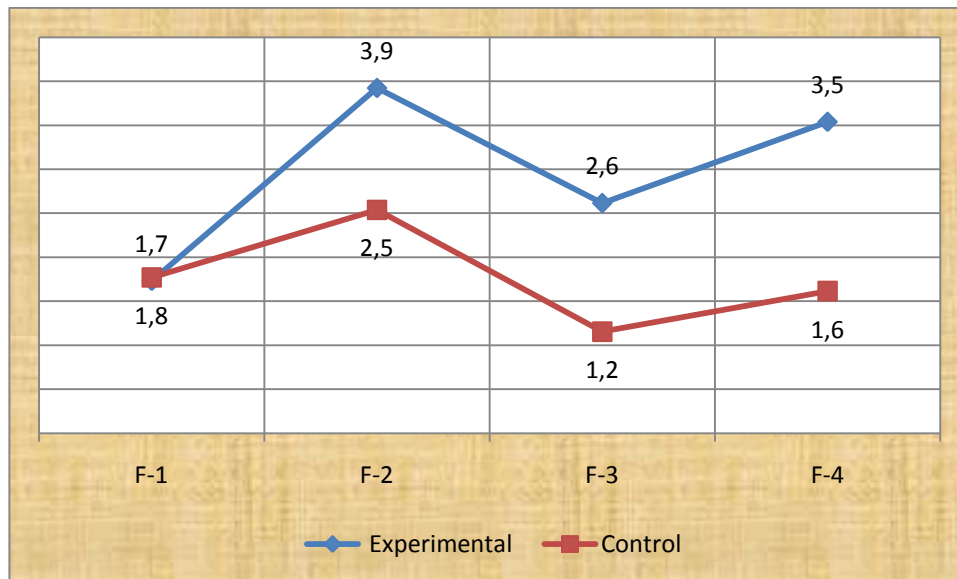


Figura 35. Nivel de la tercera acción por fases del semestre 2008.1

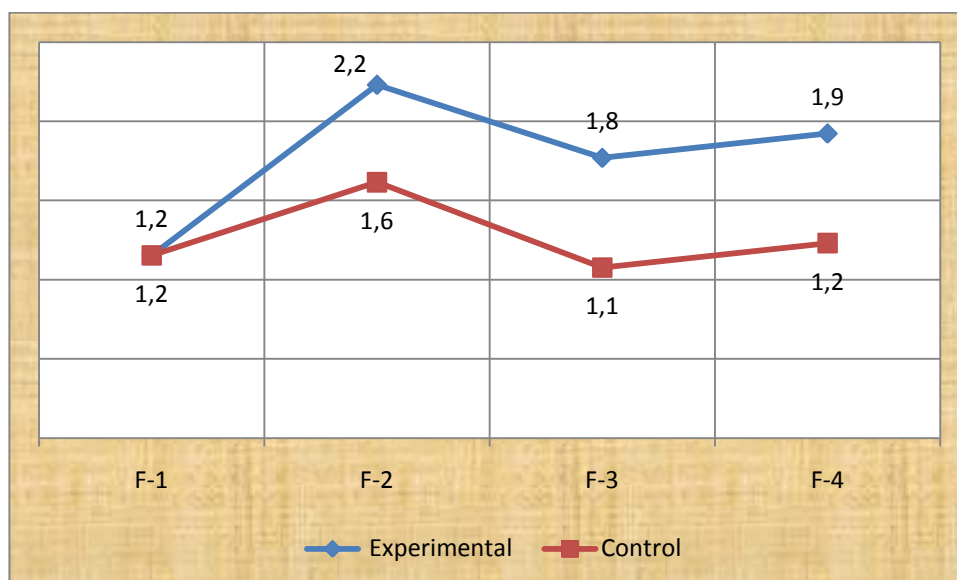


Figura 36. Nivel de la cuarta acción por fases del semestre 2008.1

2.1.2 Estudio de caso

Las conclusiones del estudio de caso, se presentan tomando como referencia los resultados obtenidos y hallados en la observación en diferentes fases, el cuestionario. La triangulación de técnica, métodos ha permitido obtener las conclusiones del estudio de caso que seguidamente presentamos.

En referencia a la observación realizada se ha llegado a la siguiente conclusión:

- El nivel del sistema de acciones y del aprendizaje en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales mejoró en comparación del nivel de partida.
- La orientación de la cuarta acción “interpretar la solución” se enfatizó en su orientación para mejorar el nivel del aprendizaje en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales.
- La introducción de un material didáctico basado en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales ayudó al aprendizaje en dicha actividad.
- Todos los alumnos demostraron excelentes habilidades con el programa Derive en la acción “solucionar el sistema de ecuaciones lineales”.
- La acción de mayor dificultad es “interpretar la solución”, en segundo lugar “construir el sistema de ecuaciones lineales”, en tercer lugar “comprender el problema” y por último “solucionar el sistema de ecuaciones lineales”.
- Los alumnos mostraron motivación en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales.
- La motivación según los datos obtenidos en el cuestionario, obtienen puntuaciones altas siendo de un 100% en algunos de los casos.
- Otra de las conclusiones del cuestionario hace referencia a la motivación de los alumnos en la asignatura de Álgebra Lineal resultando mayor si se utiliza el sistema de situaciones problema.
- La relación del profesor y los alumnos se consideró como buena.
- El profesor por su parte, resalta la importancia de esclarecer los objetivos de las disciplinas en sus clases, dado por los alumnos desconocían en todo momento la metodología de resolución de problema
- Al finalizar el semestre el profesor, destacaba el dominio de los objetivos de forma satisfactoria, insistiendo que la mayoría inicialmente no sabían resolver problemas simples y los alumnos confesaron que raramente habían resuelto problemas en Enseñanza Media.
- Otra de las conclusiones que hemos llegado a partir de la entrevista es el amplio conocimiento del profesor de cada una de las particularidades de los alumnos.
- El avance más significativo en el aprendizaje se produjo en la fase tres a la fase cuatro, lo que demuestra que los alumnos se están apropiando de una metodología para la resolución de problemas matemáticos.

- El avance menos significativo fue en la fase dos a la fase tres, demostraron mayor dificultad de la verbal externa a la etapa del lenguaje interno para sí, es precisamente en esta etapa donde los alumnos deben explicar de forma consciente el sistema de acciones.

- Cuando los alumnos vencen la etapa verbal externa, la etapa del lenguaje interno para sí e interno transcurre de forma rápida.

- La etapa que más necesita más tiempo es la etapa material, lo que justifica porque es el momento en que los alumnos realizan por primera vez el sistema de acciones.

- Podemos concluir de la observación realizada que existió un avance satisfactorio en los alumnos en cuanto el aprendizaje y por consiguiente, en el nivel del sistema de cuatro acciones, pudiéndose constatar una mejoría en la respuesta dados a los problemas.

2.2 Verificación de las hipótesis de la investigación.

La investigación tiene una hipótesis principal y seis hipótesis específicas que están subordinadas a la principal. Primeramente serán verificadas las hipótesis específicas y por último la hipótesis principal. Para ello se sigue la siguiente metodología, recordándose primeramente las hipótesis para después proceder su comprobación.

La dos primeras hipótesis específicas y descriptivas son: (H₂) “El nivel de partida del aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática no es favorable (Y)” y (H₃) “El nivel de los alumnos en la formación de las acciones comprender el problema (Y¹), construir el modelo matemático (Y²), solucionar el modelo matemático (Y³) e interpretar la solución (Y⁴) en la actividad de situaciones problema en Matemática no es favorable”

En la fase uno se muestran los resultados de la prueba relacionada con el nivel de partida de los alumnos recordando que el nivel de acciones (Y¹,Y²,Y³,Y⁴) es medido en una escala de uno hasta cinco y el nivel del aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos (Y) desde cuatro hasta veinte. En todos los casos los resultados están próximos a los mínimos (ver tabla 42).

Tabla 42. Comparación de las medias en las pruebas iniciales en la fase uno

Medida - Grupos		P-1	P-2	P-3					P-4				
		Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	G ₁	1,85	1,15	1,69	1,31	1,85	1,15	6,00	1,62	1,15	1,62	1,15	5,54
	G ₂	2,00	1,08	1,69	1,23	1,92	1,15	6,00	1,58	1,17	1,67	1,17	5,58

En las primeras clases también se pudo comprobar que los alumnos no poseen un método efectivo para la resolución de problemas, a pesar de las orientaciones los alumnos persistían inicialmente en la técnica del ensayo y el error. La primera clase práctica se inició siempre con un problema en cada grupo, el profesor no comentó nada salvo leer el problema, generalmente nadie conseguía alcanzar su solución y lo más común fue buscar una solución a través del tanteo.

Por tanto se puede afirmar que el nivel de partida en el sistema de acciones y el aprendizaje de la actividad de situaciones problema del sistema de ecuaciones lineales es bajo.

La próxima hipótesis es H₄ “Los grupos de experimental y de control, poseen un nivel de partida equivalente en las acciones comprender el problema (Y¹), construir el modelo (Y²), solucionar el modelo (Y³) e interpretar la solución (Y⁴) y en el aprendizaje de la actividad de situaciones problema en matemática (Y).”.

En las preguntas tres y cuatro el nivel de partida en el aprendizaje de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales conjuntamente con el sistema de cuatro acciones son muy parecidas. Como puede observarse en la tabla 43, en la pregunta tres los grupos experimental y de control son similares (81%) en el aprendizaje (Y), el nivel de las acciones comprender el problema (Y¹) es de 86%, interpretar la solución (Y⁴) es de 100%, en el nivel de la acción solucionar el modelo matemático (Y³) es de 84% y 69% en el nivel acción construir el modelo matemático (Y²). En la pregunta cuatro tienen una similitud de un 100% en las acciones Y² e Y³ y en el aprendizaje es de 76%.

Quedando por tanto verificada la hipótesis aceptando la hipótesis nula; los grupos experimental y de control tienen un nivel equivalente en el sistema de cuatro acciones y en el aprendizaje de la actividad de situaciones en matemática.

Tabla 43. Análisis del teste Wilcoxon para la hipótesis cuatro

		P-3					P-4				
		Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	G ₁	1,69	1,31	1,85	1,15	6,00	1,62	1,15	1,62	1,15	5,54
	G ₂	1,69	1,23	1,92	1,15	6,00	1,58	1,17	1,67	1,17	5,58
Teste Wilcoxon (%)		0,86	0,69	0,84	1,00	0,81	0,81	1,00	1,00	0,64	0,76

En el semestre 2008.1, el resultado de la prueba escrita fue utilizado para determinar el nivel de partida en la actividad de situaciones problema, el cuál sirvió de base para crear el grupo experimental y el de control por la técnica de emparejamiento, la cual puede ser comprobada a partir del teste Wilcoxon. En la tabla anterior puede observarse el nivel de equivalencia en todas las acciones y el aprendizaje de la resolución de problema.

La siguiente hipótesis es: H₅ “La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la “base de orientación de la acción del tipo tres”, la “etapa de formación de la acción en forma material”, dirección cíclica del proceso de estudio y el sistema de computación algebraica Derive, con la motivación de los alumnos”.

En la fase dos se compararon la pregunta tres y cuatro como se muestra en la tabla 44, en la pregunta tres no existe una diferencia significativa entre el grupo experimental y el grupo de control, sin embargo, en la pregunta cuatro hay una diferencia mayor o igual al 92% en el nivel de las acciones y el aprendizaje. Lo que justifica tal comportamiento es que la pregunta tres es una pregunta con características similares a la trabajada en las clases, en el grupo experimental los resultados fueron mejores pero no lo suficientemente significativo estadísticamente.

En la pregunta cuatro es un problema con una situación nueva, o sea, el alumno tiene que realizar transferencia de lo aprendido. En dicha pregunta el 92 % de los dos grupos difieren entre sí en todas las acciones y en el aprendizaje de resolución de problemas matemáticos. Se puede inferir que la aplicación del sistema de acciones bajo la BOA del tipo tres preparó mejor a los alumnos para resolver nuevos problemas matemáticos.

Por tanto aceptamos la hipótesis nula, o sea, no existen diferencias significativas en el nivel del sistema de acciones y en el aprendizaje de la

actividad de situaciones problemas en Matemática en la etapa de formación de la acción en forma material.

Tabla 44. Análisis del teste Wilcoxon para la hipótesis cinco

		P-3					P-4				
		Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	G ₁	3,54	3,38	4,08	2,77	13,77	3,08	2,00	3,77	1,69	10,54
	G ₂	2,77	2,77	3,15	1,92	10,62	1,62	1,46	1,92	1,31	6,31
Teste Wilcoxon (%)		0,26	0,33	0,66	0,92	0,34	0,02	0,02	0,02	0,08	0,02

En la etapa de la formación en la acción en forma material el grupo experimental tuvo la media mayor a 12,2 puntos, posteriormente el estudio de caso alcanzó una media de 10,9 puntos y por último el grupo de control obtuvo una media de 8,5 puntos (ver figura 37).

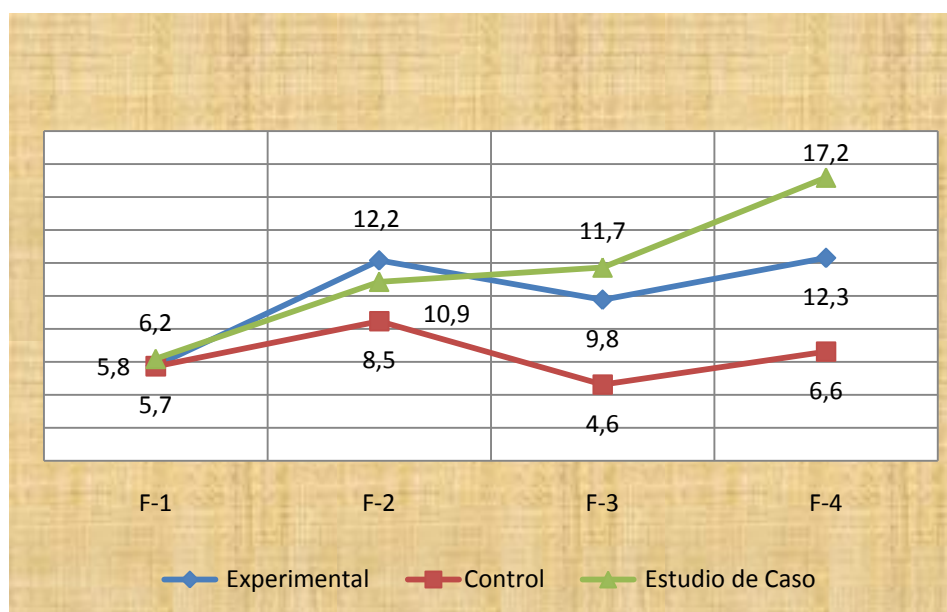


Figura 37. Comparación del aprendizaje por fases de los tres grupos

Lo que justifica que el estudio de caso tenga un resultado inferior al grupo experimental, está en el hecho de que la ejecución del sistema de acciones de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales, cuando los alumnos presentaban dificultad, la ayuda del profesor era realizada a partir de las orientaciones más generales de la actividad. Esto provocó cierto retraso en la etapa material, pero mayor solidez en las próximas etapas (ver figura 38).

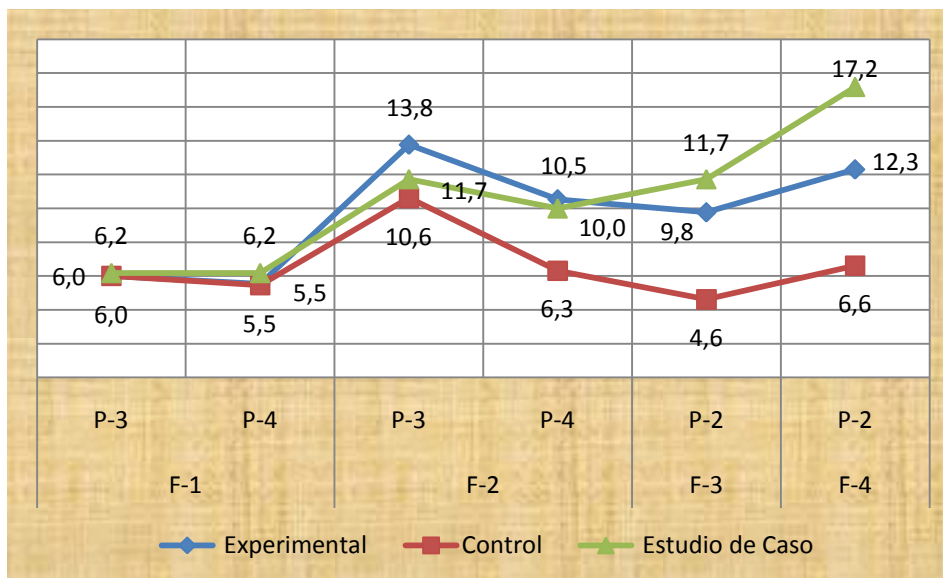


Figura 38. Comparación del aprendizaje por preguntas de los tres grupos.

Otro elemento a considerar en el estudio de caso fue que los malos resultados en el semestre anterior en la acción interpretar motivó prestar más atención a esta acción, dando un efecto positivo en el aprendizaje. Analizando las preguntas en la etapa de formación de la acción en forma material, todos obtuvieron un descenso en la calificación de la pregunta tres para la cuatro, o sea, ante nueva situaciones no mantienen el mismo aprendizaje, pero el estudio de caso mantuvo cierta estabilidad.

Los grupos donde fue utilizada la BOA del tipo tres, con el objetivo de enseñanza centrada en la resolución de problema, fue más efectiva que en el grupo de aplicación de la BOA cuatro, con el objetivo de enseñanza centrado en los contenidos de la asignatura Álgebra Lineal y los problemas en sus formas de aplicación.

La retroalimentación y las correcciones se realizan principalmente sobre la marcha del proceso; el programa Derive es un instrumento importante en la solución de sistemas más complejos y el aprendizaje centrado en los problemas mantiene una motivación superior a los métodos tradicionales de aprendizaje.

La hipótesis a probar a continuación es: H_6 “La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la “base de orientación de la acción del tipo tres”, la “etapa de formación de la acción en forma verbal externo”, dirección cíclica proceso del estudio y el sistema de computación algebraica Derive, con la motivación de los alumnos”.

Considerando el nivel de significancia del 0,05 (ver tabla 45), los grupos difieren significativamente en las acciones comprender el problema (Y^1), construir el modelo matemático, solucionar el modelo matemático (Y^3) y en el aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos (Y). Los resultados en la acción interpretar (Y^4) son negativos en ambos grupos, sin embargo, el grupo experimental obtuvo mayor avances en comparación con el grupo de control.

Por tanto aceptamos la hipótesis investigación, o sea, existen diferencias significativas en el nivel del en el aprendizaje de la actividad de situaciones problemas en Matemática en la etapa de formación de la acción en forma verbal externo, o sea, el sistema de acciones mejoró significativamente el aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos en dicha etapa en el grupo experimental.

Tabla 45. Análisis del teste Wilcoxon para la hipótesis seis

		P-2				
		Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	G ₁	2,69	2,69	2,62	1,77	9,77
	G ₂	1,31	1,08	1,15	1,08	4,62
Teste Wilcoxon (%)		0,05	0,01	0,02	0,06	0,04

Los grupos experimental y de control en el paso para la etapa de formación de la acción en forma verbal decrecieron en sus medias de 3,3 y 4,3 puntos respectivamente, en cuanto el estudio de caso, aumento la media en 0,8 puntos. El mejor resultado en el estudio de caso se debe al mejor trabajo realizado en la etapa material, en los otros grupos se sintió una gran presión con los nuevos problemas, o sea, no estaban preparados para la transferencia del sistema de acciones para otras situaciones.

La última hipótesis específica a verificar es: H₇ “La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en Matemática, cuando se utiliza la “base de orientación de la acción del tipo tres”, la “etapa de formación de la acción en verbal externo para sí y lenguaje interno”, dirección cíclica del proceso de estudio y el sistema de computación algebraica Derive, con la motivación de los alumnos.

Como se muestra en la tabla 46, existe más de un 99 % de diferencia entre los grupos, en cuanto al aprendizaje en la actividad de situaciones problema en Matemática

Tabla 46. Análisis del teste Wilcoxon para la hipótesis siete

		P-2				
		Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	G ₁	3,46	3,38	3,54	1,92	12,31
	G ₂	2,08	1,69	1,62	1,23	6,62
Teste Wilcoxon (%)		0,01	0,006	0,003	0,08	0,006

Considerando el nivel de significatividad del 0,01 (ver la tabla 46), los grupos difieren significativamente a un 99% en todas las acciones y en el aprendizaje de la actividad de situaciones problema en Matemática, a excepción en la acción interpretar que es de un 92%. Se puede inferir que el aprendizaje centrado en la resolución de problemas matemáticos al concluir la última etapa de la formación de las acciones mentales fue más efectivo en el grupo experimental que el grupo de control.

Por tanto aceptamos la hipótesis de investigación, o sea, existen diferencias significativas en el nivel del sistema de acciones y en el aprendizaje de la actividad de situaciones problemas en Matemática en las etapas de formación de la acción en verbal externo para sí y lenguaje interno, o sea, el sistema de acciones mejoró significativamente el aprendizaje en la resolución de problemas matemático en el grupo experimental

Los alumnos en el estudio de caso ante un nivel superior en la complejidad en los problemas en la etapa de formación de la acción en lenguaje interno para sí, su aprendizaje aumentó, en cuanto los otros dos grupos el aumento fue más discreto. Al concluir la forma de la acción en forma mental, se demostró lo poco efectivo del aprendizaje no centrado en la resolución de problemas. El estudio de caso y el grupo experimental mostraron avances significativos en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales.

La hipótesis principal es: H₁ “La aplicación del sistema de acciones mejorará el aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema en la asignatura de Álgebra Lineal del curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, cuando se utiliza la teoría psicológica en la enseñanza formación por etapas de la acciones mentales, teoría general de dirección del proceso de estudio, el sistema de computación algebraica Derive y con alumnos motivados”.

Para probar la hipótesis H₁ se ha aplicado el teste Wilcoxon comparando en cada grupo el nivel de partida del sistema de acciones (Y¹, Y², Y³, Y⁴) y el nivel de

aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos (Y) de las preguntas tres y cuatro con la pregunta dos de la última etapa, o sea, P-3 vs P-2 y P-4 vs P-2

Como se puede observar en la tabla 47, el grupo experimental tuvo un avance significativo, comparando las pruebas iniciales, los niveles de acciones y el aprendizaje con la prueba de la última etapa, el teste Wilcoxon acusó una diferencia superior al 95% (nivel de significancia 0,05) en las preguntas tres y cuatro con relación a la dos. Se puede inferir que en el grupo experimental la estrategia basada en la actividad de situaciones en Matemática tuvo un efecto revelador en la resolución de problemas matemáticos.

Tabla 47. Contrastando las hipótesis H_1 vs H_2 , H_3 para el grupo experimental										
	H_2 y H_3									
	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	1,69	1,31	1,85	1,15	6,00	1,62	1,15	1,62	1,15	5,54
	H_1									
	P-2					P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	3,46	3,38	3,54	1,92	12,31	3,46	3,38	3,54	1,92	12,31
Teste Wilcoxon (%)	0,003	0,001	0,01	0,04	0,003	0,002	0,0002	0,003	0,04	0,001

En el grupo de control como se observa en la tabla 48, no hubo avances significativos en el nivel de las acciones y el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. La acción comprender el problema tuvo el mejor desempeño entre las acciones, ella es primaria y esencial para conseguir buenos resultados en las demás acciones y en el aprendizaje, al parecer los alumnos del grupo comienzan a apropiarse de esta acción. Queda demostrado que el grupo de control no avanzó significativamente en la resolución de problemas matemáticos.

Tabla 48. Contrastando las hipótesis H_1 vs H_2 , H_3 para el grupo de control										
	H_2 , H_3									
	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	1,69	1,31	1,85	1,15	6,00	1,62	1,15	1,62	1,15	5,54
	H_1									
	P-2					P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	2,08	1,69	1,62	1,23	6,62	2,08	1,69	1,62	1,23	6,62
Teste Wilcoxon (%)	0,18	0,55	0,65	0,61	0,15	0,19	0,31	1,00	0,97	0,15

Por tanto aceptamos la hipótesis de investigación, o sea, existen diferencias significativas en el nivel del sistema de acciones y en el aprendizaje de la actividad de situaciones problemas en Matemática cuando la enseñanza está centrada en la resolución de problemas utilizando la BOA tres, es más efectiva en la enseñanza tradicional donde los problemas son aplicados al final de cada tema.

Se puede concluir que el sistema de acciones mejoró significativamente el aprendizaje de los alumnos del grupo experimental en la resolución de problemas matemáticos en la asignatura de Álgebra Lineal del curso de licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, cuando se utiliza la teoría psicológico de formación por etapas de las acciones mentales, la dirección del proceso de estudio con el apoyo del sistema de computación algebraica Derive.

Utilizando la teoría general de dirección cíclica de proceso de estudio, se consiguió mejorar el aprendizaje del estudio de caso del semestre 2008.2, con relación con el grupo experimental del semestre 2008.1 a partir de los principios de retroalimentación y corrección. El programa Derive permitió resolver problemas que con cálculos manuales serían imposibles de resolver. La enseñanza centrada en los problemas, mantuvo la motivación del proceso de enseñanza- aprendizaje.

En la primera acción mantiene las misma características del aprendizaje en la resolución de problemas, destacándose el estudio de caso, que sigue una tendencia ascendente en todas las etapas de formación de la acción (ver figuras 39 y 40).

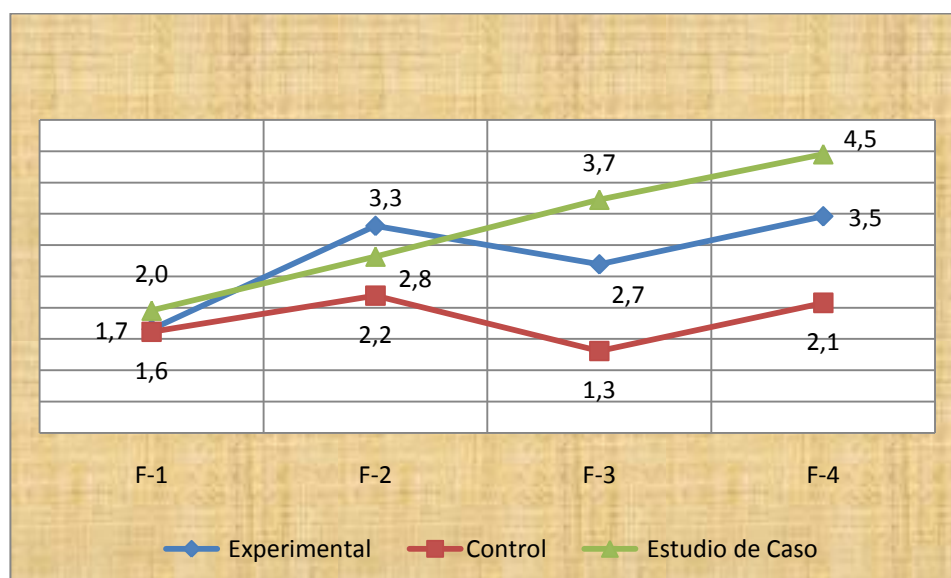


Figura 39. Comparación del nivel de la primera acción por fases de los tres grupos

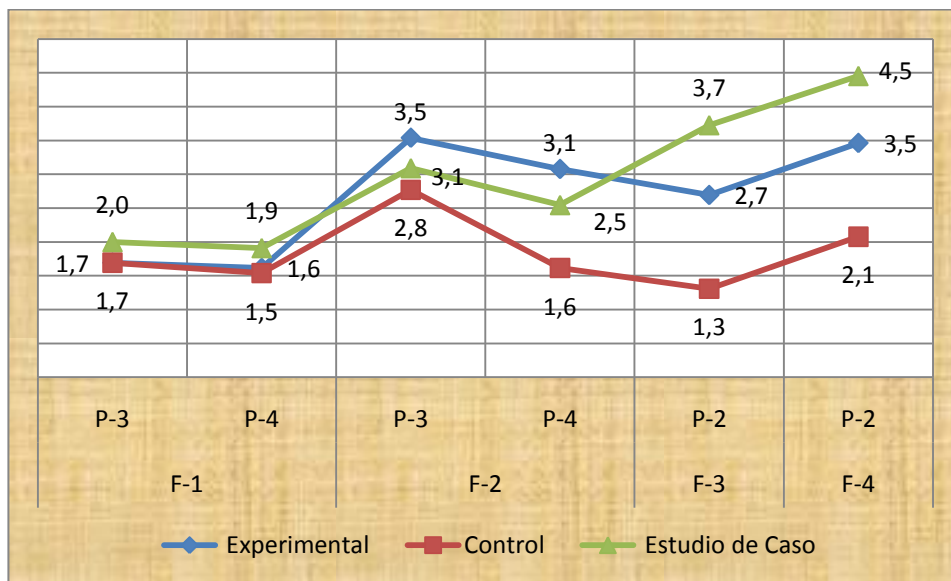


Figura 40. Comparación del nivel de la primera acción por preguntas de los tres grupos.

Los grupos experimental y estudio de caso en la acción construcción del sistema de ecuaciones lineales, mantuvieron un crecimiento medio durante todas las etapas (ver figura 41). El comportamiento por pregunta sigue el mismo comportamiento de la acción anterior (ver figura 42).

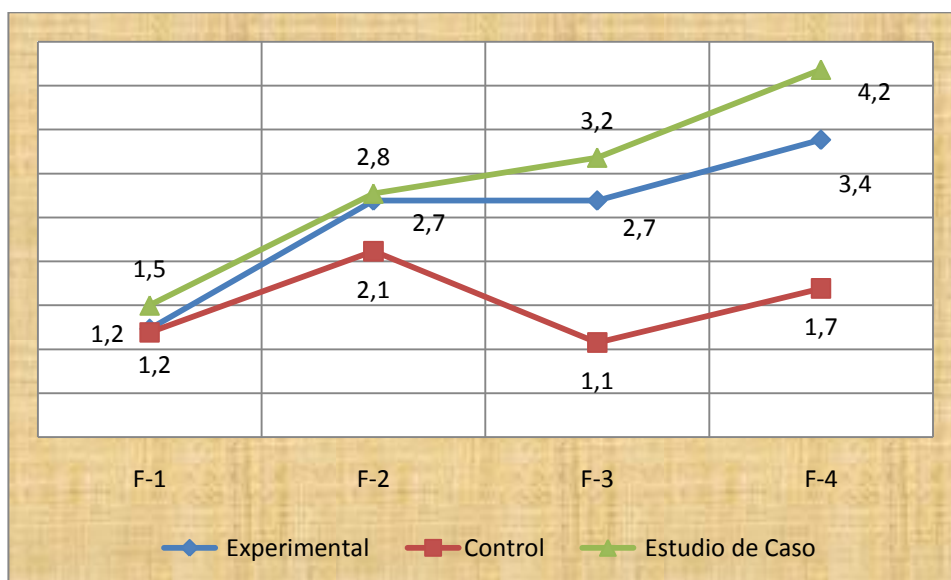


Figura 41. Comparación del nivel de la segunda acción por fases de los tres grupos

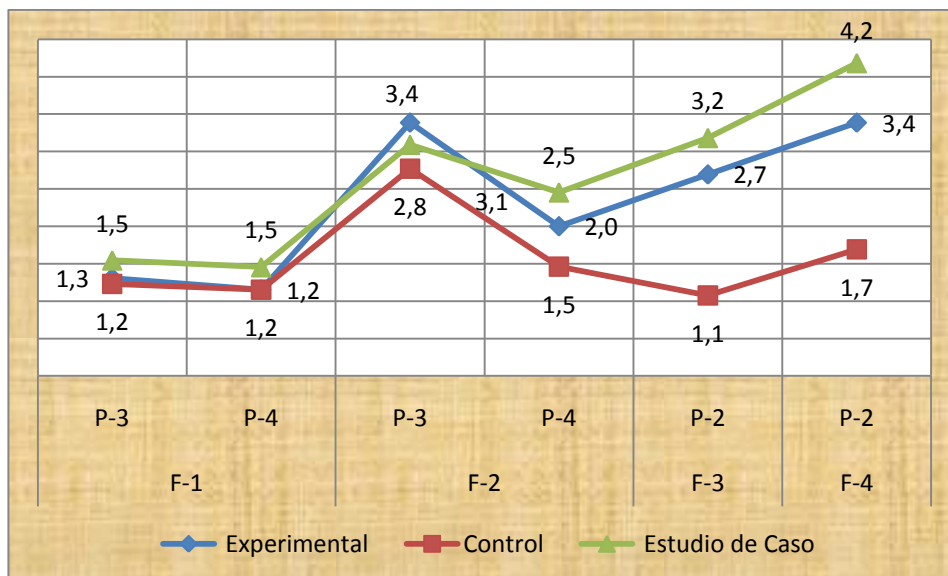


Figura 42. Comparación del nivel de la segunda acción por preguntas de los tres grupos.

La solución del sistema de ecuaciones lineales a través del programa Derive, depende del éxito en las dos primeras acciones, pero hay que destacar que los alumnos del estudio de caso consiguieron todos la puntuación máxima en esta acción en las últimas etapas (ver figuras 43 y 44)

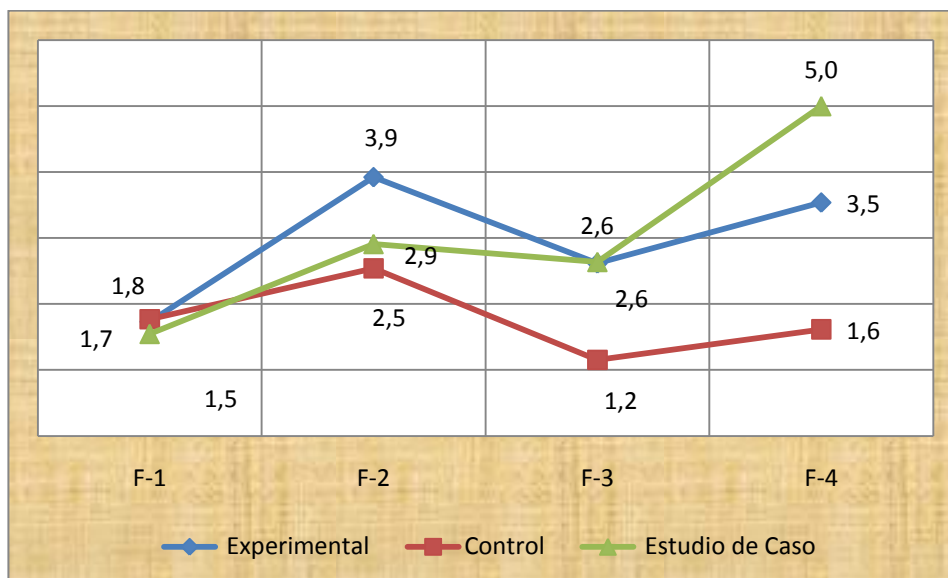


Figura 43. Comparación del nivel de la tercera acción por fases de los tres grupos.

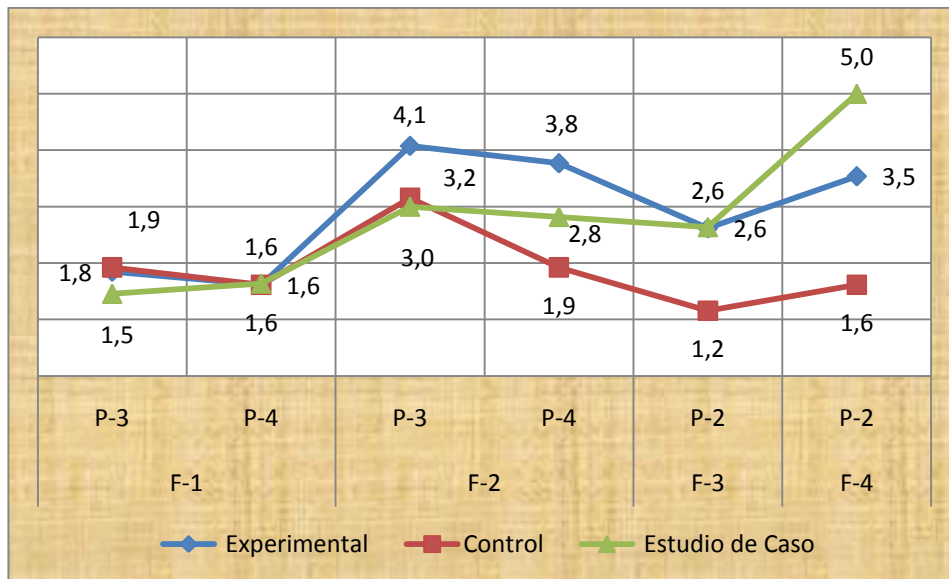


Figura 44. Comparación del nivel de la tercera acción por preguntas de los tres grupos.

El resultado alcanzado en el estudio de caso en la acción interpretar la solución en la última etapa, es significativo, comparado con los otros dos grupos, aunque en las primeras etapas las diferencias no fueron significativas. El reforzamiento en la orientación en la acción dio un resultado positivo (ver las figuras 45 y 56).

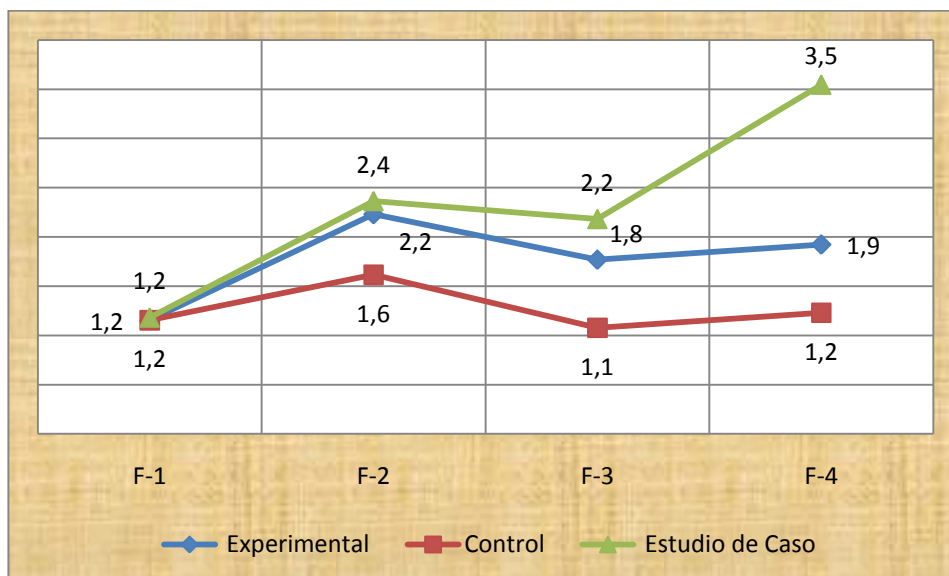


Figura 45. Comparación del nivel de la cuarta acción por fases de los tres grupos

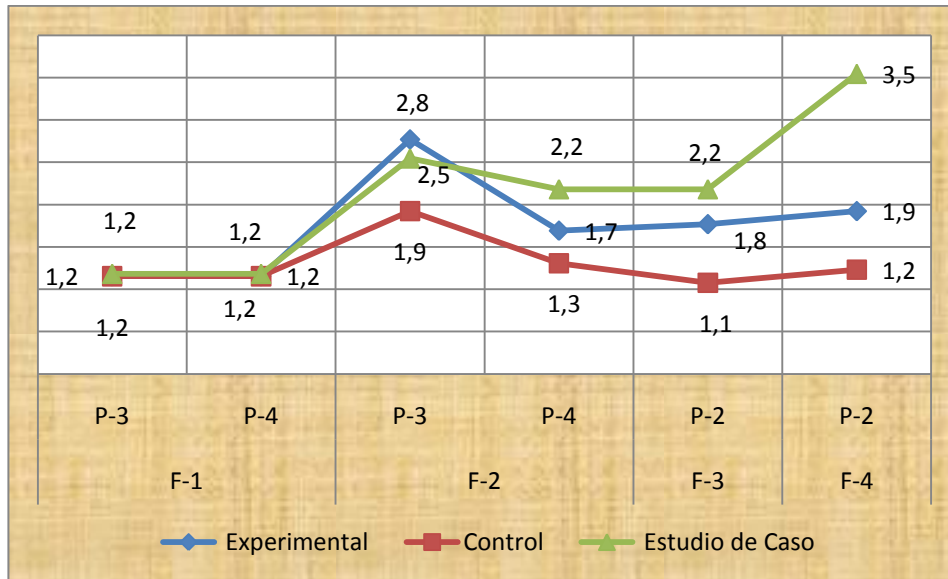


Figura 46. Comparación del nivel de la cuarta acción por preguntas de los tres grupos.

La presente investigación, de tipo mixta, posee en tal sentido enfoques cuantitativos y cualitativos para establecer la necesaria complementación en la obtención de resultados, en cuanto a la calidad y veracidad de sus conclusiones. En ella se toma en consideración la validación de los datos y métodos utilizados desde lo interno y externo de la investigación y, con posterioridad, se analiza la validación de los datos cuantitativos en cuanto a criterios de fiabilidad, validez y objetividad. Con respecto a lo cualitativo, se asumen los indicadores de fiabilidad, credibilidad, transferencia y confirmabilidad.

La validez interna de la investigación ha podido ser comprobada desde el punto de vista cuantitativo y cualitativo. En el semestre 2008.1 se aplicó una prueba inicial y utilizando la técnica de emparejamiento, se conformaron dos grupos de 13 alumnos con el mismo nivel de aprendizaje, similares en lo correspondiente al sistema de acciones en la resolución de problemas en Matemática. En el semestre 2008.2 se aplicó al único grupo una prueba de diagnóstico, donde los resultados negativos no diferenciaron significativamente con los resultados del semestre anterior. También se comprobó, desde el punto de vista cualitativo, los bajos niveles de conocimientos y habilidades de los alumnos en las primeras clases impartidas de la asignatura, tal y como se observa en los resultados de los cuestionarios.

Durante varios semestres, con anterioridad la investigación, se aplicaron diagnósticos sobre el nivel de partida en el aprendizaje relacionado con la resolución de problemas

en Matemática. Los bajos resultados obtenidos no difieren de los resultados de la investigación en el nivel de partida, aunque en los dos semestres que duró el experimento, el nivel de aprendizaje en ese sentido mejoró paulatinamente. Se puede generalizar que la actividad de situaciones problema en Matemática sugiere la necesidad imperiosa del empleo de un nuevo planteamiento metodológico para ser utilizado por los alumnos del curso de Licenciatura de Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia.

La investigación está basada en la triangulación para recabar datos, lo cual se ha tenido en cuenta para garantizar la calidad de sus resultados. Los datos fueron recogidos tomando diferentes fuentes y naturaleza. La variable “aprendizaje en la actividad de situaciones problema” se trabajó desde las informaciones en el enfoque cuantitativo y cualitativo, en diferentes tiempos, a través de las prepruebas y pospruebas. Las variables cualitativas se trabajaron desde las informaciones obtenidas en cuestionarios y en la observación durante las sesenta horas de clase. Por otro lado las aportaciones del profesor a lo largo de la entrevista, han servido para profundizar en los datos obtenidos.

La nueva teoría de la actividad de situaciones problema en Matemática se ha construido tomando como base los principios de la teoría de la actividad, la formación por etapas de las acciones mentales, la dirección del proceso de estudio y los principios de resolución de problemas de Polya.

3 VALORACIONES FINALES

Una vez expuestas las conclusiones a las que hemos llegados tras el análisis de las diferentes variables estudiadas, nos gustaría finalizar este apartado con unas valoraciones finales en función de los hallazgos encontrados, gracias a la triangulación de los resultados obtenidos, dada la diversidad de técnicas e instrumentos empleados para el fin:

En primer lugar, se la construido la teoría de la actividad de situaciones problema en Matemática para resolución de problemas matemáticos. Dicha teoría tiene como unidad principal un sistema de cuatro acciones: i) comprender el problema; ii) construir

el modelo matemático; iii) resolver el modelo matemático e iv), interpretar la solución. El sistema de acciones está apoyado por la teoría psicológica de formación de las acciones mentales de Galperin, los principios metodológicos de la dirección de proceso de estudio y apoyado por el sistema de computación algebraico Derive.

En segundo lugar, a partir de la actividad de situaciones problemas en Matemática se ha creado la actividad de situaciones problema en sistema de ecuaciones lineales con su sistema específico de cuatro acciones: i) comprender el problema; ii) construir el sistema de ecuaciones lineales; iii) resolver el sistema de ecuaciones lineales e iv), interpretar la solución.

En tercer lugar, la enseñanza centrada en la resolución de problemas matemáticos a través de la teoría de la actividad de situaciones problema en Matemática es más efectiva que los métodos tradicionales donde los problemas son trabajados al final de cada tema de estudio.

En cuarto lugar, la utilización del sistema de computación algebraica Derive permitió dedicar más tiempo para desarrollar el pensamiento lógico de los alumnos de la licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia, en la resolución de problemas matemáticos acercándoles más a los problemas de la vida real.

Por último, es preciso destacar que la nueva teoría de la actividad de situaciones problema en Matemática, además de poder ser aplicada en otras áreas como el sistema de ecuaciones lineales, funciones, derivadas, integrales, etc.; abre un espacio para investigaciones en ciencias tales como la física, química y biología, entre otras.

4 IMPLICACIONES PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

La investigación sugiere seguir profundando en la actividad de situaciones problema en Matemática con sus acciones y respectivas operaciones. Se hace extenso este tipo de trabajo a situaciones problema con funciones, derivadas e integrales. El trabajo abre un campo de investigación a otras especialidades en cuanto a actividades de situaciones problema en física, química, biología y en otras ciencias.

En los cursos de ciencias y tecnologías que tienen la computación como un medio de importancia para la formación de sus profesionales y para automatizar los sistemas, es posible pensar cuanto puede la computadora ayudar a los alumnos con sus programas en la solución de los modelos matemáticos y concentrarse en la resolución de problemas.

Un desafío en los tiempos actuales en las universidades es formar un especialista actualizado en un corto período de tiempo de cuatro a cinco años, o sea, no se tiene todo el tiempo del cual se quisiera disponer. Por tal razón, se deben crear estrategias eficientes con el menor tiempo posible y una vía puede ser la utilización de los sistemas de computación algebraicas.

En la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales se propone trabajar con problemas que conducen a sistema de ecuaciones que no tengan solución. Estos tipos de situaciones problema son más cercanos a la vida cotidiana, el alumno va tener que reformular y proponer bajo qué condiciones puede ser resuelto el problema.

La investigación debe buscar indicadores e instrumentos para analizar la influencia del colectivo de alumnos sobre lo individual. Existen dos momentos muy importantes para realizar dicho análisis, la etapa de formación de la acción en forma material y en la verbal externa.

Las respuestas a los problemas tiene estrecha relación con la acción interpretar la solución y la forma interna de la acción tiene características diferentes a la forma material. Se sugiere estudiar las representaciones mentales de la actividad de situaciones problema para cada una de las etapas de formación de las acciones mentales.

A continuación serán mencionadas preguntas de investigaciones que quedan como problemas abiertos para ser resueltos en futuras investigaciones:

¿Cuáles son los problemas que vinculan contenidos matemáticas en la actividad de situaciones problema en Matemática para un especialista en ciencias y tecnología?

¿Cuál es el tiempo necesario para que los alumnos de los cursos de ciencias y tecnología alcancen un alto aprendizaje en la actividad de situaciones problema en Matemática?

¿La utilización de recursos tecnológicos en la acción solucionar el modelo matemático podrán sustituir los cálculos manuales sin influenciar en el perfil del profesional en ciencias y tecnologías

¿El mayor nivel en la acción construir el modelo matemático implicará mayor nivel en la acción interpretar la solución?

¿El nivel del aprendizaje en la actividad de situaciones en matemáticas depende significativamente del nivel alcanzado en las acciones comprender el problema, construir el modelo matemático e interpretar la solución?

¿En la enseñanza a través de la actividad de situaciones problema en Matemática los alumnos obtienen índices superiores motivacionales que en la enseñanza tradicional?

¿La base de la orientación de la acción cuanto más general sea en la actividad de situaciones problema en Matemática, mejor será para el aprendizaje en las resoluciones de problemas ante nuevas situaciones?

Referencias Bibliográficas

- ARNEY, D. C. (1992). *Calculus with Derive*. Addison - Wesley Publishing Company.
- AUSUBEL, D. D., NOVAK, J., HANESIAN, H., (1999). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México, D. F.: Trillas.
- BISQUERRA, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: Muralla.
- BUENDIA, L. (1997). *La investigación por encuesta*. En L. Buendía, P. Colás, & F. Hernández, *Métodos de investigación*. McGraw-Hill.
- CABERO, J. (2002). *Diseño y evaluación de un material multimdeia y telematica para la formción y perfeccionamiento del profesorado universtario para la uilización de nuevas tecnologias aplicada a la Docencia Universitária de Sevilla*. Fecha de Consulta 23 de julio de 2007 y Acceso disponible en [http//www.tecnologiaeducativa.us](http://www.tecnologiaeducativa.us).
- CANFUX S.V. (1998). Antecedentes histórica de la activación de la enseña. En *Los métodos participativos: ¿Una nueva concepción de la enseñanza?* (pág. 173). Habana: Universidad de la Habana.
- CATURLA FITA, E.,(2003). O profesor e a motivação dos alunos. En J. A. Tapia; E. Cartula Fita, *A motivação em sala de aula* (S. Garcia, Trad., pág. 148). São Paulo: Loyola.
- COLL, C. (2004). Concepções e tendencias atuais em psicologia da educação. En C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento psicologico e educação: Psicologia da educação escolar* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 2, pág. 472). Porto Alegre: Artmed.
- COLL, C.; MARTÍ, E. (2004). A educação escolar diante das novas tecnologias da informação e comunicação. En C. Coll, Á. Marchesi; J. Palácios, *Desenvolvimento psicologico e educação: Psicologia da educação escolar* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 2, pág. 472). Porto Alegre: Artmed.
- COLL, C., *et alii* (1997). *Psicologia do Ensino*. (C. M. De Oliveira, Trad.) Porto Alegre: Artmed.
- CONCEIÇÃO, F. R., (2005). *Educação de Jovens e Adultos: Especificidades, desafios e construições* (1ª ed.). Belo Horizonte: Autêntica.

CORIA SABINI, M. A. (2007). *Psicologia do Desenvolvimento* (2ª ed.). São Paulo: Ática.

CUBERO, R.; LUQUE, A. (2004). Desenvolvimento, educação e educação escolar: a teoria sociocultural de desenvolvimento e da aprendizagem. En C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento e educação: Psicologia da educação escolar* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 2, pág. 472). Porto Alegre: Artmed.

DANTE, L. R. (1998). *Didática da Resolução de Problema de Matemática* (11ª ed.). São Paulo: Atica.

D'AUGUSTINE, C. H. (1970). *Métodos modernos para o ensino da matemática*. (M. L. Peres, Trad.) Rio de Janeiro: Livro Técnico S. A.

DAVYDOV, V. V.; ZINCHENKO, V. P. (2003). A contribuição de Vigotsky para o desenvolvimento da psicologia. En H. Daniels, *Vygotsky em Foco: Pressuposto e desdobramentos* (E. J. Cestari, & M. S. Martins, Trads., 6ª ed., pág. 296). São Paulo: Papirus.

DE OLIVEIRA, M. K. (1992). *O lugar da Integração*. En Y. De La Taille, K. D. Oliveira, & H. Dantas, Piaget, Vygotsky, Wallon: Teorias Psicogenéticas em Discussão (17ª ed., pág. 115). São Paulo: Summus.

DELORS, J. (1996). *Educação. Um tesouro a descobrir: Relatório para a Unesco da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI*. (J. C. Eufrázio, Trad.) São Paulo: Cortez.

DÍAZ, F.; HERNÁNDEZ, G. (2005). *Estrategias docente para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. México, D. F.: McGraw-Hill.

EVERTON, C. M.; GREEN, J. (1986). Observation as Inquiry and method. En M. Wittrock, *Handbook of research on teaching*. New York: Mac Millan.

FAA. Faculdade Atual da Amazona. Fecha de la Consulta 23 de julio de 2007 y Aceeso disponible en: <http://www.faculdadeatual.edu.br>

FÁVERO, M. H. (2005). *Psicologia e conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender* (1ª ed.). Brasília: Universidade de Brasília.

FOX, D. J. (1987). *El proceso de investigación educativa*. Pamplona: EUNSA.

GOMES DA SILVA, T. (2006). A dialética da subjetividade versus objetividade desvelando o movimento de se tornar professor. En M. V. Carvalho, *Temas en Psicología e educação* (pág. 183). Belo Horizonte: Autêntica.

GÓMEZ CHACÓN, I. M. (2003). *Matemática Emocional: Os afectos na Aprendizagem Matemática*. (D. Vas de Morais, Trad.) Porto alegre: Artmed.

GONZÁLEZ PACHECO, O. (1998). Requerimiento generales del proceso docente. Una propuesta a partir de la Teoría de la Actividad. En *Los Métodos Participativos: ¿una nueva concepción de la enseñanza?* (pág. 73). Habana: Universidad Habana.

HANCOCK, A. (2005). A Educação e as Novas Tecnologias da Informação e da Comunicação. En J. Delors, *A educação para o século XXI: Questões e Perspectivas* (F. Murad, Trad., pág. 260). Porto Alegre: Artmed.

HERNÁNDEZ, R. S.; FERNÁNDEZ, C. C.; BAPTISTA, P. L. (2006). *Metodología de la Investigación* (4ª ed.). México: McGraw.

IMBERNÓN, F. (2002). *La investigación educativa como herramienta de formación del profesor. Reflexiones y experiencia de investigación educativa*. Madrid: Grao.

Instituto Brasileiro de Geografia [IBGE]. (2007). Fecha de la Consulta 23 de julio de 2010 y Accso disponible en <http://www.ibge.gov.br/estadosat/perfil.php?sigla=rr>

LAMPERT, M., RITTENHOUSE, P.; CRUMBAUGH, C. (2000). Concordando em Discordar: O desenvolvimento de um Discurso Sociável na Matemática. En D. R. Olson, & N. Torrance, *Educação e Desenvolvimento Humano* (D. Batista, & D. Bueno, Trads., pág. 667). Porto Alegre: Artmed.

LAY, D. C. (1997). *Álgebra linear e suas aplicações* (2ª ed.). Rio de Janeiro: LTC.

LEON, S. J. (1998). *Álgebra Linear com Aplicações* (4ª ed.). Rio de Janeiro: LTC.

LEÓNTIEV, A. N. (1991). Os principios do desenvolvimento mental e o problema do atraso mental. En Luria, Leontiev, & Vikotski, *Psicologia e Pedagógica: Bases Psicológicas da aprendizagem e do Desenvolvimento* (R. E. Frias, Trad., pág. 94). São Paulo: Moraes, Ltda.

LEPELTAK, J., VERLINDEN, C. (2007). Ensinar na Era da Informação: Problemas e Novas Perspectivas. En J. Delors, *A educação para seculo XXI: Questões e Perspectiva* (F. Murad, Trad., pág. 260). Porto Alegre: Artmed.

LIBÂNEO, J. C. (1990). *Didática*. São Paulo: Cortez.

LOLLINI, P. (1991). *Didática e Computador: Quando e como a informática na escola*. (A. Vietti, & M. M. Marcionilo, Trads.) São paulo: Loyola.

LUCCHESI, D. d. (1990). *Metodologia do Ensino da Matemática*. São Paulo: Cortez.

LURIA, A. R. (2001). *Pensamento e Linguagem: As últimas confêrencias de Lurias*. (D. M. Lichtenstein, Trad.) Porto Alegre: Artmed.

LURIA, A. R. (2002). *Desenvolvimento Cognitivo: Seus fundamentos culturais e sociais*. (L. Mena Barreto, M. Kolh Oliveira, M. M. Andrade, & R. H. Maciel, Trads.) São Paulo: Ícone.

MACEDO, L. d., PETTY, A. L. S., PASSOS, N. C. (2000). *Aprender com Jogos e Situações - Problema*. Porto Alegre: Artmed.

MapleSoft. (s.f.). Fecha de la Consulta 23 de Junio de 2007 y Acceso disponible en <http://www.maplesoft.com>

MARCHESI, A. (2007). Os alunos com pouca motivação para aprender. En C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento psicológico e educação: Transtorno de desenvolvimento e necessidades educativas especiais* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 3, pág. 367). Porto Alegre: Artmed.

MARINCEK, V. (2001). *Aprender problema resolvendo problema*. Porto Alegre: Artmed.

MAROTO, J. L., MARTÍNEZ, J. (1998). *Mathematica como recurso didáctico en la resolución de integrales múltiples utilizando un cambio de variables*. Jáen: VIII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática, 205 - 211.

MARTÍNEZ MORENO, J.; MAROTO, J. L.; LÓPEZ MORENO, A. J. (1990). *Funciones en variables con Mathematica*. Jaén: VIII Jornadas Andaluzas de Educación Matematica, 229 - 234.

Maxima, A Computer Algebra System.. Fecha de la Consulta 8 de Noviembre de 2006y Acceso Disponible en <http://maxima.sourceforge.net>

MEDEIRO, C. F. Por uma Educação Matemática como intersubjetividade. En M. A. Bicudo, *Educação Matemática* (pág. 140). São Paulo: Moraes.

MOLON, S. I. (2003). *Psicologia Social. Sujetividad e Constituição do Sujeito em Vigotski*. Rio de Janeiro, Petrópolis: Vozes.

MONERE, C.; POZO, J. I.; CASTELLÓ, M. (2004). O ensino de estratégia de aprendizagem no contexto escolar. En C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento psicológico e educação: Psicologia da educação escolar* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 2, pág. 472). Porto Alegre: Artmed.

MUÑOZ DELGADO, F. J., SÁNCHEZ COBO, F. T., MARTÍNEZ MORENO, J., & Jódar, J. (2002). *Problemas resueltos de Métodos Matemáticos*. Jaén: Autores.

Octave. Fecha de la Consulta 8 de Junio de 2006 y Acceso disponible en <http://www.octave.org>

OLIVEIRA DUARTE, M. d.; SCHIPMANN Eger, R. d. (1995). *Cálculo e Álgebra Lineal com Derive*. Florianópolis: UFSC.

OLIVEIRA, I. C.; CUNHA, B. C.; BARBIERE, P. F. (2007). *Álgebra Linear para computação*. (1ª ed.). Rio de Janeiro: LTC.

ONRUMBIA, J.; ROCHERA, J.; BARBERA, E. (2004). O ensino e aprendizaje da matemática: uma perspectiva psicológica. En C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento psicológico e educação: Psicologia da educação escolar* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 2, pág. 472). Porto Alegre: Artmed.

ONUCHIC, L. d. (1999). Ensino - Aprendizagem de matemática a través da resolução de matemática. En M. A. Viggiani Bicudo, *Pesquisa em Educação: Concepções & Perspectivas* (pág. 313). São Paulo: Unesp.

ONUCHIC, L. d.; GOMES ALLEVATO, N. S. (2004). Novas releções sobre o ensino-aprendizaje de matemática através da Resolução de Problema. En M. A. Viggiani Bicudo, & M. d. Carvalho Borba, *Educação Matemática: pesquisa em movimento* (pág. 317). São Paulo: Cortez.

ORTIZ, A. (2004). *Estrategias metodologia para el desarrollo de las prácticas de enseñanza en la docencia universitaria*. Pixel - bit. N° 22, 41-48.

ORTIZ, A. (2005). *Interacción y TIC en la docencia universitaria*. N° 26, 27-38.

PAIS, L. C. (2001). *Didática da Matemática. Uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte, MG: Autentica.

PALLOFF, R. M; PRATT, K. (2002). *Construindo Comunidades de Aprendizage no Ciberespaço: Estrategias eficientes para salas de aula on-line*. (V. Figuera, Trad.) Porto Alegre: Artmed.

Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática: Ensino Médio (1ª ed.). (2007). Brasília: Secretaria de Educação Fundamental.

Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º a 4º Série). (1997). Brasília: Secretaria de Educação Fundamental.

Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (5º a 8º Série) (1ª ed.). (1998). Brasília: Secretaria de Educação Fundamental.

PCN. Ensino Médio. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências Curriculares Nacionais. (s.f.). Recuperado el 23 de Julio de 2007, de <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>

PÉREZ GÓMEZ, A. I. (2000). Os processos de ensino-aprendizagem: Análise didática das principais teorias de aprendizagem. En J. Gimeno Sacristán, & A. I. Pérez Gómez, *Comprender e transformar o ensino* (E. Da Fonseca Rosa, Trad., 4ª ed., pág. 396). Porto Alegre: Artmed.

PILETTI, N. (2008). *Psicologia Educacional (17ª ed.)*. São Paulo: Atica.

POLIVANOVA, N. (2003). Particularidades da solução de um problema combinatorio por alumno em situação de cooperação. En C. Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya, *Após Vygotsky e Piaget* (E. Gruman, Trad., pág. 233). Porto Alegre: Artmed.

POLYA, G. (1975). *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Intercincia.

PORTO, C.; RÉGNIER, K. (2003). *O Ensino Superior no Mundo e no Brasil – Condicionante, Tendências e Cenários para o Horizonte 2003 – 2005. Uma*

Abordagem *Exploratória*. Fecha de la Consulta 23 de Junio de 2007 y Acceso disponible en <http://portal.mec.gov.br/sesu/arquivos/pdf/ensinosuperiormundobrasil Tendencias escenarios2003-2025.pdf>

POZO, J. I. (1998). *A solução de problema*. Porto Alegre: Artmed.

POZO, J. I. (2002a). *Aprendizaje e Mestre: A nova cultura da aprendizagem*. (E. Roma, Trad.) Porto Alegre: Artmed.

POZO, J. I. (2002b). *Teorias Cognitivas da Aprendizagem* (3ª ed.). (R. Acuña Oliveira, Trad.) São Paulo: Artmed.

POZO, J. I.; MONEREO, C.; CASTELLÓ, M. (2004). O uso estratégico do conhecimento. En C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimneto psicologico e educação: Psicologia da educação escolar* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 2, pág. 472). Porto alegre: Artmed.

QUESADA, J. M.; SÁNCHEZ, C.; MARTÍNEZ, J.; JÓDAR, J. (2004). *Análisis y Métodos Numéricos*. Universidad de Jaén: Servicios de Publicaciones.

RATNER, C. (2002). *A Psicologia Sócio - Histórica de Vygostky. Aplicações Contemporâneas* (2ª ed.). (L. L. Oliveira, Trad.) Porto Alegre: Artmed.

RODRIGO, M. J.; CORREA, N. (2007). Representação e Procesos Cognitivos: Esquema e Modelos Mentales. En C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento psicologico e educação: Psicologia da educação escolar* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 2, pág. 472). Porto Alegre: Artmed.

RODRÍGUEZ, G.; GIL, J.; GARCÍA, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.

ROJAS, S. (2004). *Manual de Pesquisa Social*. Rio de Janeiro: Voces.

ROQUE, W. L. (2000a). *Introdução ao Cálculo Numérico: Um texto integrado com Derive*. São Paulo: Atlas.

ROQUE, W. (2000b). *Novas Tecnologias Computacionais e o Ensino de Matemática*. São Paulo: PUCSP.

RUBINSTEIN, J. L. (1970). *Principios de Psicología General* (1ª ed.). Habana: Revolucionaria.

RUBTSON, V. (2003a). A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. En C. Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya, *Após Vygostsky e Piaget* (E. Gruman, Trad., pág. 233). Porto Alegre: Artmed.

RUBTSON, V. (2003b). Atividade coletiva e aquisição de conceitos teóricos de Física por escolares. En C. Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya, *Aós Vygostky e Piaget* (E. Gruman, Trad., pág. 233). Porto Alegre: Artmed.

SÁNCHEZ, J. C.; FERNÁNDEZ, J. A. (2006). *O ensino da matemática: Fundamentos teóricos sobre bases psicopedagógica*. Porto Alegre: Artimed.

SANTOS, I. E. (2003). *Textos selecionados de métodos e técnicas de pesquisa científica* (4ª ed.). Rio de Janeiro: Impetus.

Scilab: The open source plataform for numerical computation. Fecha de la Cosulta 23 de Junio de 2007 y Acceso disponible en <http://www.scilab.org>

SELLTIZ, C.; JOHADA, M.; DEUSTSCH, M.; COOK, S. W. (1976). *Método de investigación en las Ciencias Soiales*. Madrid: Rialp.

SILVA, A.; EDNA, L. (2005). Lo cualitativo y lo cuantitativo: dos de los protagonista actuales de las disputas en Ciencias Sociales. En S. Nube, & M. Sánchez, *Meodología cualitativa en Educación: investigación - acción* (págs. 117-124). Candidus.

TALÍZINA, N. (1984). *Conferencias sobre "Los Fundamentos de la Enseñanza en la Educación Superior"*. Universidad de la Habana.

TALÍZINA, N. (1994). *La teoría de la actividad de estudio como base de la didáctica en la educación superior* (1ª ed.). México, DF: Universidad Autónoma Metropolitana.

TALÍZINA, N. (1988). *Psicología de la Enseñanza*. Moscú: Progreso.

TAPIA, J. A. (2003). Contexto, motivação dos alunos. En J. A. Tapia, *A motivação em sala de aula* (S. Garcia, Trad., pág. 148). São Paulo: Loyola.

TAPIA, J. A.; MONTERO, I. (2004). Orientação motivacional e estratégias motivadoras na aprendizagem escolar. En C. Coll, Á. Marchesi, & J. Palácios, *Desenvolvimento psicológico e educação: Psicologia da educação escolar* (F. Murad, Trad., 2ª ed., Vol. 2, pág. 472). Porto Alegre: Artmed.

Texas Instruments. Fecha de la Consulta 23 de Julio de 2007 y Acceso y disponible en Derive : <http://www.derive.com>

The MathWorks. Fecha de la Consulta 23 de Julio de 2007 y Acceso disponible de <http://www.mathworks.com>

VALENTE, J. A. (1995a). *Diferentes usos do Computador na Educação*. Fecha de la Consulta 3 de julio de 2007 y Acceso disponible en NIED: Núcleo de Informática Aplicada a Educação da Universidade de Estadual Campina: <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep1.pdf>

VALENTE, J. A. (1995b). *Formação de Profissionais na Área de Informática em Educação*. Fecha de la Consulta 3 de julio de 2007 y Acceso disponible en NIED: Núcleo de Informática Aplicada a Educação da Universidade de Estadual Campina: <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep7.pdf>

VALENTE, J. A. (1995c). *Por quê o Computador na Educação*. Fecha de la Consulta 3 de julio de 2007 y Acceso disponible en NIED: Núcleo de Informática Aplicada a Educação da Universidade de Estadual Campina: <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep2.pdf>

VALENTE, J. A. (1995d). *Questão do Software: parâmetro para o desenvolvimento de Softwares Educativos*. Fecha de la Consulta 3 de julio de 2007 y Acceso disponible en NIED: Núcleo de Informática Aplicada a Educação da Universidade de Estadual Campina: <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/memos/Memo24.PDF>

VIGOTSKI, L. S. (2001). *A construção do Pensamento e da Linguagem* (1ª ed.). (P. Bezerra, Trad.) São Paulo: Martins Fonte.

VIGOTSKI, L. S. (2003a). *A formação Social da Mente*. (J. Cipolla Neto, L. S. Menna Barreto, & S. Castro Afeche, Trans.) São Paulo: Martins Fontes.

VIGOTSKI, L. S. (1991). Aprendizagem e Desenvolvimento Intelectual na Idade Escolar. En Luria, Leontiev, & Vigotski, *Psicopedagogia e Pedagogia: Bases*

Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento (R. E. Frias, Trad., pág. 94). São Paulo: Moraes Ltda.

VIGOTSKI, L. S. (2003b). *Pensamento e Linguagem*. (J. L. Camargo, Trad.) São Paulo: Martins Fontes.

Welcome to The Home of Mathematic. Fecha de la Consulta 23 de Junio de 2007 y Acceso disponible en <http://www.mathomatic.com>

WolframResearch. Mathematica. Fecha de la Consulta 23 de Julio de 2007 y Acceso disponible en <http://www.wolfram.com>

Yacas: Computer calculations made easy. (s.f.). Fecha de la Consulta 23 de Julio de 2007 y Acceso disponible en <http://www.xs4all.nl/~apinkus/yacas.html>

YIN, R. K. (1984). *Case Study Research: Design and Methods*. Sage Publications. Beverly Hills: CA.

Anexos

ANEXO 1. FORMACIÓN DE LA ACTIVIDAD DE SITUACIONES PROBLEMA EN MATEMÁTICA EN LOS ALUMNOS EN LOS SEMESTRES 2006.2, 2007.1 Y 2007.2

Con el objetivo de conocer el nivel de formación del sistema de acciones y el aprendizaje en la actividad de situaciones problema, fue realizado a largo de tres semestres consecutivos una prueba sorpresa al inicio de cada uno de esos semestres, con una duración de tres horas.

La selección de la muestra dependió de los alumnos matriculados en la asignatura en cada semestre: en el semestre 2006.2 fueron 27 alumnos en horario vespertino; en el semestre 2007.1 fueron 46 alumnos en horario vespertino y 54 alumnos en horario nocturno y por último en el semestre 2007.2 fueron 55 alumnos en el horario nocturno. A continuación se presentan los instrumentos utilizados en cada semestre y los comentarios sobre los resultados alcanzados.

1.1 Instrumentos de las pruebas diagnósticos

En los semestres 2006.2 y 2007.2, fueron aplicados estos instrumentos sobre el tema sistema de ecuaciones lineales, parte del contenido de la asignatura que más tarde ellos cursarían. En el semestre 2007.1 los alumnos cursaron la asignatura Matemática Aplicada, que incluye el tema de cálculo diferencial e integral de funciones de una variable real, siendo el contenido seleccionado para la prueba diagnóstico el subtema, funciones de una variable real.

La metodología que se emplea consiste en presentar primeramente las preguntas y después llevar a cabo los comentarios sobre la construcción.

1.1.1 instrumento del semestre 2006.2

El instrumento sobre el aprendizaje en la resolución de problemas utilizado en este semestre cuenta con cuatro preguntas.

Pregunta 1.

Se tienen 60 monedas en valores de 50, 25 y 10 centavos, las que suman un valor total de R\$ 14,50. Se sabe que las monedas de 10 centavos representan el doble de las monedas de 50 centavos.

Los datos del problema son:

- Se tiene 60 monedas de 50, 25 y 10 centavos
- La suma total de esas monedas es igual a 14,50 reales.
- Las monedas de 10 centavos son el doble que las monedas de 50 centavos.

La definición de las variables son:

- La cantidad de monedas de 50 centavos será representada por m_1 .
- La cantidad de monedas de 25 centavos será representada por m_2 .
- La cantidad de monedas de 10 centavos será representada por m_3 .
- Las variables m_1 , m_2 y m_3 son positivas y pertenecen al conjunto de los números reales $\{m_1 \in \mathfrak{R} \mid m_1 \geq 0\}$, $\{m_2 \in \mathfrak{R} \mid m_2 \geq 0\}$ y $\{m_3 \in \mathfrak{R} \mid m_3 \geq 0\}$ porque representan cantidades de monedas.

Construcción del sistema de ecuaciones lineales.

- (cantidad de monedas 50 centavos) + (cantidad de monedas 25 de centavos) + (cuantidades de monedas 10 centavos) = (cantidad total 60 monedas), entonces la ecuación es dada por $m_1 + m_2 + m_3 = 60$, lo que representa la cantidad de monedas.
- (reales en monedas de 50 centavos) + (reales en monedas de 25 centavos) + (reales en monedas de 10 centavos) = (14,50 reales), entonces la ecuación es dada por $0,50m_1 + 0,25m_2 + 0,10m_3 = 14,50$, lo que representa el valor en reales.
- Las cantidades de monedas de 10 centavos es el doble de las monedas de 50 centavos, entonces la ecuación es dada por $2m_1 = m_3$ que representa la relación en cantidades de monedas de 10 centavos y de 50 centavos.

El problema quedará representado por el sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} m_1 + m_2 + m_3 = 60 \\ 0,50m_1 + 0,25m_2 + 0,10m_3 = 14,50 \\ 2m_1 - m_3 = 0 \end{cases}$$

La solución del sistema de ecuaciones es $m_1=10$, $m_2=30$ y $m_3=20$

Responder

- ¿Cuántas monedas se tiene de cada valor?
- ¿Cuánto es la cantidad en dinero (reales) de monedas de cada valor?

Pregunta 2

Se tiene una hacienda con 20 hectáreas de tierra para cultivar maíz y frijoles y con R\$ 1400 de recursos financieros para gastar. Si por cada hectárea cultivada de maíz se gasta R\$ 100 y por cada hectárea de frijoles R\$ 50.

Si “x” representa la cantidad de hectáreas del cultivo de maíz y “y” la cantidad de hectáreas del cultivo de frijoles.

El modelo matemático se representa por el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = 20 \\ 100x + 50y = 1400 \end{cases}$

Responder:

- Determine la cantidad de hectáreas a ser cultivadas de maíz y de de frijoles.
- ¿Qué significa el elemento “100x” en el sistema de ecuaciones lineales?

Pregunta 3

Un agricultor siembra dos tipos de cultivos, si por cada hectárea plantada del cultivo 1 se producen 10 toneladas y por cada hectárea del cultivo 2, se producen 5 toneladas; sí cada hectárea producida del cultivo 1 se vende en el mercado en R\$ 200 y del cultivo 2 en R\$ 400. ¿Qué cantidad de hectáreas debe plantar el agricultor para recoger 100 toneladas de alimentos y obtener R\$ 500 por las ventas?

Los datos del problema son:

- Del cultivo 1 por cada hectárea se producen 10 toneladas y se venden en R\$ 200.
- Del cultivo 2 por cada hectárea se producen 5 toneladas y se venden en R\$ 400.
- La cantidad total de toneladas que se producen es 100 y la cantidad total de dinero que se obtiene es R\$ 500.

Conceptos del problema

$\frac{\text{Toneladas}}{\text{Hectare}}$: Cantidades de toneladas producidas por cada hectárea.

$\frac{\text{Reais}}{\text{Hectare}}$: Cantidades de reales por las ventas de la producción de cada hectárea.

El objetivo del problema es determinar la cantidad de hectáreas a ser cultivadas del cultivo 1 y del cultivo 2, por el agricultor.

Responder

- a) Construir el sistema de ecuaciones lineales que representa el problema.
- b) Identificar qué representa cada elemento del sistema de ecuaciones lineales.

Pregunta 4

Un concepto muy utilizado diariamente es el de renta, que se define como cierta cuantía de dinero obtenida por la venta de un producto o servicio. Veamos un problema que utiliza este concepto.

Una empresa agrícola quiere determinar la cantidad hectáreas entre zanahoria y patatas a ser cultivadas. Se desean producir 170 toneladas sumando los dos cultivos, con una renta total de R\$ 231000. Si por cada hectárea cultivada de zanahorias se producen 3 toneladas con una renta de R\$ 4500 y si de patatas se producen 4 toneladas a un costo de R\$ 4800.

Responder:

- a) Determinar los datos del problema.
- b) Establecer el objetivo del problema, o sea, qué se pretende con el problema.
- c) Construir el sistema de ecuaciones lineales que representa el problema.
- d) Determinar la cantidad de hectáreas de zanahorias y patatas a ser cultivadas.
- e) ¿Cuántas toneladas son producidas de cada producto?
- f) ¿Si toda la producción es vendida cuál es la renta obtenida por cada producto?

En la primera pregunta se presenta un problema que tiene relación con su vida diaria y que es un tema de manipulación de dinero. En la pregunta uno se da en forma explícita las acciones comprender el problema, construir el sistema de ecuaciones lineales y solucionar el sistema de ecuaciones lineales, por lo que los alumnos a partir de las informaciones expuestas, debe responder las preguntas que están relacionadas con la acción interpretar la solución.

En la pregunta dos se presenta una problemática sobre el cálculo de la cantidad en hectáreas que se plantan dos cultivos con sus respectivos ingresos por las ventas. En dicha pregunta se da el sistema de ecuaciones lineales que representa el problema y los elementos para su construcción. Estas informaciones están relacionadas con la acción construir el sistema de ecuaciones lineales.

En ésta la pregunta pretende que el alumno ejecute la acción resolver el sistema y posteriormente la acción interpretar la solución. En el inciso b) ¿Qué significa el elemento "100x" del sistema de ecuaciones lineales?, se quiere saber si el alumno comprendió el problema al analizar el significado de un elemento del sistema.

En la pregunta tres el tema es el mismo que el de la pregunta anterior, pero con una ecuación más en el sistema que está representada por la producción en toneladas y por un cultivo más. El objetivo de la pregunta está relacionado con la acción construcción del sistema de ecuaciones lineales y el alumno, además de construir el sistema, debe explicar qué significa cada elemento que la compone.

La última pregunta pretende medir el aprendizaje de los alumnos a través del sistema de cuatro acciones. Se puede observar en la pregunta que los incisos inducen a responder las cuatro acciones. El sistema en cuestión lo componen dos ecuaciones

que representan la producción agrícola de dos cultivos en toneladas y las rentas por la venta de los mismos.

1.1.2 Instrumento del semestre 2007.1

Todas las preguntas del instrumento están relacionadas con el tema de funciones de una variable real.

Pregunta 1:

Una fábrica tiene tres años de funcionamiento y produce un número de unidades de determinado artículo por año; debido al desgaste de las máquinas la producción comenzó a disminuir. La función $f(x) = 8000 - 1000x$ representa la producción de unidades por año..

x (años)	1	2	3
y (prod.)	7000	6000	5000

Responder

- ¿Cuál será el pronóstico de la producción para los próximos dos años?
- ¿Siguiendo el mismo comportamiento de la producción, en cuánto tiempo la producción puede parar?

Pregunta 2:

Un concepto utilizado con frecuencia es demanda, definido como la cantidad de un bien o servicio que el consumidor desea y está dispuesto adquirir por determinado precio en un momento, o sea, refleja el comportamiento (intenciones) del consumidor. La curva que representa la demanda es decreciente. Veamos un ejemplo donde se utiliza este concepto.

Una tienda de productos electrodomésticos pretende determinar la demanda de sus televisores; si por cada día vende 10 televisores cuando su precio es R\$ 600 y 20 televisores cuando su precio es R\$ 450.

Los datos del problema son:

- En la tienda cuando el precio es R\$ 600 se venden 10 televisores.
- Cuando el precio disminuye a R\$ 450 se venden 20 televisores.

La definición de las variables:

- La variable “q” representa la cantidad de televisores.
- La variable “p” representa el precio en reales de las unidades de televisores.
- Las variables $\{q \in \mathbb{N} | q \geq 0\}$ e $\{p \in \mathbb{R} | p \geq 0\}$, “N” indica el conjunto de los números naturales, “R” el conjunto de los números reales. “ \in ” significa pertenece y “|” tal que.
- Considerando el par ordenado (q, p) representado por la cantidad de televisores y precios, respectivamente.

Dados los puntos $(q_1, p_1) = (10, 600)$ y $(q_2, p_2) = (20, 450)$ la función demanda $P(q)$ es la recta que pasa por los puntos anteriores.

Responder:

- a) Determinar la función demanda $P(q)$
- b) ¿Cuál es el precio cuando son vendidos 5 televisores?
- c) ¿Qué cantidad podrá ser demandada si los televisores son ofrecidos gratuitamente?
- d) ¿Si el precio es de R\$ 150 cuántos televisores serán demandados?

Problema 3

Una fábrica de inmuebles pretende determinar un modelo lineal que relacione la oferta y los precios. Si cuando el precio fue de R\$ 80, son producidas y ofertadas en el mercado 10 mesas para escritorios y 30 mesas cuando el precio fue de R\$ 150.

Responder:

- a) Determinar los datos del problema.
- b) Establecer el objetivo del problema, o sea, que se pretende con el problema.
- c) Hallar el modelo lineal, o sea, la función lineal donde $p(m) = am + b$; $a, b \in \mathfrak{R}$ “m” representa las cantidades de mesas y “p” el precio en reales.
- d) ¿Cuándo el precio fue R\$ 185, cuántas mesas estarán disponibles en el mercado?

En la pregunta uno se plantea la producción histórica de una fábrica que produce unidades de cierto artículo y se da a conocer también el modelo lineal que representa la producción de unidades por año. En los incisos a) y b) se pregunta sobre la producción en los próximos años; cuando el alumno realiza los cálculos evaluando la función se considera la ejecución de la segunda acción solucionar el modelo matemático y cuando da una explicación a partir de los resultados, se considera la acción interpretación de la solución.

La pregunta dos está vinculada con un problema de demanda en la cual se conoce la función lineal que la representa. En los incisos a), b) y c), cuando son realizados los cálculos para dar respuesta a esos incisos, se produce la ejecución de la acción solucionar el modelo matemático y cuando se da una explicación de acuerdo a la solución, tiene lugar la ejecución de la acción interpretar la solución.

Se aclara que la pregunta aplicada en el grupo vespertino, los alumnos reciben la función demanda, o sea, se pregunta “Dados los puntos $(q_1, p_1) = (10, 600)$ y $(q_2, p_2) = (20, 450)$ la función demanda $P(q) = 750 - 15q$ es la recta que pasa por los puntos anteriores”, y por consiguiente se elimina la preguntaba “Determinar la función demanda $P(q)$ ”.

Por tanto, en el grupo vespertino fueron medidas las acciones solucionar el modelo matemático e interpretar la solución y en el grupo nocturno, además de las acciones anteriores, se evaluó la acción construir el modelo matemático.

Por último, en la pregunta tres se trata sobre la función oferta, por lo que se debe hallar el modelo lineal de la oferta, con su respectiva interpretación de los resultados.

Los inciso a) y b) están relacionados con la acción comprender el problema; el inciso c) con la acción construir el modelo matemático y el inciso d) con las acciones solucionar el modelo matemático e interpretar la solución.

1.1.3 Instrumento del semestres 2007.2

El último instrumento de las pruebas de diagnóstico está formado por cuatro interrogantes, donde en cada una de las preguntas se reduce a resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Pregunta 1

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

Pregunta 2

Pedro tiene 60 monedas en valores de 50, 25 y 10 centavos, sumando un total de 14,50 reales. Se sabe que las monedas de 10 centavos representan el doble de la 50 centavos. ¿Cuántas monedas tiene Pedro de cada valor? ¿Cuánto es la suma en reales de todas monedas de 25 centavos?

Problema 3

Una hacienda desea saber qué cantidad de hectáreas debe ser plantada de maíz y de frijoles, si la hacienda tiene 20 hectáreas de tierra y el recurso financiero para gastar de R\$ 1400. Si por cada hectáreas plantada de maíz se gasta R\$ 100 y por cada hectárea de frijoles R\$ 50.

Determine:

- a) Los datos y condiciones del problema.
- b) El objetivo del problema.
- c) El modelo matemático que representa el problema.

d) La solución del modelo matemático.

Pregunta 4

Una empresa desea fabricar unidades de dos tipos de productos, utilizando una misma línea de producción en una jornada de 8 horas. El producto 1 consume por cada unidad fabricada 20 minutos y el producto 2 consume un tiempo de 30 minutos. Si el precio de venta de cada unidad del producto 1 es de R\$ 10 y del producto 2 de R\$ 20, y si el precio total de todas las ventas de las unidades de los productos 1 y 2 es R\$ 300 y si se tiene en cuenta que la variable “x” representa las unidades del producto 1; “y” representa las unidades del producto 2 y que una jornada de 8 horas es equivalente a 480 minutos, siendo el modelo matemático que representa el problema:

$$\begin{cases} 20x + 30y = 480 \\ 10x + 20y = 300 \end{cases}$$

La solución del sistema ecuaciones lineales es $x = 6$ e $y = 12$. Determine el tiempo consumido en la fabricación y la cantidad de dinero gastado en la producción de cada producto en la jornada de 8 horas.

La pregunta uno es un sistema de tres variables, con tres ecuaciones y con una solución única. Resolver esta pregunta requiere de la ejecución de la tercera acción solución del sistema de ecuaciones lineales.

La pregunta dos es la misma pregunta uno aplicada con el instrumento del semestre 2006.2. La diferencia entre ambas es que ahora el alumno debe de ejecutar las cuatro acciones: comprender el problema, construir el sistema de ecuaciones lineales, solucionar el sistema de ecuaciones lineales e interpretar la solución. En cuanto a la pregunta utilizada en el semestre 2006.2, el alumno ya recibía informaciones de las tres primeras acciones y solamente debía realizar la tercera acción interpretar la solución.

La pregunta tres es la misma que la pregunta dos del semestre 2006.2, pero con la diferencia de que el semestre 2007.2 los alumnos deben realizar las cuatro acciones, o sea, no reciben de forma explícita informaciones sobre el sistema de acciones. La pregunta cuatro conduce a un sistema de dos ecuaciones lineales que representa tiempo de producción y dinero de gasto en la producción de unidades de dos tipos de

productos. En esta pregunta los alumnos deben ejecutar las acciones interpretar la solución y reciben informaciones de las otras tres acciones.

1.2 Resultados de las pruebas diagnósticos

Se recuerda que el aprendizaje de la resolución de problemas se mide por la suma de las cuatro acciones, que cada acción se mide entre uno y cinco puntos y el aprendizaje entre cuatro y veinte puntos. En las preguntas en que el alumno no ejecuta las cuatro acciones no será medido el aprendizaje, sin embargo, las informaciones servirán para obtener informaciones sobre el proceso.

Las tablas 49 y 50 se toman como referencia para la descripción de los resultados de las preguntas uno hasta la cuatro del instrumento aplicado en el semestre 2006.2. En la pregunta uno los alumnos debían interpretar la solución del sistema de ecuaciones lineales, a pesar de la simplicidad de la respuesta, el 52% de los alumnos obtuvieron resultados entre uno y dos puntos.

Por ejemplo, una respuesta muy común fue la siguiente:

$$0,50 = 10 \text{ monedas} = 5,00$$

$$0,25 = 30 \text{ monedas} = 7,50$$

$$0,10 = 20 \text{ monedas} = 2,00$$

La respuesta correcta sería Pedro posee 10 monedas de 50 centavos, contabilizando R\$ 5,00; 30 monedas de 25 centavos registrando R\$ 7,50 y por último tiene R\$ 2,00 producto de 20 monedas de 10 centavos.

En la pregunta dos los alumnos mostraron habilidades en la resolución de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con una media de 4,04 puntos, o sea, el 74% realizaron correctamente el sistema pero es preocupante que un 22% todavía no saben resolver. Los alumnos continuaron la tendencia de la pregunta uno de no tener habilidades en las interpretaciones de los resultados.

Tabla 49. Medida de tendencia central de la prueba diagnóstico del semestre 2006.2

Medidas	P-1	P-2			P-3	P-4				
	Y ⁴	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y ²	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	2,74	1,33	4,04	1,52	1,89	2,52	1,93	1,89	1,52	7,85
Mediana	2	1	5	1	2	2	2	1	1	6
Moda	2	1	5	1	2	1	1	1	1	4
Máximo	5	5	5	4	3	5	5	5	4	19
Mínimo	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4
Rango	4	4	4	3	2	4	4	4	3	15
D. Estándar	1,17	1,05	1,67	1,00	0,68	1,34	1,15	1,55	1,00	4,55
Varianza	1,38	1,11	2,78	1,0	0,47	1,81	1,33	2,4	0,99	20,7
C. Alfa Cronbach						0,91				

Otro componente relevante fue cuando se le pregunto sobre que significa el elemento "100x" que forma parte del sistema. Una gran parte respondió "100x significa el gasto por hectárea del cultivo de maíz", cuando la respuesta correcta es la cantidad gasto en el cultivo de maíz en reales. El 93% obtuvieron calificaciones entre uno y dos puntos.

En la pregunta tres los alumnos deben construir el sistema de ecuaciones lineales que representa el modelo matemático del problema, el 82% de los alumnos obtuvieron puntuaciones entre uno y dos. Entre los alumnos que conseguían construir el sistema

$$\begin{cases} 10x + 5y = 100 \\ 200x + 400y = 5000 \end{cases}$$

no era común identificar el significado de las variable "x" e "y" con sus unidades de medida, tampoco explicaban las ecuaciones con sus elementos.

Tabla 50. Frecuencia en porcentaje por acciones de la prueba diagnóstico del semestre 2006.2

Frec. %	P-1	P-2			P-3	P-4			
	Y ⁴	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y ²	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
"1"	11	89	22	78	30	30	48	74	78
"2"	41	4	0	0	52	26	30	0	0
"3"	22	0	4	15	19	19	7	4	15
"4"	15	0	0	7	0	15	11	7	7
"5"	11	7	74	0	0	11	4	15	0

Se puede observar en la pregunta cuatro que las medias van decreciendo desde la acción comprender hasta interpretar. Si el alumno no comprende el problema es difícil que pueda ejecutar las otras acciones, ya que en esa ejecución existe un orden lógico de comprender, construir, solucionar e interpretar. En todas las acciones los resultados

son bajos, reflejándose en el aprendizaje donde el 70% de los alumnos obtuvieron calificaciones entre cuatro y siete (Ver figura 47)

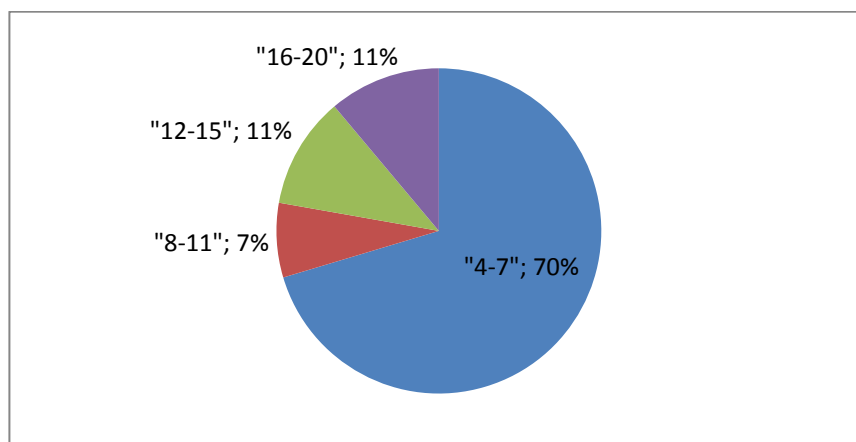


Figura 47. Aprendizaje de la pregunta cuatro de la prueba diagnóstico del semestre 2006.2

Las grandes dificultades presentadas en el problema, en la acción comprender, están dadas en que los alumnos no son capaces de expresar con claridad los objetivos y las condiciones, también extraen los datos del problema con imprecisiones, desencadenando resultados negativos en las otras acciones.

El instrumento aplicado en el semestre 2007.1 se aplica en un grupo vespertino y otro nocturno. El instrumento es el mismo, pero con la diferencia de que en el grupo vespertino en la pregunta dos no se mide la acción construir el modelo matemático. Los alumnos aquí reciben informaciones sobre esta acción (Ver las tablas 51, 52, 53 y 54).

Tabla 51. Medida de tendencia central de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo vespertino

Medidas	P-1		P-2		P-3				
	Y ³	Y ⁴	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	3,65	1,61	3,52	1,15	1,93	1,57	1,57	1,09	6,15
Mediana	5	1	5	1	1	1	1	1	4
Moda	5	1	5	1	1	1	1	1	4
Máximo	5	5	5	3	5	5	5	2	17
Mínimo	1	1	1	1	1	1	1	1	4
Rango	4	4	4	2	4	4	4	1	13
D. Estándar	1,55	0,87	1,66	0,51	1,39	1,36	1,36	0,28	4,18
Varianza	2,4	0,76	2,77	0,26	1,93	1,85	1,85	0,08	17,5
C. Alfa Cronbach					0,90				

En la pregunta uno los alumnos reciben informaciones detalladas para comprender el problema y reciben informaciones sobre el modelo matemático, lo que consiste en una función lineal $f(x)=8000-1000x$ que representa la producción en unidades por año. Al preguntarse sobre la producción del cuarto y quinto años, cuando esta puede parar si continúa el mismo comportamiento, los alumnos de forma general responden de forma correcta.

Aparentemente se puede pensar que la interpretación de los resultados resultaría simple, sin embargo la mayoría de los alumnos no eran capaces de dar una explicación con claridad. Un dato interesante es que la moda y la mediana, en la tercera acción, son de cinco puntos y en la cuarta acción de un punto.

Tabla 52. Medida de tendencia central de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo nocturno

Medidas	P-1		P-2			P-3				
	Y ³	Y ⁴	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	3,89	1,11	2,24	2,22	1,04	1,46	1,2	1,17	1,06	4,89
Mediana	5	1	1	1	1	1	1	1	1	4
Moda	5	1	1	1	1	1	1	1	1	4
Máximo	5	3	5	5	2	5	5	5	2	17
Mínimo	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4
Rango	4	2	4	4	1	4	4	4	1	13
D. Estándar	1,47	0,42	1,64	1,65	0,19	0,96	0,68	0,66	0,23	2,26
Varianza	2,17	0,17	2,7	2,73	0,04	0,92	0,46	0,44	0,05	5,1
C. Alfa Cronbach						0,85				

Por ejemplo, tomando como referencia a los alumnos que respondieron correctamente la solución del modelo, que consistía en $f(4) = 4000$, $f(5) = 3000$ y $f(x) = 0 \Rightarrow x = 8$, la mayoría no daban respuesta sobre las 4000 y 5000 unidades de ciertos artículos y respecto a cuándo pararía la producción, colocaban $x=8$ años. Los alumnos no tienen hábitos de dar una respuesta completa con los detalles que exige cada problema.

La pregunta dos es un problema relacionado con la economía, en particular sobre demanda de mercado, en ambos grupos los alumnos reciben informaciones detalladas para poder comprender el problema, pero el grupo vespertino recibe la función demanda construida, en cuanto el grupo nocturno debe construir.

Tabla 53. Frecuencia en porcentaje por acciones de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo vespertino

Frec. %	P-1		P-2		P-3			
	Y ³	Y ⁴	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
"1"	15	59	22	91	59	85	85	91
"2"	11	26	9	2	17	0	0	9
"3"	20	13	17	7	9	2	2	0
"4"	2	0	0	0	2	0	0	0
"5"	52	2	52	0	13	13	13	0

Tabla 54. Frecuencia en porcentaje por acciones de la prueba diagnóstico del semestre 2007.1 del grupo nocturno

Frec. %	P-1		P-2			P-3			
	Y ²	Y ³	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
"1"	13	93	57	59	96	76	89	93	94
"2"	7	4	7	6	4	11	6	2	6
"3"	15	4	11	11	0	6	4	4	0
"4"	7	0	2	2	0	6	0	0	0
"5"	57	0	22	22	0	2	2	2	0

Los resultados de la media en el grupo nocturno, en la ejecución de la segunda y tercera acciones, fueron muy parecidas, con 2,24 y 2,22 puntos respectivamente. El grupo vespertino obtuvo mejor resultado en la ejecución de la tercera acción, con 3,89 puntos, sin embargo, la interpretación fue casi igual, con resultados bajos en ambos grupos.

Como muestran las estadísticas, los resultados en la última pregunta fueron desastrosos en las cuatro acciones, en la interpretación, ningún alumno obtuvo calificaciones superiores a dos puntos.

Era de esperar que si el sistema de acciones aparece con bajos resultados, entonces el aprendizaje en la resolución del problema tres también obtendría resultados bajos (Ver figuras 48 y 49).

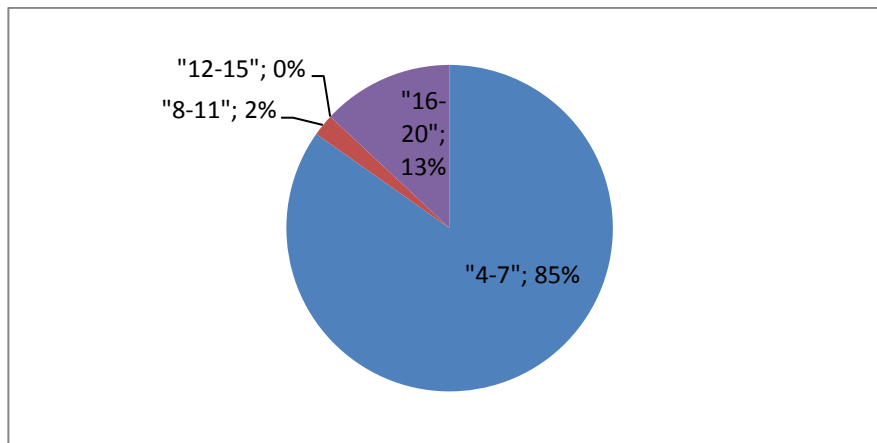


Figura 48. Aprendizaje de la pregunta tres de la prueba diagnóstica del semestre 2007.1 del grupo vespertino.

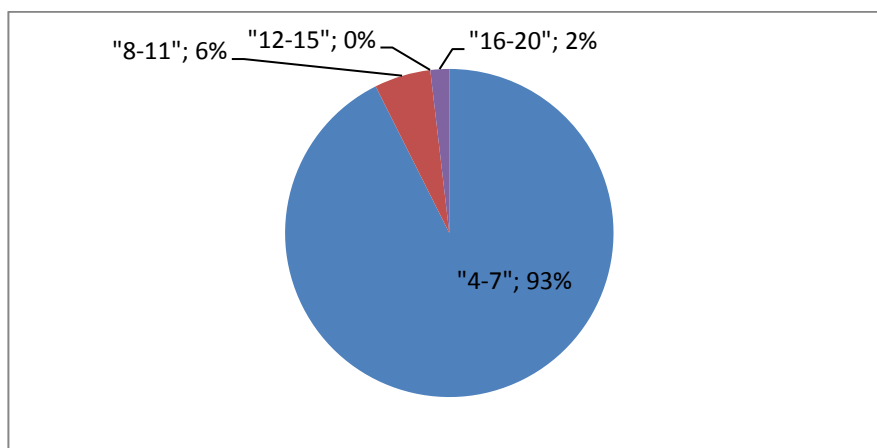


Figura 49. Aprendizaje de la pregunta tres de la prueba diagnóstica del semestre 2007.1 del grupo nocturno

La prueba diagnóstica aplicada en el semestre 2007.2 está relacionada con el tema sistema de ecuaciones lineales. En la pregunta uno los alumnos debían resolver un sistema de tres ecuaciones lineales, con tres incógnitas de única solución. Tomando como referencia la tabla 55, la media, mediana y moda, se puede ultimar que los alumnos no saben resolver sistemas de ecuaciones lineales, datos que pueden ser comprobados en la tabla 56. Sin embargo, existe un 18% que respondió de manera correcta la pregunta. El 29% de los alumnos que obtuvieron resultado de cuatro o cinco puntos, todos resolvieron el sistema por el método de eliminación, a excepción de uno de ellos que aplicó el método de Cramer.

Las preguntas dos y tres tienen en común que los alumnos deben ejecutar las cuatro acciones para posteriormente medir el aprendizaje y tienen como diferencias, el hecho

de ser problemáticas distintas. La pregunta tres tiene un conjunto de incisos induciendo las acciones, lo que no aparece en la pregunta dos. Se observa en la estadísticas que los resultados son bajos en este aprendizaje, tanto en las acciones, como en el problema como un todo, demostrando que la pregunta tres, donde los inciso inducían las acciones, no se evidenció mejoras en el resultado.

Tabla 55. Medida de tendencia central de la prueba diagnóstico del semestre 2007.2

Medidas	P-1	P-2					P-3					P-4
	Y ³	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ⁴
Media	2,18	2,09	1,84	1,76	1,35	7,04	2,15	1,55	1,73	1,24	6,65	1,29
Mediana	1	1	1	1	1	4	2	1	1	1	5	1
Moda	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	1
Máximo	5	5	5	5	4	19	5	5	5	3	18	4
Mínimo	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4	1
Rango	4	4	4	4	3	15	4	4	4	2	14	3
D. Estándar	1,62	1,63	1,55	1,55	0,81	5,33	1,35	1,19	1,54	0,63	4,379	0,75
Varianza	2,62	2,66	2,39	2,40	0,66	28,40	1,83	1,41	2,38	0,40	19,17	0,57
C. Alfa Cronbach		0,95					0,91					

En las figuras 50 y 51 se puede observar el aprendizaje dividido en cuatro grupos respectivamente, en cuanto a las preguntas tres y cuatro. El resultado que predomina en ambos casos es la puntuación de cuatro a siete; los alumnos que están en la puntuación mencionada no ejecutaron de forma general las acciones, construir el modelo matemático, por consiguiente, no pudieron realizar las acciones, solucionar el modelo matemático e interpretar la solución.

Tabla 56. Frecuencia en porcentaje por acciones de la prueba diagnóstico del semestre 2007.2

Frec. %	P-1	P-2					P-3				P-4
	Y ³	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ⁴	
"1"	58	62	75	80	84	49	80	82	87	85	
"2"	13	13	4	0	2	15	2	0	2	4	
"3"	0	2	4	2	11	18	9	0	11	7	
"4"	11	2	0	0	4	9	2	0	0	4	
"5"	18	22	18	18	0	9	7	18	0	0	

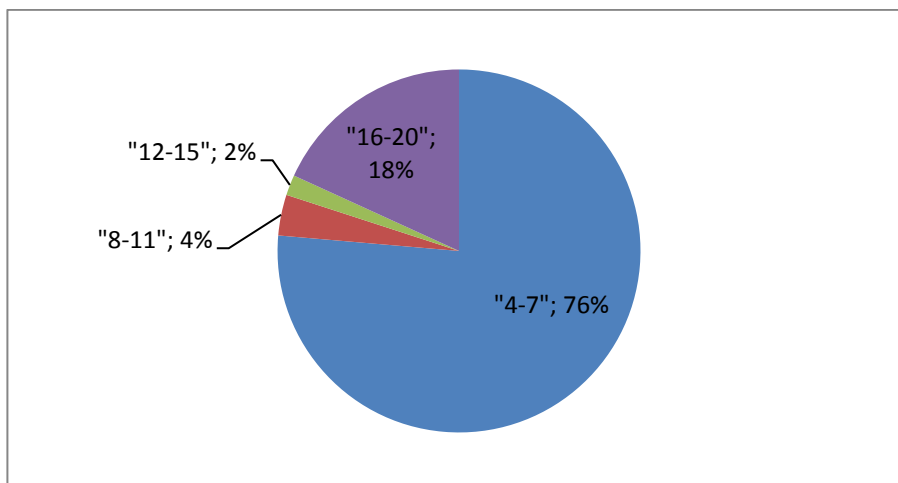


Figura 50. Aprendizaje de la pregunta dos en la prueba diagnóstico del semestre 2007.2

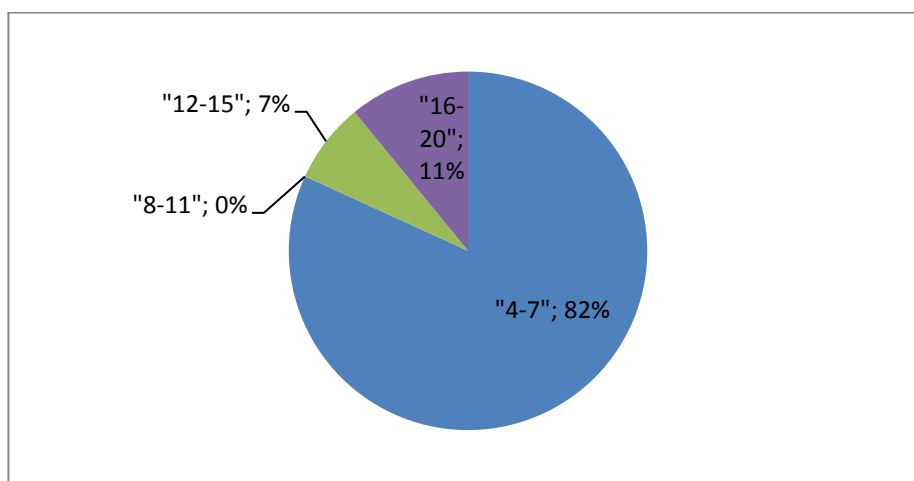


Figura 51. Aprendizaje de la pregunta tres en la prueba diagnóstico del semestre 2007.2

A continuación se presenta un ejemplo de la pregunta dos de forma textual, donde de un alumno obtiene calificaciones entre "16-20".

Pedro 60 monedas } = 14,50
en valores 0,50; 0,25; 0,10

Monedas de 0,10 = 2 x las de 0,50
 0,50 x 10 = 5,00
 0,10 x 20 = 2,00
 0,25 x 30 = 7,50

Pedro tiene
 5,00 → 10 monedas de 0,50 centavos
 + 2,00 → 20 monedas de 0,10 centavos
 + 7,50 → 30 monedas de 0,25 centavos

14,50
 Pedro tiene en monedas de 0,25 centavos 7,50 reales

Analizando el ejemplo anterior se puede observar que el alumno consigue solucionar el problema sin construir de forma explícita el sistema de ecuaciones lineales. Por consiguiente, dicho alumno comprendió el problema, pero la estrategia utilizada es muy débil cuando se tiene que enfrentar a problemas que manipulan un número grande de condiciones e incógnitas.

Se puede concluir que los alumnos con los mejores resultados no tienen formado un algoritmo o una estrategia para resolver los problemas. Es así como la enseñanza precedente no posibilitó un aprendizaje sólido y en el mejor de los casos, se empleó el método de prueba y error.

ANEXO 2. RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA DE SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DERIVE.

Los problemas que se plantean bajo estas condiciones son del tipo de situaciones problema y se caracterizan por la presencia de un modelo matemático reducido a un sistema de tres ecuaciones, con cuatro incógnitas y con infinitas soluciones. Este tipo problema se proyecta para ser resuelto en la etapa de formación del lenguaje interno para sí.

Ejemplo de este tipo de problema: Una empresa de transporte escolar desea comprar una flota de ómnibus con un presupuesto de diez millones de reales. Cada ómnibus del tipo I tiene capacidad para transportar 15 pasajeros y un costo de R\$ 120000,00; los ómnibus del tipo II tienen capacidad para 30 pasajeros y un costo de R\$ 200000,00 y los ómnibus del tipo III transportan 40 pasajeros con un costo de R\$ 280000,00. De acuerdo con investigaciones previas se sugiere que la cantidad de ómnibus del tipo I debe ser igual a la suma de la cantidad de los ómnibus del tipo II y III.

a) Determine la cantidad de ómnibus de cada tipo y con la capacidad máxima total de pasajeros a ser transportados por la flota.

b) La empresa, después de seis meses, desea duplicar la capacidad de pasajeros con relación a la capacidad alcanzada con la compra anterior. ¿Cuántos ómnibus deben comprarse de cada tipo y cuál sería el costo total de la inversión?

c) Realice un reporte comparando las dos compras en cuanto a cantidad de ómnibus, capacidad de transportar pasajeros y costos.

Al alumno se le presenta el problema para que trabaje en su solución, aplicando como guía la BOA del tipo tres y a través del sistema de invariantes de las acciones en la actividad de situaciones problema en Matemática. En la primera acción comprender el problema, el alumno debe primeramente leerlo y extraer los elementos para él desconocidos, emprendiendo a continuación un análisis minucioso hasta que sean esclarecidos y comprendidos todos los detalles. Posteriormente debe determinar los datos, las condiciones y los objetivos del problema.

Los datos del problema son resumidos en la siguiente tabla

	Ómnibus del tipo uno	Ómnibus del tipo dos	Ómnibus del tipo tres	Total
Cantidad de pasajeros por ómnibus	15	30	40	-
Precios por ómnibus en R\$	120000	200000	180000	10000000
Relación entre la cantidad de ómnibus	La cantidad de ómnibus del tipo uno es igual a la suma de la cantidad de ómnibus del tipo dos y tres.			

Las condiciones del problema son:

Primera condición: El ómnibus de tipo uno transporta 15 pasajeros, el ómnibus de tipo dos transporta 30 pasajeros y de tipo tres transporta 40 pasajeros.

Segunda condición: Se dispone de 10 millones de reales para comprar la flota de ómnibus escolares. El precio del ómnibus de tipo uno es de R\$ 120000, el de tipo dos es de R\$ 200000 y el de tipo tres de R\$ 180000.

Tercera condición: La cantidad de ómnibus del tipo dos y tres juntos, debe ser igual a la cantidad de ómnibus del tipo uno.

Los objetivos del problema son: i) determinar la cantidad de ómnibus que se debe comprar de cada tipo; ii) calcular la capacidad total de pasajeros a ser transportados; iii) determinar qué cantidad de dinero es necesario para duplicar la capacidad máxima de pasajeros; iv) hallar la cantidad de ómnibus a comprar de cada tipo para la nueva flota escolar y v), realizar un reporte considerando cantidad de ómnibus, capacidad de transporte de pasajeros y costos.

En la segunda acción construir el sistema de ecuaciones lineales, el alumno debe realizar las siguientes operaciones: determinar y nominar las variables e incógnitas y construir el sistema de ecuaciones lineales considerando, en ambos casos, el análisis de las unidades de medidas de las variables y ecuaciones.

La nominación de las variables con sus unidades de medidas se expresan de la siguiente manera: x, cantidad de ómnibus del tipo I, denotado por x und; y, cantidad de ómnibus del tipo II; denotado por y und; z, cantidad de ómnibus del tipo III, denotado

por z und y p , cantidad total de pasajeros a transportar por la flota de ómnibus, denotado por p pas.

El dominio de definición de las variables x , y , z y p es el conjunto de los números naturales, $\{x \in \eta\}$, $\{y \in \eta\}$, $\{z \in \eta\}$ y $\{p \in \eta\}$

El análisis de las ecuaciones con sus unidades de medidas se corresponde con:

$$15 \frac{\text{pas}}{\text{und}} x \text{ und} + 30 \frac{\text{pas}}{\text{und}} y \text{ und} + 40 \frac{\text{pas}}{\text{und}} z \text{ und} = p \text{ pas}$$

$$\frac{\text{R\$}}{\text{und}} 120000 x \text{ und} + \frac{\text{R\$}}{\text{und}} 200000 y \text{ und} + \frac{\text{R\$}}{\text{und}} 180000 z \text{ und} = \text{R\$} 10000000$$

$$x \text{ und} = y \text{ und} + z \text{ und}$$

El sistema de ecuaciones lineales a resolver es:

$$\begin{cases} 15x + 30y + 40z = p \\ 120000x + 200000y + 180000z = 10000000 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

El próximo paso es la ejecución de la tercera acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales, donde el alumno debe seleccionar el método de Gauss para la resolución del sistema, pero primeramente necesita verificar las condiciones de solubilidad de dicho sistema. En ambos casos, el alumno tiene el apoyo del programa Derive.

Para obtener la solubilidad del sistema se utiliza el criterio que compara el rango de la matriz ampliada y la matriz de los coeficientes, donde el comando utilizado para ello en el programa Derive es "Rank"

```

#1:  A := [ 15   30   40   1 ]
        [ 120000 200000 280000 0 ]
        [ 1   -1   -1   0 ]

#2:  AB := [ 15   30   40   1   0 ]
           [ 120000 200000 280000 0 10000000 ]
           [ 1   -1   -1   0   0 ]

#3:  RANK(A)

#4:                                     3

#5:  RANK(AB)

#6:                                     3

```

Como el rango de la matriz ampliada es igual a la matriz de los coeficientes, entonces el sistema tiene solución y el rango es menor que el número de incógnitas. Esto implica que el sistema de ecuaciones lineales tiene infinitas soluciones. La solución va a tener tres variables dependientes (y , z , p) y una independiente o libre (x).

$$R(A) = R(A | B) = 3 < 4 = N, N - R(A) = 4 - 3 = 1$$

Para resolver el sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss se utiliza el comando "Solve".

```

#7:  SOLVE([15*x + 30*y + 40*z = p, 120000*x + 200000*y + 280000*z =
        10000000, x - y - z = 0], [y, z, p])

#8:  [y = 5*(x - 25) ^ z = 125 - 4*x ^ p = 5*(x + 250)]

```

Se recuerda que todas las variables involucradas en el problema pertenecen al conjunto de los números naturales, por lo que se debe resolver el siguiente sistema de inecuaciones lineales para determinar el intervalo de la variable independiente x .

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ z \geq 0 \\ p \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 5(x - 25) \geq 0 \\ z = 125 - 4x \geq 0 \\ p = 5(x + 20) \geq 0 \end{cases}$$

#9: SOLVE([$x \geq 0$, $5 \cdot (x - 25) \geq 0$, $125 - 4 \cdot x \geq 0$, $5 \cdot (x + 250) \geq 0$], [x])

#10: [25 ≤ x ≤ 31.25]

El valor de $x \in [25;31,25]$, pero según las condiciones del problema la variable x significa la cantidad de unidades del ómnibus del tipo I, por tanto, $\{x \in \eta \mid x \geq 0\}$. A continuación se elabora una tabla variando en el valor de x en dicho intervalo, en una unidad para obtener los valores de las variables dependientes y , z , p . El comando utilizado en el Derive es el comando "Table"

#11: TABLE([$y = 5 \cdot (x - 25) \wedge z = 125 - 4 \cdot x \wedge p = 5 \cdot (x + 250)$], x, 25, 31,1)

#12:

25	y = 0	∧ z = 25	∧ p = 1375
26	y = 5	∧ z = 21	∧ p = 1380
27	y = 10	∧ z = 17	∧ p = 1385
28	y = 15	∧ z = 13	∧ p = 1390
29	y = 20	∧ z = 9	∧ p = 1395
30	y = 25	∧ z = 5	∧ p = 1400
31	y = 30	∧ z = 1	∧ p = 1405

A partir de los resultados anteriores se puede construir la siguiente tabla de soluciones del problema.

X und.	Y und.	Z und.	P pas.
25	0	25	1375
26	5	21	1380
27	10	17	1385
28	15	13	1390
29	20	9	1395
30	25	5	1400
31	30	1	1405

En la cuarta acción interpretar la solución, además de interpretarse las soluciones se dan las respuestas a los objetivos del problema, de ahí que se puedan inducir nuevas problemáticas no previstas.

De acuerdo con las condiciones del problema se llegó a siete conjuntos de soluciones. En la primera línea de la tabla se interpreta que es posible comprar 25 ómnibus del

tipo I y III, ninguno del tipo II y la capacidad total de transportación es de 1375 pasajeros y así sucesivamente se interpretan las demás líneas de la tabla.

Después de seis meses la empresa desea comprar ómnibus con el objetivo de duplicar la capacidad para transportar pasajeros, en correspondencia con la capacidad lograda con la compra anterior Para eso se debe construir un nuevo sistema de ecuaciones lineales, considerando el valor de $p=1405$. También se quiere saber cuál será el costo total, por lo que ese costo se convierte en una variable denotada por "c" medida en reales (R\$).

Para dar solución a la nueva problemática, hay que realizar todas las acciones nuevamente, o sea, el problema es reformulado dando origen a un nuevo problema.

$$\begin{cases} 15x + 30y + 40z = 2810 \\ 120000x + 200000y + 180000z = c \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

Repitiendo todo el procedimiento anterior se obtiene:

$$\#13: \text{SOLVE}([15 \cdot x + 30 \cdot y + 40 \cdot z = 2810, 120000 \cdot x + 200000 \cdot y + 180000 \cdot z = c, x - y - z = 0], [y, z, c])$$

$$\#14: \left[y = \frac{11 \cdot x - 562}{2} \wedge z = \frac{562 - 9 \cdot x}{2} \wedge c = 40000 \cdot (562 - x) \right]$$

$$\#15: \text{SOLVE} \left(\left[x \geq 0, \frac{11 \cdot x - 562}{2} \geq 0, \frac{562 - 9 \cdot x}{2} \geq 0, 40000 \cdot (562 - x) \geq 0 \right], [x] \right)$$

$$\#16: [51.09090909 \leq x \leq 62.44444444]$$

$$\#17: \text{TABLE} \left[\left[\begin{array}{c} 11 \cdot x - 562 \\ 562 - 9 \cdot x \end{array} \right] \wedge z = \frac{562 - 9 \cdot x}{2} \wedge c = 40000 \cdot (562 - x) \right], x, \\ \left(\left[\begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array} \right] \right. \\ \left. 52, 62, 1 \right)$$

#18:

52	$y = 5$	$z = 47$	$c = 2.04 \cdot 10^7$
53	$y = 10.5$	$z = 42.5$	$c = 2.036 \cdot 10^7$
54	$y = 16$	$z = 38$	$c = 2.032 \cdot 10^7$
55	$y = 21.5$	$z = 33.5$	$c = 2.028 \cdot 10^7$
56	$y = 27$	$z = 29$	$c = 2.024 \cdot 10^7$
57	$y = 32.5$	$z = 24.5$	$c = 2.02 \cdot 10^7$
58	$y = 38$	$z = 20$	$c = 2.016 \cdot 10^7$
59	$y = 43.5$	$z = 15.5$	$c = 2.012 \cdot 10^7$
60	$y = 49$	$z = 11$	$c = 2.008 \cdot 10^7$
61	$y = 54.5$	$z = 6.5$	$c = 2.004 \cdot 10^7$
62	$y = 60$	$z = 2$	$c = 2 \cdot 10^7$

El resultado es resumido en la siguiente tabla

x und	y und	Z und	R\$ c
52	5	47	20400000
54	16	38	20320000
56	27	29	20240000
58	38	20	20160000
60	49	11	20080000
62	60	2	20000000

En la primera línea de la tabla se interpreta la existencia de 52 unidades de ómnibus del tipo I, 5 unidades del tipo II y 47 unidades de ómnibus del tipo III y el costo total de

toda la flota es de R\$ 20400000; así sucesivamente se interpretan los otros conjuntos de soluciones del problema.

El próximo paso es dar respuesta al aumento de la flota de ómnibus escolares con el doble de la capacidad máxima inicial de transportación de pasajeros. Hay que aumentar la flota a partir de los ómnibus que fueron comprados, por tal motivo, solamente podrán ser consideradas soluciones, el conjunto de respuestas que supere simultáneamente los 31 ómnibus del tipo I, los 30 ómnibus del tipo II y el único ómnibus del tipo III. El conjunto de soluciones posibles es:

x und	y und	Z und	R\$ c
58	38	20	20160000
60	49	11	20080000
62	60	2	20000000

Después de seis meses la empresa, para transportar 2810 pasajeros, con el menor costo posible, necesita comprar 31 ómnibus del tipo I, 30 ómnibus del tipo II y 2 ómnibus del tipo III, con un costo de 10 millones de reales. Entonces la empresa tendrá una flota de 124 ómnibus, divididos en 62 ómnibus del tipo I, 60 ómnibus del tipo II y 2 ómnibus del tipo III, con un costo 20 millones de reales.

Considerando tener un equilibrio entre la cantidad de tipos de ómnibus, es necesario comprar 27 ómnibus del tipo I, 8 ómnibus del tipo II y 19 ómnibus del tipo III, con un costo de R\$ 10160000. La flota de ómnibus quedará integrada por 116 ómnibus, con 58 ómnibus del tipo I, 38 ómnibus del tipo II y 20 ómnibus del tipo III, con un costo total de R\$ 20160000.

ANEXO 3. CUESTIONARIO

- 1) Mi objetivo principal en la asignatura Álgebra Lineal es:
 - () Aprender los conceptos principales con aplicación en la resolución de problema.
 - () Aprobar la disciplina porque es pre-requisito de otra asignatura.
 - () Otro. Especificar: _____
- 2) Al comenzar a resolver un problema me pregunto:
 - () ¿Puedo hacerlo?
 - () ¿Cómo puedo hacerlo?
 - () Otro. Especificar: _____
- 3) Cuando realizo un problema lo que más me interesa es:
 - () Los pasos intermedios para alcanzar el resultado final
 - () El resultado final.
 - () Otro. Especificar: _____
- 4) Los errores los encaro como:
 - () Un fracaso, un aspecto negativo.
 - () Algo natural que puede ser aprovechado para aprender.
 - () Otro. Especificar: _____
- 5) Los resultados de los problemas los encaro como:
 - () Amenaza, peligro permanente para mi evaluación.
 - () Desafío
 - () Otro. Especificar: _____
- 6) Mi intención preferida ante los problemas es:
 - () Que se resuelvan con facilidad.
 - () Que ellos posibiliten la forma de aprender.
 - () Otro. Especificar: _____
- 7) Los cumplimientos de mis tareas en la disciplina son:
 - () Flexibles.
 - () Normas rigurosas.
 - () Otro. Especificar: _____
- 8) Cuando logro alcanzar mi meta lo hago pensando en:
 - () El incremento del propio saber.
 - () El reconocimiento del profesor y de mis compañeros de clase.
 - () Otro. Especificar: _____

9) Ante un nuevo desafío pienso:

() En el sentido de mi competencia y si no la tengo desisto en el empeño.

() Estoy dispuesto a realizar el esfuerzo necesario para alcanzar la meta.

() Otro. Especificar: _____

10) Mi percepción del profesor es:

() Juez sancionador con poder.

() Orientador, quien ayuda y asesora.

() Otro. Especificar: _____

11) Mi meta principal con la asignatura Álgebra Lineal es:

() Aprobar la disciplina, ya que es un requisito para ser Licenciado en Sistema de Información.

() Resolver problemas en contextos semejantes de la vida real.

() Otro. Especificar: _____

ANEXO 4. ENTREVISTA DEL PROFESOR.

Fecha: __/__/____: Hora: _____. Fase: _____.

Lugar: _____

Entrevistador (a): _____

Entrevistado (a): _____

Como profesor del curso Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad Actual de la Amazonia queremos agradecerle su aportación que puede realizar a esta investigación sobre la teoría de la actividad de situaciones problema.

Protocolo de la entrevista

- 1) ¿Cuál es el objetivo de enseñanza de la asignatura Álgebra Lineal del curso de Licenciatura en Sistemas de Información? (D¹)
- 2) ¿Expone usted explícitamente a sus alumnos el objetivo de enseñanza de la asignatura? (D¹)
- 3) ¿Verifica si los alumnos conocen el objetivo de enseñanza? ¿Cuál es el nivel de conocimientos de ellos? (D¹)
- 4) ¿Determina usted el nivel de conocimientos de los alumnos en la resolución de sistema de ecuaciones lineales? ¿Cómo cataloga los resultados que ha obtenido en este sentido? (D²)
- 5) ¿Halla usted el nivel de formación del sistema de acciones de los alumnos en la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales? ¿Cómo considera el nivel de formación del sistema de acciones? (D²)
- 6) ¿Planificó la ASP de sistema de ecuaciones lineales en las etapas o fases? (D³).
- 7) ¿En su planificación se consideró la etapa de formación de las acciones mentales que corresponde? ¿Cómo? (D³).
- 8) ¿A través de qué método (s) garantiza la etapa o fase? (D³).
- 9) ¿Las características de las acciones realizadas por los alumnos se corresponde con la etapa o fase? (D⁴) De no corresponder, ¿qué se está haciendo para corregirlos? (D⁵).
- 10) ¿Los alumnos realizan correctamente las acciones de la ASP del sistema de ecuaciones lineales? (D⁴). De no realizarse, ¿cuál es la razón? ¿qué se está haciendo para corregirlo? (D⁵).

11) ¿Cómo está el cumplimiento del objetivo de enseñanza? (D⁴) De no cumplirse ¿qué se hará o se está haciendo para lograr dicho cumplimiento? (D⁵).

12) ¿Se han realizado reuniones con los alumnos para conocer los criterios y opiniones sobre el proceso de estudio? De haberse realizado ¿qué aspectos de interés fueron discutidos? (D⁵).

Observaciones

ANEXO 5. FASE I

Este anexo está dividido en dos epígrafes, uno para instrumentos y otros para resultados. En el epígrafe instrumentos se tiene la prueba escrita aplicada en ambos semestre con el objetivo de conocer el nivel de partida de los alumnos en la actividad de situaciones problema. También se encuentra un resumen de los resultados, sin embargo detalles están en el capítulo de resultados.

5.1 Instrumentos uno de los semestres 2008.1 y 2008.2

El instrumento principal aplicado en esta fase tiene como objetivo conocer el nivel de partida de los alumnos en la formación del sistema de acciones en la resolución de problemas. Se aplicó prácticamente la misma prueba en ambos semestres, pero con algunas modificaciones en el segundo semestre, dada la intención de buscar más informaciones.

Este instrumento fue aplicado al inicio de cada semestre del año 2008, pero su aplicación del segundo semestre tuvo las siguientes modificaciones: en la pregunta dos de los incisos b) y c) y en la pregunta tres el inciso c), este último vinculado al modelo matemático que representa el problema, a lo cual se le agregó fundamenta tu respuesta.

Pregunta 1.

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

Pregunta 2.

Una empresa desea fabricar unidades de dos tipos de productos, utilizando una misma línea de producción en una jornada de 8 horas. El producto 1 necesita por cada

unidad fabricada 20 minutos y el producto 2 necesita 30 minutos. El precio de venta de cada unidad del producto 1 es de R\$ 10 y del producto 2 es de R\$ 20. El total de las unidades fabricadas en una jornada de trabajo de los producto 1 y 2 es de R\$ 300.

La variable “x” representa las unidades del producto 1 y la variable “y” representa las unidades del producto 2. Una jornada de 8 horas es equivalente a 480 minutos. El modelo matemático que representa el problema es:

$$\begin{cases} 20x + 30y = 480 \\ 10x + 20y = 300 \end{cases}$$

La solución del sistema de ecuaciones lineales es $x = 6$ e $y = 12$.

- ¿Cuántas unidades se debe fabricar del producto 1 y del producto 2?
- ¿Qué significa la ecuación “ $20x + 30y = 480$ ”? Fundamenta tu respuesta.
- ¿Qué significan los elementos “ $10x$ ” e “ $30y$ ”? Fundamenta tu respuesta.
- ¿Qué tiempo se consume en la fabricación de cada producto en la jornada de 8 horas?
- ¿Qué dinero en reales se recauda de las ventas de cada producto de producción en una jornada de 8 horas?

Pregunta 3.

Un agricultor desea saber la cantidad de hectáreas que se deben plantar de maíz y frijoles, si posee 20 hectáreas de tierra y R\$ 1400 de recursos financieros para gastar. Por cada hectárea cultivada de maíz se gasta R\$ 100 y por cada hectárea de frijoles R\$ 50.

Observación: Una hectárea es una unidad de medida agraria equivalente a 10000 metros cuadrados.

Determine:

- Los datos del problema.
- El objetivo del problema.
- El modelo matemático que representa el problema. Fundamenta tu respuesta.
- La solución del modelo matemático.
- ¿Qué cantidad de dinero se gasta en la plantación solamente del maíz?

Pregunta 4

Pedro tiene 60 monedas en valores de 50, 25 y 10 centavos, lo que suma un total de R\$ 14,50 reales. Se sabe que las monedas de 10 centavos representan el doble de las de 50 centavos. ¿Cuántas monedas tiene Pedro de cada valor? ¿Cuál es el valor en reales de las monedas de 50, 25 y 10 centavos?

A continuación se presenta una descripción de las preguntas en relación con el sistema de acciones. En la pregunta uno se pide resolver un sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones con tres incógnitas. Esta pregunta está relacionada con la acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales.

La pregunta dos es un problema que está representado por dos ecuaciones: una sobre tiempo de producción y la otra sobre venta, sus variables representan unidades de un producto. Además hay informaciones que están relacionadas con la primera acción comprender el problema, con la segunda acción construir el sistema de ecuaciones lineales y con la tercera acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales. Los incisos a), b) y c) tienen el objetivo de medir el nivel en la cuarta acción, “interpretar la solución del sistema de ecuaciones lineales”.

La pregunta tres es un problema que está relacionado con la agricultura. El sistema está formado por dos ecuaciones y dos incógnitas. Las ecuaciones representan la cantidad hectáreas y los recursos financieros en los cultivos de maíz y frijoles.

En esta pregunta el alumno debe realizar las cuatro acciones. Los incisos a) y b) están relacionados con la primera acción “comprender el problema”, el inciso c) con la acción “construir el sistema de ecuaciones lineales”, el inciso d) con la acción “solucionar el sistema de ecuaciones lineales” y inciso e) con la acción “interpretar la solución”. Se puede observar que los cinco incisos inducen a las cuatro acciones.

La cuarta pregunta está relacionada con un problema cotidiano sobre monedas, donde el alumno no necesita de ningún conocimiento previo. Al igual que en el problema tres, el alumno debe utilizar las cuatro acciones, pero con la diferencia que en ningún momento se induce a través de preguntas el sistema de acciones.

5.2 Resultados de los semestres 2008.1 y 2008.2

Se reitera que el investigador, aunque impartió clases en el grupo de control, fungió como observador en el grupo experimental y en la investigación del estudio de caso.

Se realizaron encuentros en ambos semestre que precedieron el inicio de las clases, a fin de organizar el curso en cuanto al trabajo a realizar con la asignatura. Se discutió el sistema de invariantes de las cuatro acciones como una estrategia en la resolución de problemas de Matemática. Se llevó a cabo una reafirmación entre los profesores de las teorías de formación de las acciones mentales, sobre la dirección del proceso de estudio y sobre el programa de SCA Derive, así como las herramientas que estarían soportando el sistema de acciones, cuyo fundamento es la estrategia de resolución de problemas de Polya.

La BOA de tipo tres se empleó en el grupo experimental y en el estudio de caso en los semestres 2008.1 y 2008.2, centrándose el trabajo en la enseñanza sobre la resolución de problemas. El grupo de control del semestre 2008.1 utilizó la BOA del tipo cuatro y la resolución de problema se presentó como una aplicación del contenido al finalizar cada tema.

Se analizó y argumentó la resolución de sistemas de ecuaciones lineales como el modelo matemático rector de la asignatura y a partir de los ASP en Matemática, se organizó la ASP del sistema de ecuaciones lineales, trabajándose además en la organización logística que posibilitaba el éxito, particularmente en lo referente a horarios y laboratorios de informática con sus programas.

Junto con la coordinación del curso del sistemas de información, los profesores de los grupos discutieron los objetivos de la asignatura y las posiciones a adoptar en cuanto a la enseñanza de la actividad de situaciones problema de sistema de ecuaciones lineales y se crearon las condiciones para medir el nivel de formación del sistema de acciones y el aprendizaje en la resolución de problemas.

La resolución del sistema de ecuaciones lineales debía ser un tema en el cual los alumnos mostraran habilidades, aunque las pruebas de diagnóstico aplicadas en los grupos comprobó todo lo contrario, poniendo en evidencia que sólo unos pocos

escolares conseguían resolver un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas, aunque durante la etapa de aplicación de la prueba, los alumnos mostraron interés por resolver los problemas.

El nivel de formación del sistema de acciones y el aprendizaje en la ASP en el sistema de ecuaciones lineales, es bajo en todos los grupos. Los pocos alumnos que consiguieron resolver los problemas utilizaban el método de ensayo y error, resultado que pudo ser comprobado en las primeras clases del semestre. Otros alumnos que después de intentar responder, por más de una hora, entregaban la prueba en blanco.

A partir de los resultados de la prueba diagnóstica se creó el grupo experimental y el grupo de control, así como la propia estrategia sobre los tipos de problemas con los que debía comenzar la ASP en el sistema de ecuaciones lineales.

ANEXO 6. FASE II

La fase dos está relacionada con la etapa de formación de la base orientadora del sistema de acciones y con la etapa material o materializada. A continuación se presenta el instrumento que mide el aprendizaje en la resolución de problemas y posteriormente se analizan los resultados obtenidos luego de su aplicación. Es válido advertir, a manera de aclaración, que los instrumentos cualitativos de las variables E, D, P y M aparecen en el capítulo III “Diseño y Metodología de la investigación”, sin embargo, los resultados se encuentran en este anexo.

6.1 Instrumento dos

Se seguirá la metodología adoptada en los anexos anteriores, primeramente las preguntas son expuestas y después son comentadas.

6.1.1 Semestre 2008.1

A continuación se muestran las cuatro preguntas del instrumento dos correspondiente a la etapa material o materializada.

Pregunta 1.

Una fábrica produce 100 unidades de cuatro tipos diferentes de productos, donde cada uno de ellos requiere de tres materias primas de tipo A, B, C. En la tabla se muestra el consumo de cada materia prima en kilogramos por unidad de cada producto y el total en kilogramos por cada materia prima utilizada en los cuatro productos.

Tabla del consumo de materia prima por producto.					
	Producto 1	Producto 2	Producto 3	Producto 4	Total
Materia Prima del tipo A	2 kg/u	1 kg/u	1 kg/u	4 kg/u	170 kg
Materia Prima del tipo B	3 kg/u	2 kg/u	3 kg/u	2 kg/u	3250 kg
Materia Prima del tipo C	1 kg/u	3 kg/u	4 kg/u	1 kg/u	280 kg

Leyenda: kg, kilogramo y kg/u, cantidad de materia prima en kilogramos por cada unidad.

Las variables son las siguientes: “x” significa cantidad de unidades del producto 1, “y” cantidad de unidades del producto 2, “z” cantidad de unidades del producto 3 y “w” cantidad de unidades del producto 4.

El siguiente sistema de ecuaciones lineales representa el modelo matemático del problema:

$$\begin{cases} x + y + z + w = 100 \\ 2x + y + z + 4w = 170 \\ 3x + 2y + 3z + 2w = 250 \\ x + 3y + 4z + w = 280 \end{cases}$$

- Determine la cantidad de unidades producidas de cada producto.
- ¿Qué producto tuvo el mayor consumo de materia prima del tipo A? Fundamenta tu respuesta.
- ¿Cuántos kilogramos se consumen para la fabricación del producto 3 considerando las tres materias primas? Fundamenta tu respuesta.
- Explique el significado de la ecuación $3x + 2y + 3z + 2w = 250$ y de cada uno de sus elementos.

Pregunta 2

Una mezcla de tres productos contiene por cada kilogramo 14 gramos de vitamina A, con un costo total de R\$ 1,54. Si el producto 1 por cada kilogramo contiene 20 gramos de vitamina A, con un costo de R\$ 1,00; el producto 2 por cada kilogramo contiene 10 gramos de vitamina A con un costo de R\$ 1,50 y el producto 3 por cada kilogramo contiene 15 gramos con un costo de R\$ 2,00.

La variable “x” representa la cantidad de kilogramos en la mezcla del producto 1, variable “y” representa la cantidad de kilogramos en la mezcla del producto 2 y la variable “z” representa la cantidad de kilogramos en la mezcla del producto 3.

El siguiente sistema de ecuaciones lineales representa el modelo matemático del problema.

La solución del sistema de ecuaciones lineales es $x = 0,240$, $y = 0,440$ y $z = 0,320$

- a) Determine la cantidad de gramos de cada producto en la mezcla de un kilogramo.
- b) Halle el costo en reales de cada producto en la mezcla. Fundamenta tu respuesta
- c) ¿Cuánto aportó el producto 2 en vitamina A para la mezcla?

Pregunta 3

En un área de 9 hectáreas se produce tomate, cebolla y lechuga. Por cada hectárea de tomate se logran 5 toneladas con un gasto R\$ 1.500,00; de cebolla se producen 7 toneladas y el gasto es de R\$ 1.200,00 y de lechuga se producen 2 toneladas, con un gasto de R\$ 1.000,00 Determine la cantidad de hectáreas plantadas de cada cultivo cuando se gastó R\$ 10.600,00, con una producción de 39 toneladas. Determine cuál cultivo tuvo el mayor gasto.

Problema 4

Ana tiene un programa de ejercicios para quemar calorías por días, haciendo tres tipos de ejercicios: caminar, correr y jugar tenis. El lunes ella camina 30 minutos, corre 24 minutos y juega tenis durante 1 hora; el miércoles camina 1 hora y juega tenis 2 horas y el viernes camina 24 minutos, corre 30 minutos y juega tenis durante 1 hora. Ana gastó el lunes 260 calorías, el miércoles 800 calorías y el viernes 580 calorías. ¿Cuántas calorías por horas quema Ana por cada ejercicio?

Determine:

- a) Los datos del problema.

- b) El objetivo del problema.
- c) Las variables que representan el problema.
- d) El modelo matemático que representa el problema. Fundamenta tu respuesta.
- e) La solución del modelo matemático.
- f) ¿Cuántas calorías quema Ana en la semana por correr? Fundamenta tu respuesta.

La pregunta uno es un problema relacionado con la producción de unidades de cuatro productos y en la cual se utilizan cuatro materias primas diferentes. En el problema se dan informaciones, datos y se construye el sistema de ecuaciones lineales, o sea, se ofrecen las informaciones referentes a la primera y segunda acción.

En el inciso a) el alumno debe resolver el sistema de ecuaciones lineales con el apoyo del programa Derive (Y^3) y después hay que interpretar el resultado asociado a cada variable (Y^4). Una característica a destacar en todo el instrumento, es que los sistemas de ecuaciones lineales tienen solución única y siempre pueden utilizar el programa Derive para realizar la tercera acción.

A través de los inciso b) y c) se quiere analizar el nivel de interpretación que se logra hacer sobre el problema (Y^4), y con el inciso d) se determina si el alumno conoce el significado de la ecuación $3x + 2y + 3z + 2w = 250$, siendo un indicador sobre la comprensión del problema.

En el problema dos se trabaja con una mezcla de productos, caracterizándose por sus informaciones sobre las tres primeras acciones, aunque solamente se pretende medir la cuarta acción. Con el inciso a), b) y c) el alumno debe interpretar la solución y dar una respuesta al problema. En el inciso b) se exige una explicación de la respuesta.

Las preguntas tres y cuatro tienen la característica de pedir a los alumnos que trabajen sobre las cuatro acciones, siendo su objetivo principal conocer el aprendizaje en la resolución de los problemas. Entre las dos preguntas existen dos diferencias notables: en la pregunta tres el problema trata sobre agricultura y no se inducen las acciones, mientras que en la pregunta cuatro, el problema trata sobre ejercicios físicos para quemar calorías en una persona, incitándose mediante incisos a seguir la lógica del sistema de acciones.

6.1.2 Semestre 2008.2

El instrumento aplicado en este semestre tiene características muy parecidas en cuanto a las acciones que son medidas en el semestre anterior.

Problema 1

Una mezcla compuesta de 5 productos contiene por cada kilogramo 138 gramos de carbohidratos; 35,25 gramos de vitamina A; 31 gramos de vitamina C y 25,50 gramos de proteínas. Los productos que forman la mezcla tienen la siguiente composición: el producto 1 contiene por cada kilogramo 200 gramos de carbohidratos, 30 gramos de vitamina A, 10 gramos de vitamina C y 40 gramos de proteínas; el producto 2 contiene 100 gramos de carbohidratos, 25 gramos de vitamina A, 20 gramos de vitamina C y no tiene proteínas; el producto 3 contiene 250 gramos de carbohidratos, 20 gramos de vitamina A, 30 gramos de vitamina C y 60 gramos de proteínas; el producto 4 contiene 80 gramos de carbohidratos, 40 gramos de vitamina A, 35 de vitamina C y 15 de proteínas y el producto 5 contiene 120 gramos de carbohidratos, 50 gramos de vitamina A, 60 gramos de vitamina C y 25 de proteínas.

Las variables del problema son: "x" representa la cantidad de kilogramos del producto 1, "y" representa la cantidad de kilogramos del producto 2, "z" representa la cantidad de kilogramos del producto 3, "v" representa la cantidad de kilogramos del producto 4 y "w" representa la cantidad de kilogramos del producto 5.

El modelo matemático del problema está representado por el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z + v + w = 1 \\ 200x + 100y + 250z + 80v + 120w = 138 \\ 30x + 25y + 20z + 40v + 50w = 35,25 \\ 10x + 20y + 30z + 35v + 60w = 31 \\ 40x + 60z + 15v + 25w = 25,5 \end{cases}$$

Determine:

- a) La cantidad en gramos que se debe usar de cada producto para hacer la mezcla.
 b) La cantidad en gramos de carbohidratos, vitamina A, vitamina C y proteínas de cada producto.

Problema 2.

Una hacienda desea plantar tres cultivos en 30 hectáreas, se estima que el costo total es de R\$ 210000 y se pretende que la receta total sea de R\$ 325000. Se desea saber cuántas hectáreas se deben plantar de cada cultivo y cuál será la producción total en toneladas. Otras informaciones se encuentran en la tabla:

Condiciones sobre la producción, receta y costo				
	Cultivo 1	Cultivo 2	Cultivo 3	Total
Producción (ton)	5 ton/h _a	15 ton/h _a	10 ton/h _a	P ton.
Receta (R\$)	R\$/h _a 15000	R\$/h _a 10000	R\$/h _a 5000	R\$ 325000
Costo (R\$)	R\$/h _a 7500	R\$/h _a 8000	R\$/h _a 3000	R\$ 210000

Leyenda: “ton” toneladas, “R\$” dinero en reales, “ton/h_a”: toneladas por cada hectáreas; “P ton”: producción total en toneladas; “R\$/h_a”: receta o gastos por cada hectárea.

Las variables del problema son: “x” representa la cantidad de hectáreas del cultivo 1, “y” representa la cantidad de hectáreas del cultivo 2 y “z” representa la cantidad de hectáreas del cultivo 3

El modelo matemático del problema está representado por el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 30 \\ 5x + 15y + 10z = P \\ 15000x + 10000y + 5000z = 325000 \\ 7500x + 8000y + 3000z = 210000 \end{cases}$$

La solución del sistema de ecuaciones lineal es $x=10$, $y=15$, $z=5$ y $P=325$.

Responda:

a) ¿Qué significa la ecuación “ $7500x+8000y+3000z=210000$ ”? Fundamenta su respuesta

b) ¿Qué significa el elemento “15y” del sistema de ecuaciones lineales?

c) Realice un informe que incluya informaciones sobre los tres cultivos, utilizando los siguientes criterios: cantidad de hectáreas a ser plantada, producción en toneladas (incluir producción total), receta y costo.

Problema 3

Una fábrica produce 125 unidades de tres tipos de productos, con dos tipos de materias primas. Por cada unidad del producto 1 se consumen 10 kilogramos de la materia prima A y 25 kilogramos de materia prima B; del producto 2 son consumidos 30 kilogramos de la materia prima A y 15 kilogramos de la materia prima B. Determine la cantidad de unidad de cada producto si el consumo total de la materia prima A es de 2450 kilogramos y de la materia prima B es de 2465 kilogramos. Realice un reporte con informaciones sobre los tres tipos de productos, utilizando los siguientes elementos: cantidad de unidad y cantidad de kilogramos en la fabricación de materia prima A y B.

Problema 4.

Una empresa de transporte escolar se pretende crear una flota de 21 ómnibus de tres tipos, por un costo de R\$ 2160000, estimándose una manutención básica de mecánica para toda la flota, por cada mes, de R\$ 13200. El ómnibus del tipo I cuesta R\$ 80000 y el costo de manutención es de R\$ 500, del tipo II cuesta R\$ 120000 y la manutención es de R\$ 700 y del tipo III cuesta R\$ 160000 y la manutención es de R\$ 1000.

La empresa compró los ómnibus sobre la base de una prestación bancaria. Los impuestos se cobraron mensualmente por el banco que ejecutó el préstamo. Para el ómnibus del tipo I el impuesto cobrado fue del 1% del precio del ómnibus, en el caso del tipo II fue de 1,2% y para el del tipo III resultó ser de 0,7%.

¿Cuántos ómnibus se debe comprar de cada tipo? ¿Qué cantidad de impuestos debe pagar la empresa por la compra de la flota?

Determine

- a) Los datos del problema.
- b) El objetivo del problema.
- c) Las condiciones del problema.
- d) Las variables que representan el problema con sus unidades de medidas.
- e) El sistema de ecuaciones lineales que representa, indicando que significa cada ecuación con su unidad de medida.
- f) Resolver el sistema de ecuaciones lineales.
- g) ¿Cuál es la cantidad de ómnibus que se debe comprar de cada tipo?
- h) Realice un reporte que contenga informaciones sobre cada tipo ómnibus, utilizando los siguientes criterios: cantidades de ómnibus, costos en la compra, costos en la manutención mensual y detalle los impuestos mensuales a cobrar por el banco, por tipo de ómnibus y en la compra total.

La pregunta uno es un problema que mezcla cinco productos. En ella se ofrecen informaciones detalladas (Y^1) y es construido el modelo matemático (Y^2). A través de las preguntas los alumnos deben realizar las acciones solucionar el sistema de ecuaciones lineales (Y^3) con apoyo de Derive e interpretar la solución (Y^4).

La pregunta dos es sobre la plantación de tres cultivos, producción, receta y costo. En el problema se ofrecen informaciones en detalles sobre el problema (Y^1), es construido el sistema de ecuaciones lineales (Y^3) y se da la solución del sistema de ecuaciones lineales (Y^3). El alumno debe de interpretar la solución (Y^2) y además debe explicar el significado de una ecuación y elementos de otra (Y^1).

En la pregunta tres el alumno debe realizar el sistema de cuatro acciones. El problema es sobre producción de unidades y consumo de dos tipos de materia prima y en el mismo no existen preguntas induciendo el sistema de acciones. La última pregunta está compuesta por las condiciones cantidad de ómnibus, precios, mantenimiento mecánica mensual e impuesto de una compra parcelada. El problema tiene dos característica, existen preguntas induciendo el sistema de acciones y una de la

condiciones que posteriormente se transforma en ecuación no se encuentra en el enunciado en forma explícita.

6.2 Resultados

Se exponen los resultados en ambos semestres correspondientes a la etapa material o materializada de la formación de las acciones mentales.

6.2.1 Semestre 2008.1

Desde el inicio los alumnos fueron motivados a través de problemas heurísticos de baja complejidad, ya que en la prueba de diagnóstico los alumnos demostraron no tener habilidades en la actividad que se desea crear. A esta etapa se le denominó etapa motivacional. Posteriormente los dos grupos trabajaron de forma diferente, el grupo experimental utilizó la BOA del tipo tres a través del sistema de invariantes de las acciones para resolver situaciones problema y el grupo de control utilizó la BOA cuatro, para resolver los problemas al final del tema como una aplicación de los contenidos.

Los tipos de clases fueron las conferencias y las clases prácticas. En el primer momento conferencias para motivar los alumnos y seguidamente para orientar las acciones. En el grupo experimental el centro siempre fueron los problemas y los contenidos se trataron en función de la necesidad de estos para resolver los problemas. Los alumnos en el grupo de control comenzaron a recibir los contenidos sin vínculos con los problemas y estos se trabajaban al final de cada tema. Los asuntos tratados en esta fase son: álgebra de matrices, determinante y resolución de sistema de ecuaciones lineales con solución única.

Las clases prácticas se emplearon para garantizar la etapa de formación de la acción en forma material y muchas de ellas se impartieron en el laboratorio de informática, utilizando el programa Derive. En el grupo experimental el programa Derive se vinculó a la resolución de modelos matemático, en tanto que en el grupo de control se utilizó

para realizar los cálculos de los contenidos dados y resolver los problemas. Los problemas resueltos por ambos grupos fueron los mismos.

Hasta la conclusión de la fase dos se emplearon 30 horas de clases y como se puede observar a partir de la tabla 57, los alumnos del grupo de control tuvieron una asistencia a clases superior a la de los alumnos del grupo experimental. En el grupo de control hubo dos alumnos que tuvieron asistencias a clases inferior al 75 %, mientras que en el otro grupo hay cuatro en igual situación.

Tabla 57. Asistencia acumulada hasta la fase dos del grupo experimental y de control					
G ₁			G ₂		
A	T. Asist.	% Asist.	A	T. Asist.	% Asist.
E01	21	70%	C01	22	73%
E02	24	80%	C02	30	100%
E03	27	90%	C03	15	50%
E04	28	93%	C04	30	100%
E05	15	50%	C05	30	100%
E06	20	67%	C06	17	57%
E07	18	60%	C07	27	90%
E08	28	93%	C08	27	90%
E09	28	93%	C09	23	77%
E10	28	93%	C10	30	100%
E11	27	90%	C11	24	80%
E12	25	83%	C12	27	90%
E13	30	100%	C13	27	90%
Total	319	81,8%	Total	329	84,4%

Las primeras clases prácticas en el grupo experimental se dedicaron a la presentación de problemas y a las dos primeras acciones: comprender el problema y construir el modelo matemático. Con posterioridad, en el laboratorio de informática, se trabajó en las acciones solucionar el sistema de ecuaciones lineales e interpretar la solución.

En el grupo de control las clases prácticas fueron realizadas de forma tradicional, los alumnos recibían los ejercicios y trabajaban con la ayuda del profesor, aunque en algunas de estas clases existió el apoyo del programa Derive para resolver ejercicios con y sin problemas.

En las tablas 58 y 59 se muestran los resultados en el nivel de formación de las acciones y del aprendizaje en la resolución de problemas. Hay que destacar que en la tercera acción de la pregunta uno del grupo experimental, casi todo los alumnos

solucionaron correctamente el sistema de ecuaciones lineales. El sistema que tuvieron que resolver los alumnos fue de cuatro ecuaciones con cuatro variables y con la ayuda del programa Derive, demostrando alto dominio en el trabajo con ese programa. También en la pregunta uno, siete alumnos mostraron tener una excelente comprensión del problema.

Se recuerda que las preguntas tres y cuatro son comunes, tanto para el grupo experimental, como para el grupo de control.

Los alumnos del grupo experimental demostraron en las preguntas uno y dos, que la mejor acción fue resolver el sistema de ecuaciones lineales, después comprender el problema y por último interpretar la solución. La media en el aprendizaje en la pregunta dos quedó en el intervalo de 9 a 12. Más de la mitad de alumnos obtuvieron aprendizaje igual o mayor que 13. Se recuerda que el aprendizaje, por ser tres acciones, la mayor puntuación es de 15. El coeficiente de alfa Cronbach demostró fiabilidad en los datos. (Ver tabla 60)

Tabla 58. Resultado del grupo experimental del instrumento dos

A	P-1				P-2	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
E01	2	5	2	9	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E02	5	5	4	14	3	5	5	5	4	19	5	5	5	3	18
E03	5	5	4	14	4	5	5	5	4	19	4	2	5	2	13
E04	5	5	3	13	3	5	5	5	4	19	4	2	5	2	13
E05	1	5	1	7	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E06	3	5	3	11	3	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E07	2	5	2	9	2	3	2	5	1	11	4	2	5	2	13
E08	5	5	4	14	4	5	5	5	4	19	4	2	5	2	13
E09	5	5	3	13	3	5	5	5	4	19	4	2	5	2	13
E10	2	5	1	8	1	3	3	5	3	14	2	2	1	1	6
E11	5	5	4	14	4	5	5	5	4	19	4	2	5	2	13
E12	5	5	4	14	4	4	4	5	4	17	4	2	5	2	13
E13	1	4	1	6	1	3	2	5	1	11	2	2	5	1	10

Tabla 59. Resultado del grupo de control del instrumento dos

A	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
C01	4	4	5	3	16	2	2	5	2	11
C02	5	5	5	3	18	5	5	5	3	18
C03	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C04	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C05	5	5	5	3	18	2	1	1	1	5
C06	3	3	5	2	13	1	1	1	1	4
C07	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C08	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C09	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
C10	4	4	5	3	16	2	1	1	1	5
C11	5	5	5	3	18	2	2	5	2	11
C12	2	2	1	1	6	1	1	1	1	4
C13	3	3	5	2	13	1	1	1	1	4

A través de las tablas 61 y 62 se establece una comparación del sistema de acciones y del aprendizaje en la resolución de los problemas tres y cuatro en ambos grupos

La pregunta tres tiene como objetivo determinar la cantidad de hectáreas que deben ser cultivadas con respecto a tres cultivos bajo ciertas condiciones, siendo necesario destacar, además, qué problemas de este tipo fueron trabajados en las clases con los alumnos. En ambos grupos la mejor acción continuó siendo la resolución del sistema de ecuaciones lineales y las acciones de comprender el problema y construir el sistema tuvieron comportamientos parecidos. El resultado más bajo obtenido fue la interpretación de la solución, aunque los mejores de todos esos resultados fueron los alcanzados por el grupo experimental.

Tabla 60. Medidas de tendencia central (P-1 y P-2) del grupo experimental del instrumento dos

Medidas	P-2	P-1			
	Y ⁴	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y
Media	2,62	3,54	4,92	2,77	11,23
Mediana	3	5	5	3	13
Moda	1	5	5	4	14
Máximo	4	5	5	4	14
Mínimo	1	1	4	1	6
Rango	3	4	1	3	8
D. Estándar	1,21	1,65	0,27	1,19	2,91
Varianza	1,47	2,71	0,07	1,41	8,49
C. Alfa Cronbach		0,76			

Tabla 61. Medidas de tendencia central (P-3 y P-4) del grupo experimental del instrumento dos										
Medidas	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	3,54	3,38	4,08	2,77	13,77	3,08	2,00	3,77	1,69	10,54
Mediana	4	4	5	4	17	4	2	5	2	13
Moda	5	5	5	4	19	4	2	5	2	13
Máximo	5	5	5	4	19	5	5	5	3	18
Mínimo	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	4	4	4	3	15	4	4	4	2	14
D. Estándar	1,60	1,69	1,69	1,42	6,05	1,38	0,96	1,85	0,61	4,36
Varianza	2,56	2,85	2,84	2,02	36,64	1,92	0,92	3,41	0,37	19,0
C. Alfa Cronbach	0,96					0,87				

Tabla 62. Medidas de tendencia central (P-3 y P-4) del grupo de control del instrumento dos										
Medidas	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	2,77	2,77	3,15	1,92	10,62	1,62	1,46	1,92	1,31	6,31
Mediana	3	3	5	2	13	1	1	1	1	4
Moda	1	1	5	1	4	1	1	1	1	4
Máximo	5	5	5	3	18	5	5	5	3	18
Mínimo	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	4	4	4	2	14	4	4	4	2	14
D. Estándar	1,62	1,62	1,99	0,92	6,03	1,08	1,08	1,69	0,61	4,18
Varianza	2,64	2,64	3,98	0,84	36,39	1,16	1,17	2,84	0,37	17,44
C. Alfa Cronbach	0,96					0,91				

La pregunta cuatro es un problema que trata sobre la realización de ejercicios físicos para quemar calorías, un contexto nunca antes trabajado con los alumnos. El comportamiento de las acciones en orden decreciente es el de solucionar el sistema, comprender el problema, construir el sistema e interpretar la solución. En este aspecto el grupo experimental nuevamente logró obtener los mejores resultados.

En la pregunta cuatro la diferencia de resultados entre los grupos es mucho mayor que en la pregunta tres, demostrando que los alumnos del grupo experimental están mejor preparados para enfrentar nuevos escenarios que nunca han trabajado.

En las tablas 63, 64 y 65 se muestran los resultados en porcentajes. Un elemento significativo de los alumnos del grupo experimental se evidencia a partir de la pregunta tres, al ser dada en forma explícita la acción construir el sistema de ecuaciones lineales. Los alumnos de ese grupo consiguieron obtener un alto rendimiento en la resolución del sistema con un 77 % en la calificación máxima, pero la interpretación no

se comporta a la misma altura, con un 62 % entre calificaciones de tres y cuatro y ningún alumno obtuvo la máxima calificación. En la pregunta dos se les dio a los alumnos, en forma explícita, las tres primeras acciones y los comportamientos en cuanto a la interpretación resultó ser similar a lo sucedido con la pregunta uno.

Tabla 63. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-1 y P-2) del grupo experimental del instrumento dos

Frec. %	P-1			P-2
	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y ⁴
“1”	15	0	23	31
“2”	23	0	15	8
“3”	8	0	23	31
“4”	0	8	38	31
“5”	54	92	0	0

Tabla 64. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-3 y P-4) del grupo experimental del instrumento dos

Frec. %	P-3				P-4			
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
“1”	23	23	23	38	23	23	31	38
“2”	0	15	0	0	15	69	0	54
“3”	23	8	0	8	0	0	0	8
“4”	8	8	0	54	54	0	0	0
“5”	46	46	77	0	8	8	69	0

Tabla 65. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-3 y P-4) del grupo de control instrumento dos

Frec. %	P-3				P-4			
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
“1”	38	38	46	46	42	50	54	58
“2”	8	8	0	15	23	42	0	35
“3”	15	15	0	38	0	0	0	8
“4”	15	15	0	0	27	0	0	0
“5”	23	23	54	0	8	8	46	0

En las preguntas tres y cuatro los alumnos deben de realizar el sistema de acciones. En la tercera acción se requiere utilizar el programa Derive y los resultados alcanzados se correspondieron con la máxima calificación (cinco puntos) o la mínima (un punto).

La acción de interpretar el resultado es negativa en ambos grupos, sin embargo, en la pregunta tres se tiene una diferencia mayor, por ejemplo los resultados con calificación entre “1” y “2” en el grupo experimental se establecen en un 38% y en el grupo de control es de 61%, mientras que en la pregunta cuatro los resultados alcanzados fueron equivalentes.

En uno y otro grupo los resultados de la primera y segunda acción, en la pregunta, son semejantes en porcentaje son iguales, mientras que en la pregunta cuatro los mejores resultados están en la primera acción. En ambas preguntas los resultados son superiores en el grupo experimental.

En el grupo experimental, incluyendo todas las preguntas, la mayoría de los alumnos que tuvieron puntuaciones z negativa, sus frecuencias a clases son inferiores al 75%. Estos alumnos son E01, E05, E06 y E07 (ver tablas 66 y 67). Todo indica que la asistencia a clases es el factor principal de que ellos no avanzarán como el resto de sus compañeros de grupo.

Tabla 66. Puntuaciones z (P-1 y P-2) del grupo experimental del instrumento dos

A	P-1				P-2
	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y	Y ⁴
E01	-0,93	0,289	-0,65	-0,77	-1,33
E02	0,89	0,289	1,037	0,95	0,32
E03	0,89	0,289	1,037	0,95	1,14
E04	0,89	0,289	0,194	0,61	0,32
E05	-1,54	0,289	-1,49	-1,45	-1,33
E06	-0,33	0,289	0,194	-0,08	0,32
E07	-0,93	0,289	-0,65	-0,77	-0,51
E08	0,89	0,289	1,037	0,95	1,14
E09	0,89	0,289	0,194	0,61	0,32
E10	-0,93	0,289	-1,49	-1,11	-1,33
E11	0,89	0,289	1,037	0,95	1,14
E12	0,89	0,289	1,037	0,95	1,14
E13	-1,54	-3,46	-1,49	-1,8	-1,33

En el grupo de control los alumnos con problemas de asistencia a clases son CO1, C05 y C06. En el alumno C01 el factor frecuencia no influyó para tener un aprendizaje superior al resto del grupo. Solamente existen tres alumnos (C01, C02 y C11) que todos sus puntuaciones z son positivas, al parecer el factor que está influyendo negativamente es el método tradicional de enseñanza (ver tabla 68).

Se recuerda que las acciones son evaluadas con puntuaciones entre 1 y 5 y que el aprendizaje es la suma del resultado de las acciones. Por ejemplo, si el aprendizaje es medido a partir de tres acciones, la menor nota es "3" y la máxima "15"; si son cuatro acciones la calificación mínima del aprendizaje es "4" y la máxima "20".

A partir del criterio anterior los resultados se presentan en cuatro grupos con el siguiente criterio: para tres acciones el aprendizaje se sitúa en los intervalos “3-5”, “6-8”, “9-11” y “12-15” y para cuatro acciones “4-7”, “8-11”, “12-15” y “16-20”

Tabla 67. Puntuaciones z (P-3 y P-4) del grupo experimental del instrumento dos

A	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
E01	-1,59	-1,41	-1,83	-1,24	-1,61	-1,5	-1,04	-1,5	-1,14	-1,5
E02	0,91	0,957	0,548	0,87	0,864	1,39	3,122	0,667	2,16	1,711
E03	0,91	0,957	0,548	0,87	0,864	0,67	0	0,667	0,51	0,564
E04	0,91	0,957	0,548	0,87	0,864	0,67	0	0,667	0,51	0,564
E05	-1,59	-1,41	-1,83	-1,24	-1,61	-1,5	-1,04	-1,5	-1,14	-1,5
E06	-1,59	-1,41	-1,83	-1,24	-1,61	-1,5	-1,04	-1,5	-1,14	-1,5
E07	-0,34	-0,82	0,548	-1,24	-0,46	0,67	0	0,667	0,51	0,564
E08	0,91	0,957	0,548	0,87	0,864	0,67	0	0,667	0,51	0,564
E09	0,91	0,957	0,548	0,87	0,864	0,67	0	0,667	0,51	0,564
E10	-0,34	-0,23	0,548	0,16	0,038	-0,78	0	-1,5	-1,14	-1,04
E11	0,91	0,957	0,548	0,87	0,864	0,67	0	0,667	0,51	0,564
E12	0,29	0,364	0,548	0,87	0,534	0,67	0	0,667	0,51	0,564
E13	-0,34	-0,82	0,548	-1,24	-0,46	-0,78	0	0,667	-1,14	-0,12

Tabla 68. Puntuaciones z (P-3 y P-4) del grupo de control del instrumento dos

A	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
C01	0,76	0,76	0,93	1,17	0,89	0,36	0,497	1,826	1,14	1,123
C02	1,37	1,37	0,93	1,17	1,22	3,14	3,269	1,826	2,79	2,799
C03	-1,09	-1,09	-1,08	-1,01	-1,10	-0,57	-0,43	-0,55	-0,51	-0,55
C04	-1,09	-1,09	-1,08	-1,01	-1,10	-0,57	-0,43	-0,55	-0,51	-0,55
C05	1,37	1,37	0,93	1,17	1,22	0,36	-0,43	-0,55	-0,51	-0,31
C06	0,14	0,14	0,93	0,08	0,40	-0,57	-0,43	-0,55	-0,51	-0,55
C07	-1,09	-1,09	-1,08	-1,01	-1,10	-0,57	-0,43	-0,55	-0,51	-0,55
C08	-1,09	-1,09	-1,08	-1,01	-1,10	-0,57	-0,43	-0,55	-0,51	-0,55
C09	-1,09	-1,09	-1,08	-1,01	-1,10	-0,57	-0,43	-0,55	-0,51	-0,55
C10	0,76	0,76	0,93	1,17	0,89	0,36	-0,43	-0,55	-0,51	-0,31
C11	1,37	1,37	0,93	1,17	1,22	0,36	0,497	1,826	1,14	1,123
C12	-0,47	-0,47	-1,08	-1,01	-0,77	-0,57	-0,43	-0,55	-0,51	-0,55
C13	0,14	0,14	0,93	0,08	0,40	-0,57	-0,43	-0,55	-0,51	-0,55

En la pregunta uno los alumnos que se encuentran con calificaciones incluidas en el intervalo de “12-15”, poseen desarrolladas las habilidades para comprender el problema y resolver el sistema de ecuaciones lineales utilizando el “Derive” y habilidades parcialmente desarrolladas en la interpretación de los resultados. Ellos saben realizar el informe sobre los objetivos, aunque sin la suficiente claridad y

detalles, lo que se traduce en que no poseen iniciativa para dar soluciones alternativas a los problemas (ver tabla 69).

Los alumnos con resultados de “9-11”, tienen bien desarrollada la habilidad para resolver el sistema utilizando el “Derive”, pero presentan dificultades para reconocer el objetivo de problema, en lo referente a la interpretación de los resultados. En el último grupo, en el intervalo “6-8”, los alumnos continúan teniendo habilidades suficientes para dar resolución al sistema, pero con escasas habilidades en lo referente a la comprensión del problema y por consecuencia, a su correcta interpretación.

Tabla 69. Sistematización de los resultados de la P-1 del grupo experimental del instrumento dos

A	P-1															R
	Y ⁴					Y ¹					Y ³					
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	
E02		X				X					X					14
E03		X				X					X					14
E08		X				X					X					14
E11		X				X					X					14
E12		X				X					X					14
E04			X			X					X					13
E09			X			X					X					13
E06			X					X			X					11
E01				X					X		X					9
E07				X					X		X					9
E10					X				X		X					8
E05					X					X	X					7
E13					X					X		X				6

En la pregunta tres del grupo experimental (ver tabla 70) los alumnos que se encuentran en el grupo de “16-20” tienen habilidades en construir el sistema de ecuaciones lineales, o sea, plantean el sistema de ecuaciones lineales especificando las unidades de medidas en cada ecuación; conocen el objetivo del problema y son capaces de extraer los datos y la condiciones del mismo, demostrando habilidades para realizar el informe de solución del problema en cuestión, aunque todavía les falta iniciativas para sugerir posibles soluciones a nuevos problemas.

Tabla 70. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo experimental del instrumento dos

A	P-3															R					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
E02	X					X					X					X					19
E03	X					X					X					X					19
E04	X					X					X					X					19
E08	X					X					X					X					19
E09	X					X					X					X					19
E11	X					X					X					X					19
E12	X						X					X				X					17
E10		X					X					X				X					14
E07				X					X					X		X					11
E13				X					X					X		X					11
E01				X					X					X					X		4
E05				X					X					X					X		4
E06				X					X					X					X		4

En el intervalo de “12-15” solamente se incluyó un alumno con 14 puntos. Este alumno demuestra tener habilidades en la solución del sistema, pero en las restantes acciones obtuvo calificaciones mínimas, sin poseer claridad suficiente al plantear los objetivos, datos y condiciones de los problemas, lo que pone de manifiesto que aunque construye el sistema, no esclarece suficientemente los elementos que lo conforman, además de ofrecer una interpretación de la solución con poco grado de solidez.

En el intervalo de 8-11 se situaron dos alumnos con puntuación de 11 puntos. En las acciones solucionar el sistema y comprenderlo se mantiene el mismo comportamiento del grupo anterior. En la acción de construcción del sistema de ecuaciones, los alumnos muestran habilidades muy discretas, como comprender sólo algunos elementos del sistema y por último, en el proceso de interpretación no existen habilidades totalmente formadas. En el último grupo de “4-7” hay cuatro alumnos que no tienen ninguna habilidades en la formación de las acciones.

En el grupo de control, en la pregunta tres, se presentan cinco alumnos con resultados entre “16-20”, los que manifestaron excelentes habilidades en la resolución del sistema utilizando el Derive. Los comportamientos antes de comprender el problema y construir el sistema, son considerados de buenos y la interpretación de la solución de todos fue de considerada como regular (ver tabla 71).

Los alumnos con resultados entre “8-11” continúan el aprendizaje en la resolución del sistema, pero las habilidades comprender el problema y construir el sistema, se

catalogó como regular, ya que se muestran dificultades en la interpretación de la solución. La mayoría de los alumnos se encuentran en el intervalos de “4-7”, demostrando pocas habilidades en el aprendizaje de la resolución de problemas y en el trabajo con el sistema de acciones.

Tabla 71. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo de control del instrumento dos

A	P-3															T					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
C02			X			X					X					X					18
C05			X			X					X					X					18
C11			X			X					X					X					18
C01			X				X					X				X					16
C10			X				X					X				X					16
C06				X				X					X			X					13
C13				X				X					X			X					13
C12					X				X					X						X	6
C03					X					X					X					X	4
C04					X					X					X					X	4
C07					X					X					X					X	4
C08					X					X					X					X	4
C09					X					X					X					X	4

En la pregunta cuatro los comportamiento de ambos grupos de acuerdo a los criterios de agrupación del aprendizaje “4-7”, “8-11”, “12-15” y “16-20”, son los mismo en relación con las habilidades del sistema de acciones (ver tablas 72 y 73).

Tabla 72. Sistematización de los resultados de la P-4 del grupo del experimental del instrumento dos

A	P-4															R					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
E02			X			X					X					X					18
E03				X					X		X					X					13
E04				X					X		X					X					13
E07				X					X		X					X					13
E08				X					X		X					X					13
E09				X					X		X					X					13
E11				X					X		X					X					13
E12				X					X		X					X					13
E13					X					X				X		X					10
E10					X					X				X						X	6
E01					X					X					X					X	4
E05					X					X					X					X	4
E06					X					X					X					X	4

Tabla 73. Sistematización de los resultados de la P-4 del grupo de control del instrumento dos																					
A	P-4													R							
	Y ⁴					Y ²					Y ¹					Y ³					
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3		2	1	5	4	3	2	1
C02	X					X					X					X					18
C01	X					X					X					X					11
C11	X					X					X					X					11
C05	X					X					X					X					5
C10	X					X					X					X					5
C03	X					X					X					X					4
C04	X					X					X					X					4
C06	X					X					X					X					4
C07	X					X					X					X					4
C08	X					X					X					X					4
C09	X					X					X					X					4
C12	X					X					X					X					4
C13	X					X					X					X					4

6.2.2 Semestre 2008.2

La BOA aquí utilizada es del tipo tres. Para garantizar la orientación de las acciones se trabajó sobre la base de conferencias, por lo que desde la primera de éstas se intentó motivar a los alumnos mediante los problemas. Al comienzo de la primera clase práctica los alumnos recibieron un listado de ejercicios con los problemas, los cuales debían solucionar en esta fase. Los ejercicios se ordenaron de acuerdo a su nivel de complejidad, siendo los últimos los más complejos; también se buscó tener variedad de temáticas en los problemas para evitar la automatización. Al igual que en el grupo experimental del semestre anterior, la enseñanza se centró, precisamente, en la resolución de problemas.

Para garantizar la etapa de formación de la acción en forma material, se utilizó la clase práctica como forma organizativa principal. Los alumnos recibieron un listado de ejercicios antes de la primera clase práctica, con la intención de desafiarlos antes nuevas situaciones derivados de los problemas, donde el profesor actuaba con las orientaciones necesarias sobre el trabajo con las nuevas acciones.

La frecuencia de los alumnos a las clases hasta la culminación de las 30 horas de esta fase, fue buena, a excepción de un alumno que inasistió a más del 30 % de ellas. En

general se demostró que los alumnos se encontraban motivados, dada su presencia y participación en las clases (ver tabla 74).

A	T. Asist.	% Asist.
P01	25	83%
P02	30	100%
P03	28	93%
P04	30	100%
P05	30	100%
P06	30	100%
P07	30	100%
P08	25	83%
P09	20	67%
P10	28	93%
P11	28	93%
Total	304	92,1%

Los resultados en las preguntas tres y cuatro fueron muy parecidos en lo referente al sistema de acciones y al aprendizaje en la resolución de problemas, aunque algo superiores en lo correspondiente a las respuestas a la pregunta cuatro. Un elemento a destacar es el excelente dominio de los alumnos en resolver sistema de ecuaciones lineales con el programa Derive (ver tabla 75).

A	P-1		P-2		P-3					P-4				
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
P01	5	5	2	5	5	5	5	4	19	3	3	5	3	14
P02	5	3	1	1	2	2	1	1	6	1	1	1	1	4
P03	5	5	2	2	3	3	3	3	12	3	3	3	3	12
P04	5	4	2	3	5	5	5	4	19	5	4	5	4	18
P05	5	4	3	2	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
P06	5	2	4	2	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
P07	5	3	2	5	5	5	5	4	19	4	4	5	4	17
P08	5	2	2	4	5	5	5	4	19	5	5	5	4	19
P09	5	4	2	2	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
P10	5	4	2	2	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
P11	5	4	3	3	5	5	5	4	19	3	3	3	1	10

Los alumnos en la resolución de problemas con cierta similitud a los trabajados en las clases (pregunta tres), mostraron un mejor resultado que aquellos que se presentaron como problemas nuevos (pregunta cuatro). En las tres primeras acciones relacionadas

con la pregunta tres, los alumnos demostraron un mínimo de habilidades, presentándose mayores dificultad en la interpretación (ver tabla 76).

Medidas	P-1		P-2		P-3					P-4				
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	5,00	3,64	2,27	2,82	3,09	3,09	3,00	2,55	11,7	2,55	2,45	2,82	2,18	10,0
Mediana	5	4	2	2	3	3	3	3	12	3	3	3	1	10
Moda	5	4	2	2	5	5	5	4	19	1	1	1	1	4
Máximo	5	5	4	5	5	5	5	4	19	5	5	5	4	19
Mínimo	5	2	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	0	3	3	4	4	4	4	3	15	4	4	4	3	15
D. Est.	0,00	0,98	0,75	1,27	1,83	1,83	1,91	1,44	6,98	1,56	1,44	1,80	1,34	5,98
Varianza	0,00	0,96	0,56	1,60	3,36	3,36	3,64	2,07	48,74	2,43	2,07	3,24	1,79	35,82
C. A. C.					0,99					0,98				

En la pregunta tres la generalidad de los alumnos sabían trabajar el sistema de acciones correctamente, el 45 % de ellos tienen resultados entre “1-2” y el 55 % entre “3-5”. En las acciones de la pregunta cuatro, los resultados de porcentaje son los mismos, a excepción de la cuarta acción donde los resultados se invierten (ver tabla 77).

Frec. %	P-1		P-2		P-3				P-4			
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
“1”	0	0	9	9	36	36	45	45	45	45	45	55
“2”	0	18	64	45	9	9	0	0	0	0	0	0
“3”	0	18	18	18	10	10	10	10	28	28	19	18
“4”	0	46	9	10	0	0	0	45	9	18	0	27
“5”	100	18	0	18	45	45	45	0	18	9	36	0

En forma general el comportamiento de los alumnos en todas las preguntas fue similar y comparando los resultados individuales hay cierta simetría entre los valores positivos y negativos (ver tabla 78).

El aprendizaje en la resolución de problemas en las preguntas tres y cuatro en el intervalo de “16-20”, muestra el desarrollo de habilidades en todas las acciones; en el intervalo “12-15”, hay un dominio mínimo en el desarrollo de las habilidades en las acciones; en el intervalo “8-11” se comportó igual al intervalo anterior, a excepción de la acción interpretar la solución y en el intervalo “4-7” no se evidencia la adquisición de habilidad en las acciones de referencia (ver las tablas 79 y 80).

Tabla 78. Puntuaciones z del estudio de caso del instrumento dos

A	P-1		P-2		P-3					P-4				
	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
P01	0,0	1,4	-0,4	1,7	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,3	0,4	1,2	0,6	0,7
P02	0,0	-0,6	-1,7	-1,4	-0,6	-0,6	-1,0	-1,1	-0,8	-1,0	-1,0	-1,0	-0,9	-1,0
P03	0,0	1,4	-0,4	-0,6	0,0	0,0	0,0	0,3	0,0	0,3	0,4	0,1	0,6	0,3
P04	0,0	0,4	-0,4	0,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,6	1,1	1,2	1,4	1,3
P05	0,0	0,4	1,0	-0,6	-1,1	-1,1	-1,0	-1,1	-1,1	-1,0	-1,0	-1,0	-0,9	-1,0
P06	0,0	-1,7	2,3	-0,6	-1,1	-1,1	-1,0	-1,1	-1,1	-1,0	-1,0	-1,0	-0,9	-1,0
P07	0,0	-0,6	-0,4	1,7	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	1,1	1,2	1,4	1,2
P08	0,0	-1,7	-0,4	0,9	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,6	1,8	1,2	1,4	1,5
P09	0,0	0,4	-0,4	-0,6	-1,1	-1,1	-1,0	-1,1	-1,1	-1,0	-1,0	-1,0	-0,9	-1,0
P10	0,0	0,4	-0,4	-0,6	-1,1	-1,1	-1,0	-1,1	-1,1	-1,0	-1,0	-1,0	-0,9	-1,0
P11	0,0	0,4	1,0	0,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,3	0,4	0,1	-0,9	0,0

Tabla 79. Sistematización de los resultados de la P-3 del estudio de caso del instrumento dos

A	P-3															T						
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³					
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1	
P01	X					X					X				X						19	
P04	X					X					X				X							19
P07	X					X					X				X							19
P08	X					X					X				X							19
P11	X					X					X				X							19
P03		X					X					X				X						12
P02					X			X					X							X		6
P05					X				X					X						X		4
P06					X				X					X						X		4
P09					X				X					X						X		4
P10					X				X					X						X		4

Tabla 80. Sistematización de los resultados de la P-4 del estudio de caso del instrumento dos

A	P-4															T							
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³						
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1		
P01	X					X					X				X							19	
P04	X						X				X				X								18
P07	X						X					X			X								17
P08		X					X					X			X					X			14
P11				X			X					X				X					X		12
P03					X		X					X				X							10
P02					X				X					X						X			4
P05					X				X					X						X			4
P06					X				X					X						X			4
P09					X				X					X						X			4
P10					X				X					X						X			4

ANEXO 7. FASE III

Los instrumentos y resultados en esta fase tienen relación con la formación de la acción en forma verbal. Seguidamente se exponen los instrumentos y los resultados obtenidos con ellos en ambos semestres.

7.1 Instrumento tres

Primeramente se presentan las preguntas y posteriormente una descripción con relación al sistema de cuatro acciones.

7.1.1 Semestre 2008.1

El instrumento para determinar el nivel de formación del sistema de acciones y el aprendizaje en la resolución de problemas en Matemática tiene cuatro preguntas.

Pregunta 1.

Un agricultor produce diariamente 60 kilogramos de cuatro variedades de tomate. En la tabla se muestra el precio por kilogramo de la venta para cada cliente, con su receta total.

Tabla de distribución de precios por kilogramo para cada cliente					
	Variedad I	Variedad II	Variedad III	Variedad IV	Receta Total
Cliente 1	R\$/kg 2,50	R\$/kg 1,80	R\$/kg 3,00	R\$/kg 1,50	R\$ 151,00
Cliente 2	R\$/kg 1,70	R\$/kg 1,50	R\$/kg 2,50	R\$/kg 2,00	R\$ 122,00

Leyenda: kg kilogramo.

Las variables son las siguientes “x” significa cantidad de kilogramos de la variedad I, “y” significa cantidad de kilogramos de tomate de la variedad II, “z” significa cantidad de kilogramos de tomate de la variedad III y “w” significa cantidad de kilogramos de tomate de la variedad IV.

El siguiente sistema de ecuaciones lineales representa el modelo matemático.

$$\begin{cases} x + y + z + w = 60 \\ 2,5x + 1,8y + 3z + 1,5w = 151 \\ 1,7x + 1,5y + 2,5z + 2w = 122 \end{cases}$$

Determine:

- En el sistema de ecuaciones lineales qué significan los elementos “2,5 x” y “1,5 y”. Fundamenta tu respuesta.
- Determine las cantidades de kilogramos que son producidas de cada variedad de tomate.
- Determine la mayor cantidad de tomates que puede producirse de la variedad III. Fundamenta tu respuesta.

Pregunta 2

Una empresa de transporte desea comprar tres tipos de ómnibus. El ómnibus del tipo I tiene capacidad para transportar 16 pasajeros y su precio es de R\$ 50.000,00; el del tipo II transporta 25 pasajeros y su precio es de R\$ 70.000,00 y el ómnibus del tipo III transporta 42 pasajeros y se compra al precio de R\$ 140.000,00. La flota de ómnibus diariamente debe realizar 300 viajes dentro de la ciudad, 6 viajes en el ómnibus del tipo I, 8 en el del tipo II y 4 viajes en el ómnibus del tipo III. La cantidad de ómnibus del tipo II es un cuarto de la cantidad de ómnibus del tipo I y del tipo III juntos.

Pregunta 3

Una fábrica produce tres productos en polvo cuyo peso se expresa en kilogramos. En la producción diaria se consumen 750 gramos de una materia prima, que en el caso de los productos I y II es de 10 gramos y del producto III de 15 gramos. El tiempo de producción en kilogramos del producto I es de 18 minutos, del producto II de 24 minutos y del producto III de 30 minutos y el tiempo total disponible en la producción es de 27 horas y 30 minutos. Determine la cantidad producida (en kilogramos) de cada producto y el valor monetario (en reales) si por cada kilogramo vendido del producto I

tiene un precio de 30 centavos, de producto II de 50 centavos y del producto III de 70 centavos.

Determine:

- a) Datos del problema.
- b) El objetivo del problema.
- c) Las variables que representan el problema con sus unidades de medidas.
- d) El modelo matemático que representa el problema.
- e) La solución del modelo matemático.
- f) Haga un informe tomando como criterio la cantidad de kilogramos producidos de cada producto y el precio correspondiente.

La pregunta uno es un problema sobre cultivo y venta de producción agrícola. En su inciso a) se pregunta sobre el significado de elementos del sistema de ecuaciones con la intención de conocer si el alumno comprendió el problema (Y^1); en el inciso b), para poder responderlo, se necesita resolver el sistema utilizando el programa Derive (Y^3) y posteriormente, interpretar la solución (Y^4). Por último en el inciso c) el alumno, a partir de las infinitas soluciones, va a tener que desechar parte de ellas y seleccionar cuál es la respuesta que responde al objetivo del problema (Y^4).

La pregunta dos es un problema sobre transporte y la intención de comprar ómnibus de tres tipos. Una característica importante a destacar, es que el sistema tiene infinitas soluciones dentro del conjunto de los números reales, por lo que los alumnos tienen que restringirse al dominio de los números naturales positivos y además satisfacer las condiciones del problema. La solución que era infinita se va reducir a conjunto de soluciones finitas.

La pregunta tres trata un problema sobre producción medido en unidades de peso. A diferencia a la pregunta dos, donde existen incisos direccionados al sistema de acciones, la solución está restringida al conjunto de los números reales positivos, que también es reducido a un número finito de soluciones. Los incisos a) y b) están relacionados con la primera acción, el c) y el d) con la segunda acción, el e) con la tercera acción y por último el inciso f) con la cuarta acción.

7.1.2 Semestre 2008.2

La evaluación tiene una característica diferente al semestre anterior en la misma fase, ya que en el primer momento se aplicó la pregunta que seguidamente se muestra y posteriormente fue aplicada una prueba oral. El alumno recibió una prueba al azar del banco de preguntas, disponiendo de una hora y treinta minutos para responder sus interrogantes y posteriormente se produjo una discusión de los alumnos con un tribunal conformado por dos profesores.

Pregunta 1

Una fábrica de manufactura produce tres tipos de juguetes. Por cada unidad del tipo I se consumen 6 kilogramos de materia prima, se paga un impuesto de R\$ 2,50 y se obtiene una renta de R\$ 15,00; por el juguete del tipo II se consume 4 kilogramo, con un impuesto de R\$1,50 y una renta de R\$ 10,00 y por último, el juguete de tipo III consume 3 kilogramos, con un impuesto de R\$ 3,50 y una renta de R\$ 18,00. Una investigación realizada por la fábrica concluyó que la venta del juguete del tipo II es la mitad de la que tiene lugar con los juguetes del tipo I y del tipo III juntos. Determine la cantidad de unidades que se deben producir de cada tipo de juguetes, si se necesita tener una renta diaria de R\$ 2000.

Responda:

- a) Datos del problema.
- b) El objetivo de problema.
- c) ¿Cuáles son las condiciones del problema?
- d) Exprese las variables que representan el problema con sus unidades de medidas.
- e) Construir el sistema de ecuaciones lineales.
- f) Explique qué significa cada ecuación del sistema de ecuaciones lineales expresando sus unidades de medida.
- g) Solucionar el sistema de ecuaciones lineales.
- h) Haga un reporte relacionando la producción de unidades, impuestos, consumo de materias primas y renta. Explique su respuesta.

i) Cuando se tiene menor consumo de materia prima, ¿de cuánto será la producción y los impuestos a pagar por cada tipo de juguetes?

El problema tiene las siguientes condiciones: producción manufacturada de unidades de juguetes, consumo de materia prima, impuesto y renta. La característica más significativa de la pregunta es que el sistema de ecuaciones lineales tiene infinitas soluciones y el alumno debe seleccionar cuáles son las soluciones de los problemas, convirtiendo la acción interpretar decisiva en las respuestas del problema.

Los incisos a), b) y c) están relacionados con la acción comprender el problema (Y^1), y los incisos d), e), f) y g) están vinculados con la construcción del sistema de ecuaciones lineales (Y^2), mientras que g) se corresponde con la solución del sistema de ecuaciones lineales y por último los incisos h), i) inducen a la interpretación de la solución y respuesta del problema.

7.2 Resultados

Seguidamente se exponen los resultados obtenidos en ambos semestres.

7.2.1 Semestre 2008.1

Los problemas heurísticos a ser resueltos por los alumnos en la etapa de formación de la acción en forma verbal, alcanzan una nueva dimensión. Esto quiere decir que aumenta el nivel de complejidad necesitándose de nuevas acciones. La acción solucionar el sistema de ecuaciones necesita de nuevas operaciones para su cumplimiento. Los sistemas ahora tienen infinitas soluciones y los alumnos deben calcular las soluciones y los intervalos en que se encuentran, lo que conlleva a la necesidad de trabajar con nuevos elementos del programa Derive. La acción interpretar la solución toma una nueva magnitud, el alumno debe a partir de las infinitas soluciones, y de ellas seleccionar cuáles son las soluciones del problema.

El grupo experimental continúa con la BOA del tipo tres y el grupo de control con la BOA del tipo cuatro. La expresión oral se convierte un elemento esencial en esta etapa y la forma organizativa fundamental son los seminarios.

Los seminarios son divididos en tres momentos: i) en una primera clase son discutidos las dos primeras acciones, comprender el problema y construir el sistema de ecuaciones lineales, donde los alumnos tienen que explicar sus conocimientos y deducciones y el profesor establece las correcciones pertinentes; ii) después de realizar las dos primeras acciones los alumnos pasan al laboratorio de informática y resuelven los sistemas utilizando el programa Derive, por lo que ellos realizan anotaciones en sus cuaderno, imprimen las soluciones y las almacenan en ficheros de computadoras portátiles y iii), en otras clases los alumnos discuten las respuestas de los problemas, en un intercambio dinámico entre ellos y su profesor.

En el grupo experimental los seminarios fueron un éxito, ya que permitieron emprender la necesaria retroalimentación del desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, haciéndose las correcciones pertinentes para la próxima etapa. Al intentarse realizar en el grupo de control el seminario, se presentaron diversas dificultades por la poca dedicación de los alumnos a la resolución de problemas, ya que estos no lo consideraron como centro del trabajo de la asignatura.

El número horas acumuladas hasta el final de esta fase, incluyendo la evaluación escrita, es de 50 horas. Los resultados obtenidos en la asistencia a clases en ambos grupos son muy similares, siendo ligeramente superiores en el grupo de control. Comparado con la fase anterior, existió una pequeña mejoría de los resultados en ambos grupos, ya que en el grupo experimental se pasó de un 81,8 % a un 82,7% y en el grupo de control de un 84,4 % a un 86,6% (ver tabla 81)

Considerando como punto de referencia el 75% de asistencia a clases en el grupo experimental, cuatro alumnos estuvieron por debajo de ese porcentaje, los mismos alumnos que tuvieron una asistencia por debajo del 75% en la fase anterior. Sin embargo, todos mostraron mejoría en esta fase. Lo mismo sucedió con los alumnos del grupo de control, ya que los dos que tuvieron una asistencia inferior al 75%, fueron los mismos de la fase anterior y también manifestaron una mejoría en esta fase.

En este instrumento la pregunta dos fue común para ambos grupos. Comparando las tablas 82 y 83 con respecto a dicha pregunta, se puede observar que los resultados son superiores en el grupo experimental y que apenas un alumno en el grupo de control obtuvo una calificación de 10 puntos y los restantes obtuvieron las calificaciones entre “4” y “5”.

Se recuerda que en la pregunta uno del grupo experimental, por ser tres acciones, el aprendizaje tiene el menor valor con “3” puntos y el máximo con “15” puntos.

Tabla 81. Asistencia acumulada hasta la fase tres del grupo experimental y de control					
G ₁			G ₂		
A	T. Asist.	% Asist.	A	T. Asist.	% Asist.
E01	36	68%	C01	42	79%
E02	47	89%	C02	53	100%
E03	41	77%	C03	29	55%
E04	51	96%	C04	53	100%
E05	33	62%	C05	50	94%
E06	37	70%	C06	35	66%
E07	36	68%	C07	50	94%
E08	51	96%	C08	47	89%
E09	48	91%	C09	41	77%
E10	45	85%	C10	50	94%
E11	44	83%	C11	47	89%
E12	48	91%	C12	50	94%
E13	53	100%	C13	50	94%
Total	570	82,7%	Total	597	86,6%

Tabla 82. Resultado del grupo experimental del instrumento tres														
A	P-1				P-2					P-3				
	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
E01	1	1	1	3	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E02	3	5	4	12	5	5	5	1	16	4	2	1	1	8
E03	1	1	1	3	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E04	3	5	2	10	5	5	5	3	18	5	3	4	1	13
E05	2	5	2	9	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E06	1	1	1	3	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E07	1	1	1	3	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
E08	3	5	4	12	5	5	5	4	19	5	5	5	4	19
E09	2	4	2	8	4	4	4	2	14	3	3	3	1	10
E10	3	1	1	5	1	1	1	1	4	3	1	1	1	6
E11	3	5	4	12	5	5	5	4	19	5	5	5	3	18
E12	5	5	3	13	3	3	3	2	11	2	2	1	1	6
E13	1	2	1	4	2	2	1	1	6	1	1	1	1	4

En la tabla 83 aparece una pregunta codificada como P-X, la misma es un sistema de ecuaciones lineales y los alumnos del grupo de control demostraron dominio en el uso del programa Derive en la resolución de sistema de ecuaciones lineales.

A	P-X	P-2				
	Y ²	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
C01	5	1	1	1	1	4
C02	2	1	1	1	1	4
C03	2	1	1	1	1	4
C04	5	1	1	1	1	4
C05	5	3	2	3	2	10
C06	2	1	1	1	1	4
C07	4	2	1	1	1	5
C08	5	2	1	1	1	5
C09	5	1	1	1	1	4
C10	3	1	1	1	1	4
C11	5	1	1	1	1	4
C12	4	1	1	1	1	4
C13	3	1	1	1	1	4

En la tabla 84 se encuentran los resultados no comunes entre el grupo experimental (G_1) y el grupo de control (G_2), observándose que la acción mejor es la tercera, la resolución del sistema de ecuaciones utilizando el Derive, y la peor, la cuarta acción, la interpretación de los resultados.

Medidas	G_1									G_2
	P-1				P-3					P-X
	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	3 ^a A
Media	2,23	3,15	2,08	7,46	2,54	2,08	2,00	1,38	8,00	3,85
Mediana	2	4	2	8	2	1	1	1	6	4
Moda	1	5	1	3	1	1	1	1	4	5
Máximo	5	5	4	13	5	5	5	4	19	5
Mínimo	1	1	1	3	1	1	1	1	4	2
Rango	4	4	3	10	4	4	4	3	15	3
D. Estándar	1,19	1,87	1,21	3,91	1,65	1,44	1,57	0,92	5,22	1,23
Varianza	1,41	3,51	1,46	15,3	2,71	2,07	2,46	0,85	27,2	1,51
C. Alfa Cronbach	0,88				0,94					

Los resultados en las tres primeras acciones y en el aprendizaje son sustancialmente superiores en el grupo de experimental, pero la interpretación no muestra muchos avances en ambos grupos (ver tabla 85).

Medidas	G ₁					G ₂				
	P-2					P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	2,69	2,69	2,62	1,77	9,77	1,31	1,08	1,15	1,08	4,62
Mediana	2	2	1	1	6	1	1	1	1	4
Moda	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Máximo	5	5	5	4	19	3	2	3	2	10
Mínimo	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	4	4	4	3	15	2	1	2	1	6
D. Estándar	1,77	1,77	1,82	1,12	6,27	0,61	0,27	0,53	0,27	1,60
Varianza	3,14	3,14	3,31	1,25	39,3	0,37	0,07	0,28	0,07	2,54
C. Alfa Cronbach	0,97					0,92				

En las tablas 86 y 87 se puede observar que la mayoría de los alumnos tienen las menores calificaciones en la acción de interpretar la solución, pero un elemento negativo a destacar es en la pregunta dos del grupo de control, donde ningún alumno obtuvo calificaciones de “4” o “5” puntos, concentrándose la mayoría de las acciones entre “1” y “2” puntos.

Frec. %	G ₁							G ₂
	P-1			P-3				P-X
	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ³
“1”	38	38	46	46	54	69	85	0
“2”	15	8	23	8	15	0	0	23
“3”	38	0	8	15	15	8	8	15
“4”	0	8	23	8	0	8	8	15
“5”	8	46	0	23	15	15	0	46

Frec. %	G ₁				G ₂			
	P-2				P-2			
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
“1”	46	46	54	62	77	92	92	92
“2”	8	8	0	15	15	8	0	8
“3”	8	8	8	8	8	0	8	0
“4”	8	8	8	15	0	0	0	0
“5”	31	31	31	0	0	0	0	0

Se recuerda que en esta fase los alumnos están ante nuevos problemas, no vistos hasta el momento. Los resultados que se presentan permiten concluir que los alumnos del grupo experimental han demostrado estar mejor preparados para enfrentar nuevos desafíos.

En las tablas 88 y 89 son dadas las puntuaciones z, mostrándose cuanto los alumnos han avanzado en el grupo. En la pregunta dos del grupo de control se observa cierta nivelación entre los alumnos, pero genera preocupación que los resultados de dicha pregunta son negativos.

Tabla 88. Puntuaciones z (P-1, P-2 y P-3) del grupo experimental del instrumento tres

A	P-1				P-2					P-3				
	Y ¹	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
E01	-1,0	-1,1	-0,9	-1,1	-1,0	-1,0	-0,9	-0,7	-0,9	-0,9	-0,7	-0,6	-0,4	-0,8
E02	0,6	1,0	1,6	1,2	1,3	1,3	1,3	-0,7	1,0	0,89	-0,1	-0,6	-0,4	0
E03	-1,0	-1,1	-0,9	-1,1	-1,0	-1,0	-0,9	-0,7	-0,9	-0,9	-0,7	-0,6	-0,4	-0,8
E04	0,6	1,0	-0,1	0,6	1,3	1,3	1,3	1,1	1,3	1,5	0,64	1,27	-0,4	0,96
E05	-0,2	1,0	-0,1	0,4	-1,0	-1,0	-0,9	-0,7	-0,9	-0,9	-0,7	-0,6	-0,4	-0,8
E06	-1,0	-1,1	-0,9	-1,1	-1,0	-1,0	-0,9	-0,7	-0,9	-0,9	-0,7	-0,6	-0,4	-0,8
E07	-1,0	-1,1	-0,9	-1,1	-1,0	-1,0	-0,9	-0,7	-0,9	-0,9	-0,7	-0,6	-0,4	-0,8
E08	0,6	1,0	1,6	1,2	1,3	1,3	1,3	2,0	1,5	1,5	2,03	1,91	2,83	2,11
E09	-0,2	0,5	-0,1	0,1	0,7	0,7	0,8	0,2	0,7	0,28	0,64	0,64	-0,4	0,38
E10	0,6	-1,1	-0,9	-0,6	-1,0	-1,0	-0,9	-0,7	-0,9	0,28	-0,7	-0,6	-0,4	-0,4
E11	0,6	1,0	1,6	1,2	1,3	1,3	1,3	2,0	1,5	1,5	2,03	1,91	1,75	1,92
E12	2,3	1,0	0,8	1,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	-0,3	-0,1	-0,6	-0,4	-0,4
E13	-1,0	-0,6	-0,9	-0,9	-0,4	-0,4	-0,9	-0,7	-0,6	-0,9	-0,7	-0,6	-0,4	-0,8

Tabla 89. Puntuaciones z (P-2) del grupo de control del instrumento tres

A	P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
C01	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C02	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C03	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C04	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C05	2,8	3,5	3,5	3,5	3,4
C06	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C07	1,1	-0,3	-0,3	-0,3	0,2
C08	1,1	-0,3	-0,3	-0,3	0,2
C09	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C10	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C11	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C12	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4
C13	-0,5	-0,3	-0,3	-0,3	-0,4

En el grupo experimental existe un pequeño grupo de alumnos que han comenzado a destacarse, E04, E11, E08, E09 y E11; todos los alumnos mencionados tuvieron puntuación “z” positiva en la fase anterior.

En la pregunta uno del grupo experimental se analizan tres acciones, siendo la menor puntuación del aprendizaje de “3” puntos y la mayor de “15” puntos (ver tabla 90). Los alumnos que se encuentra con calificaciones entre “12-15” son caracterizados por el buen dominio en la solución del sistema de ecuaciones lineales utilizando el Derive, comprenden el problema y dan respuesta a él de acuerdo al objetivo del mismo.

Los alumnos que se encuentran en el grupo de “9-11” continúan con dominio en la solución del sistema, pero se diferencia del grupo anterior en que presentan dificultades en comprender el problema y no son capaces de interpretar los resultados. En los resultados comprendidos entre “6-11” solamente hay un alumno que sus habilidades en la resolución del sistema no están tan desarrolladas como en los alumnos de los grupos anteriores. En las restantes acciones se muestran deficiencias en la realización de las acciones. En el grupo que se encuentra en el intervalo “3-5” los alumnos muestran dificultades en todas las acciones, siendo la más crítica la de interpretar.

Tabla 90. Sistematización de los resultados de la P-1 del grupo experimental del instrumento tres

A	P-1															T
	Y ⁴					Y ¹					Y ³					
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	
E12			X			X					X					13
E02		X						X			X					12
E08		X						X			X					12
E11		X						X			X					12
E04				X				X			X					10
E05				X					X		X					9
E09				X					X		X					8
E10					X			X							X	5
E13				X					X				X			4
E01				X						X				X		3
E03				X						X				X		3
E06				X						X				X		3
E07				X						X				X		3

A continuación se lleva a cabo un análisis considerando, en conjunto, las restantes preguntas del instrumento en ambos grupos (ver las tablas 91, 92 y 93). Los alumnos con calificaciones entre “16-20” mostraron tener habilidades en las acciones comprender, construir el modelo y solucionarlo; en el caso de la acción interpretar, a pesar de interpretar la solución, no mostraron la solidez que evidenciaron en las otras acciones.

Los grupos de alumnos que tuvieron calificaciones entre “12-15” continúan teniendo habilidades en las acciones comprender, construir el modelo y solucionarlo, pero demostrando ciertas imprecisiones al emprender las otras acciones, no siendo capaces de interpretar los resultados.

En el intervalo de puntuación entre “8-11” se han desarrollado habilidades mínimas en las acciones comprender, construir el modelo, solucionar y con discreta o ninguna habilidad en la acción interpretar. Por último el grupo de alumnos con puntuaciones entre “4-7” presentan discretas o ninguna habilidad en las cuatro acciones.

Tabla 91. Sistematización de los resultados de la P-2 del grupo experimental del instrumento tres

A	P-2															T					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
E08	X					X					X					X					19
E11	X					X					X					X					19
E04			X			X					X					X					18
E02					X	X					X					X					16
E09				X		X					X					X					14
E12				X		X					X					X					11
E13					X				X					X						X	6
E01					X					X					X					X	4
E03					X					X					X					X	4
E05					X					X					X					X	4
E06					X					X					X					X	4
E07					X					X					X					X	4
E10					X					X					X					X	4

Tabla 92. Sistematización de los resultados de la P-3 del grupo experimental del instrumento tres

A	P-3																				T
	Y ⁴					Y ²					Y ¹					Y ³					
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	
E08	X					X					X					X					19
E11		X				X					X					X					18
E04				X			X				X						X				13
E09				X			X					X					X				10
E02				X				X			X									X	8
E10				X					X			X								X	6
E12				X				X					X							X	6
E01				X					X					X						X	4
E03				X					X					X						X	4
E05				X					X					X						X	4
E06				X					X					X						X	4
E07				X					X					X						X	4
E13				X					X					X						X	4

Tabla 93. Sistematización de los resultados de la P-2 del grupo de control del instrumento tres

A	P-2																				T
	Y ⁴					Y ²					Y ¹					Y ³					
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	
C05				X			X				X					X					10
C07				X					X			X								X	5
C08				X					X			X								X	5
C01				X					X					X						X	4
C02				X					X					X						X	4
C03				X					X					X						X	4
C04				X					X					X						X	4
C06				X					X					X						X	4
C09				X					X					X						X	4
C10				X					X					X						X	4
C11				X					X					X						X	4
C12				X					X					X						X	4
C13				X					X					X						X	4

7.2.2 Semestre 2008.2

En la etapa de la formación de la acción en forma verbal, el seminario es el tipo de clase utilizado para garantizar el trabajo. La forma en que fue organizado el seminario no difiere de lo que se hizo en el grupo experimental en el semestre anterior y los tipos de problemas tuvieron las mismas características. La novedad en este semestre fue que los alumnos además de tener una prueba escrita tuvieron una oral.

La evaluación en este periodo fue organizada en dos partes, en la primera los alumnos realizan una prueba escrita de dos horas y después, en otro momento, realizan una prueba oral. Esta última prueba tiene una duración de tres horas y en la primera hora y media, los alumnos reciben una pregunta al azar de un banco de problemas que deben responder solos y la próxima hora media deben someterse a un tribunal formado por dos profesores. En ambas pruebas tienen el auxilio de programa Derive.

La cantidad de horas acumuladas hasta esta evaluación es de 50 horas y la asistencia a clases puede considerarse de buena, ya que nueve alumnos tienen frecuencia superior a 90%, los otros dos al 80% y 64 % respectivamente (ver tabla 94).

En la tabla 95 se tienen dos resultados y la pregunta uno (P-1) es la descrita en instrumento. En cuanto a la pregunta dos (P-2) es la prueba oral y estas fueron diferentes para cada alumnos, pero con características similares en relación a las acciones que debían desarrollar.

Los resultados en la prueba oral fueron mejores que en la prueba escrita. En la prueba oral la mayoría de los alumnos ante los errores rectificaban cuando los profesores hacían las preguntas. Los resultados de las evaluaciones no son los deseados, sin embargo, se puede percibir el avance de los alumnos. A continuación se muestra una descripción por alumno de sus rendimientos en la prueba oral.

A	T. Asist.	% Asist.
P01	45	90%
P02	50	100%
P03	46	92%
P04	47	94%
P05	47	94%
P06	48	96%
P07	50	100%
P08	45	90%
P09	32	64%
P10	40	80%
P11	45	90%
Total	495	90,0%

Tabla 95. Resultado del estudio de caso del instrumento tres

A	P-1					P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
P01	4	3	1	1	9	5	5	5	4	19
P02	2	2	1	1	6	3	3	5	3	14
P03	4	3	4	1	12	5	4	4	3	16
P04	5	4	5	4	18	4	4	5	4	17
P05	3	2	1	1	7	1	1	1	1	4
P06	4	3	1	1	9	3	3	3	3	12
P07	5	4	5	4	18	5	4	5	4	18
P08	5	5	5	5	20	5	5	5	5	20
P09	3	3	1	1	8	1	1	1	1	4
P10	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
P11	5	5	4	4	18	5	5	5	4	19

El alumno P08 comienza con pleno dominio de la acción comprender el problema, manifestando un comportamiento similar en las restantes acciones. Hay que destacar la calidad del informe, donde se exponen las alternativas de las soluciones con seguridad y claridad.

El estudiante P01 demostró amplio dominio en las tres primeras acciones, en la cuarta acción tuvo algunas imprecisiones en el lenguaje, en relación con las unidades de las variables, las que son rectificadas con la intervención del profesor.

Expone el alumno P11 las tres primeras acciones de forma correcta, no obstante, en la interpretación de los datos tiene imprecisiones en relación con algunos conceptos que son utilizados en el problema. Con la intervención del profesor él responde correctamente, poniendo en duda la forma de expresarse en la lengua materna.

El estudiante P07 comprende bien el problema, construye y explica el significado de cada ecuación, pero presenta dificultades en la interpretación de los elementos que componen las ecuaciones. Resuelve correctamente el sistema de ecuaciones lineales y presenta algunos errores, sin mayores trascendencia en la interpretación en relación con unidades de medidas, aunque con las preguntas y ayuda del profesor enmienda los errores.

Este alumno P04 se caracteriza por la falta de concentración, evidenciada en las acciones comprender el problema, construir el sistema de ecuaciones e interpretación de la solución. En las preguntas anteriores cometió errores sin mayores

consecuencias y cuando el profesor preguntaba nuevamente, él rectificaba sin grandes dificultades.

En la acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales se apoyó en la computadora utilizando el Derive y fue realizado el trabajo de forma correcta.

Demuestra el alumno P03 tener dominio en la acción comprender el problema, explica satisfactoriamente el objetivo, extrae los datos y las condiciones del problema. En la segunda acción construye bien el sistema de ecuaciones lineales, identifica las variables y representa cada ecuación, pero cuando se le pregunta sobre el significado de los elementos muestra imprecisiones, con la intervención del profesor y con preguntas por parte de éste, termina respondiendo correctamente.

Él resuelve el sistema de ecuaciones lineales con ayuda del Derive, sin embargo, muestra imprecisiones en la construcción de la tabla de soluciones utilizando el comando "Table" del programa. En la exposición, la interpretación de la solución no fue del todo clara, presentando dificultades en realizar reporte que está relacionado con la redacción en el idioma portugués. El profesor interviene con preguntas y con dificultad responde.

Al intentar comprender el problema, el alumno P02 presenta dificultades en la extracción de datos, por consiguientes entra en conflicto en nombrar las variables con sus unidades de medidas. Consigue montar bien el sistema de ecuaciones lineales, pero no explica con claridad el significado de cada elemento del sistema. Resuelve correctamente el sistema y plantea las alternativas, sin embargo, continúa con los errores cometidos en la primera y segunda acciones, dificultando la interpretación de la solución.

Mostró el alumno P06 dominio en la comprensión del problema, pero con imprecisiones en la extracción de las condiciones que son posteriormente manifestadas en la explicación del significado de los elementos del sistema de ecuaciones. Resuelve correctamente el sistema de ecuaciones lineales, no obstante, la interpretación de los resultados no resulta clara, por consecuencias de las imprecisiones en la acción construir el sistema.

El estudiante P10 se retiró de la sala de clases una hora después de haber comenzado la prueba sin responder, negándose a realizar la prueba oral y los alumnos P05 y P09 faltaron a la evaluación.

En la pregunta uno los resultados de las acciones fueron decreciendo, siendo la solución e interpretación los de menores índices. En la pregunta dos los resultados fueron más estables y los alumnos alcanzaron las habilidades mínimas en las acciones y en el aprendizaje. A partir de la prueba se recogieron informaciones para el mejoramiento en el aprendizaje y se priorizó las acción interpretar, la de mayor dificultad (ver tabla 96).

Medidas	P-1					P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	3,73	3,18	2,64	2,18	11,7	3,45	3,27	3,64	3,00	13,4
Mediana	4	3	1	1	9	4	4	5	3	16
Moda	5	3	1	1	18	5	5	5	4	4
Máximo	5	5	5	5	20	5	5	5	5	20
Mínimo	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	4	4	4	4	16	4	4	4	4	16
D. Estándar	1,29	1,19	1,82	1,59	5,48	1,67	1,54	1,72	1,35	6,14
Varianza	1,65	1,42	3,32	2,51	30,02	2,79	2,38	2,96	1,82	37,69
C. Alfa Cronbach	0,94					0,98				

En la pregunta dos el 70% de los alumnos poseen las habilidades mínimas en el sistema de acciones y en el aprendizaje. A pesar del avance en la acción interpretar la solución, fue el peor resultado entre todas las acciones, incidiendo en el resultado del aprendizaje. Por esa razón en la próxima fase se trabajar con rigor en este sentido (ver tabla 97).

Frec. %	P-1				P-2			
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
"1"	9	9	55	64	27	27	27	27
"2"	9	18	0	0	0	0	0	0
"3"	18	36	0	0%	18	18	9	27
"4"	27	18	18	27%	9	27	9	36
"5"	36	18	27	9%	45	27	55	9

Los resultados de las puntuaciones z tienden a estabilizarse, mostrando una nivelación y disminuyendo las grandes diferencias iniciales (ver tabla 98).

Los alumnos con resultados en el intervalo “16-20”, tienen dominio de todas las acciones y por consiguiente un buen aprendizaje en la resolución de problemas. En el intervalos de “12-15”, de forma general, los alumnos poseen las habilidades mínimas en el sistema de acciones y en el aprendizaje. En los otros intervalos “4-7” y “8-11” los alumnos presentan dificultades para poder resolver problemas (ver tablas 99 y 100).

Un resultado a destacar en la pregunta dos, es que la mayoría de los alumnos se encuentran en el intervalo “12-20”, demostrando habilidades en la resolución de problemas. Se recuerda que los problemas son heurísticos, con un nivel alto de complejidad, donde la solución del sistema de ecuaciones es infinita y a partir de ahí los alumnos tienen que seleccionar cuáles son las soluciones de su problema.

Tabla 98. Puntuaciones z del grupo estudio de caso del instrumento tres

A	P-3					P-4				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
P01	0,2	-0,2	-0,9	-0,7	-0,5	0,9	1,1	0,8	0,7	0,9
P02	-1,3	-1,0	-0,9	-0,7	-1,0	-0,3	-0,2	0,8	0,0	0,1
P03	0,2	-0,2	0,7	-0,7	0,0	0,9	0,5	0,2	0,0	0,4
P04	1,0	0,7	1,3	1,1	1,1	0,3	0,5	0,8	0,7	0,6
P05	-0,6	-1,0	-0,9	-0,7	-0,9	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5
P06	0,2	-0,2	-0,9	-0,7	-0,5	-0,3	-0,2	-0,4	0,0	-0,2
P07	1,0	0,7	1,3	1,1	1,1	0,9	0,5	0,8	0,7	0,8
P08	1,0	1,5	1,3	1,8	1,5	0,9	1,1	0,8	1,5	1,1
P09	-0,6	-0,2	-0,9	-0,7	-0,7	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5
P10	-2,1	-1,8	-0,9	-0,7	-1,4	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5
P11	1,0	1,5	0,7	1,1	1,1	0,9	1,1	0,8	0,7	0,9

Tabla 99. Sistematización de los resultados de la P-1 del estudio de caso del instrumento tres

A	P-1															T					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
P08	X					X					X					X					20
P04		X					X				X					X					18
P07		X					X				X					X					18
P11		X				X					X						X				18
P03				X			X				X						X				12
P01				X			X				X									X	9
P06				X			X				X									X	9
P09				X			X					X								X	8
P05				X				X				X								X	7
P02				X				X					X							X	6
P10				X					X					X						X	4

Tabla 100. Sistematización de los resultados de la P-2 del estudio de caso del instrumento tres

A	P-2															T					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
P08	X					X					X					X					20
P01		X				X					X					X					19
P11		X				X					X					X					19
P07		X					X				X					X					18
P04		X					X					X				X					17
P03			X				X					X					X				16
P02			X				X					X				X					14
P06			X				X					X					X				12
P05					X					X					X					X	4
P09					X					X					X					X	4
P10					X					X					X					X	4

ANEXO 8. FASE IV

La última fase está relacionada con las etapas de formación de la acción en el lenguaje externo para sí y en el lenguaje interno.

8.1 Instrumento cuatro

En el primer semestre fueron evaluadas dos preguntas y en el segundo una pregunta. La segunda pregunta del primer semestre y la pregunta del segundo semestre son utilizadas en la investigación para comparar a los tres grupos.

Hay que destacar que los problemas utilizados conllevan a situaciones problema y que las condiciones de los problemas generan más de un sistema de ecuaciones lineales con infinitas soluciones. De acuerdo con las características de esos problemas, los alumnos deben de escoger las mejores soluciones.

8.1.1 Semestre 2008.1

A continuación se presentan las preguntas y posteriormente una breve descripción de la relación con los indicadores del sistema de acciones y del aprendizaje en la resolución de problemas en Matemática.

Pregunta 1

Una fábrica en la producción de tres tipos de productos desea tener una ganancia de R\$ 3.800,00. En la tabla se muestra la receta y la ganancia.

Tabla de la receta y ganancia por kilogramo				
	Producto I	Producto II	Producto III	Total
Receta	R\$/kg 300,00	R\$/kg 350,00	R\$/kg 400,00	R\$ r
Lucro	R\$/kg 150,00	R\$/kg 250,00	R\$/kg 200,00	R\$ 3.800,00

Leyenda: "kg" producción en kilogramos, "R\$" dinero en reales y "R\$ r" receta total en reales.

Las variables son las siguientes: “x” significa la cantidad de kilogramos del producto I, “y” significa la cantidad de kilogramos del producto II y “z” significa la cantidad de kilogramos del producto III.

Las siguientes ecuaciones lineales representa el modelo matemático:

$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ 300x + 350y + 400z = r \\ 150x + 250y + 200z = 3800 \end{cases} \quad \text{La solución del sistema es:}$$

$x = \frac{8200-r}{150}$, $y = \frac{7600-r}{150}$, $z = \frac{r-6400}{75}$ y analizando la no negatividad de las variables x, y, z, o sea, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ se puede concluir que la receta total varia de $6400 \leq r \leq 7600$

r = 6400	x = 12	y = 8	z = 0
r = 6500	x = 11.3	y = 7.3	z = 1.3
r = 6600	x = 10.6	y = 6.6	z = 2.6
r = 6700	x = 10	y = 6	z = 4
r = 6800	x = 9.3	y = 5.3	z = 5.3
r = 6900	x = 8.6	y = 4.6	z = 6.6
r = 7000	x = 8	y = 4	z = 8
r = 7100	x = 7.3	y = 3.3	z = 9.3
r = 7200	x = 6.6	y = 2.6	z = 10.6
r = 7300	x = 6	y = 2	z = 12
r = 7400	x = 5.3	y = 1.3	z = 13.3
r = 7500	x = 4.6	y = 0.7	z = 14.6
r = 7600	x = 4	y = 0	z = 16

Determine:

a) En el sistema de ecuaciones lineales qué significa “350y” y “150x+250+200z=3800”. Fundamenta tu respuesta.

b) Haga un informe sobre la producción, receta y ganancia, considerando que la demanda de las cantidades de kilogramos del producto I debe ser igual o superior al 40 % de la producción total.

c) Considerando la receta máxima determine la ganancia máxima. Fundamenta tu respuesta.

Pregunta 2

Una empresa produce unidades de tres tipos de productos con un consumo total de materia prima de 1425 kilogramos. Por cada unidad del producto I se consumen 20 kilogramos de materia prima, con un costo de R\$ 15,00 y un tiempo de producción de 36 minutos, del producto II se consumen 10 kilogramos de materia prima y el costo es de R\$ 10,00 en un tiempo de 30 minutos y para el producto III se consumen 15 kilogramos a R\$ 25,00 en 24 minutos.

a) Determine la cantidad total de unidades para una jornada semanal de trabajo de 48 horas, de lunes a sábado. Fundamenta tu respuesta.

b) Si la empresa se reduce la jornada semanal de trabajo a 40 horas, también de lunes a viernes, cuál sería la cantidad total de unidades. Fundamenta tu respuesta.

c) Analizando las dos propuestas determine la cantidad total y por unidad de cada producto, considerando que la producción de unidades del producto I debe ser la mayor posible y con el menor costo. Fundamenta tu respuesta.

En la pregunta uno el problema trata sobre producción en kilogramos, receta y ganancia y en ella el alumno recibe elementos de la primera, segunda y tercera acción. El inciso a) está direccionado a saber si el alumno comprendió el problema (Y^1); en el inciso b) se debe realizar un informe de las posibles soluciones, según las condiciones contextuales y en el c) se propone construir un nuevo sistema de ecuaciones lineales (Y^2), resolverlo (Y^3) e interpretar la solución (Y^4).

En la pregunta dos el problema se vincula a la producción en unidades, consumo de materia prima y tiempo de producción. El alumno para poder responder los incisos a) y b) debe realizar un sistema de cuatro acciones. El nivel de generalización en este problema aumentó con relación a los anteriores.

8.1.2 Semestre 2008.2

Seguidamente se presenta la pregunta de esta última etapa, caracterizada por ser una situación problema. La interpretación de la solución toma una dimensión muy importante en relación con los tipos de problemas precedentes y la utilización de la computadora con el programa Derive es imprescindible para ofrecer la respuesta necesaria.

Problema 1

Una fábrica tiene una capacidad diaria para producir 2100 kilogramos de tres de comidas para perros, con un costo de R\$ 7800. Cada kilogramo del tipo I de comida contiene 100 gramos de vegetales, el costo es de R\$ 2,50 y la receta de R\$ 4,00; la comida del tipo II contiene 200 gramos de vegetales, el costo es de R\$ 5,00 y la receta de R\$ 8,00 y la comida del tipo III contiene 300 gramos de vegetales, el costo es de R\$ 4,00 y la receta de R\$ 5,00.

a) Determine la cantidad de kilogramos de cada tipo de comida, la cantidad total de gramos de vegetales y la renta total.

b) Debido a la crisis económica el costo de un kilogramo de cada tipo de comida aumentó en 12%. Se desea mantener el mismo tipo de costo total y las recetas de un kilogramo de cada tipo de comida. Determine la cantidad de kilogramos de cada tipo de comida, la cantidad total de gramos de vegetales y la renta total.

c) Realizar un reporte anterior y posterior a la crisis económica en relación al lucro total.

En la situación problema planteada, en un primer momento el alumno debe de transitar por las acciones y a partir del análisis de la solución se debe realizar un levantamiento de datos y realizar nuevamente las cuatro acciones. Se tienen dos situaciones con sus respectivas soluciones e interpretaciones y debe decidirse cuál es la mejor solución del problema. Los problemas tienen un nivel superior de generalización y de complejidad.

8.2 Resultados

Seguidamente se explican los resultados de las situaciones problema en los tres grupos.

8.2.1 Semestre 2008.1

Con esta fase se completan las dos últimas etapas de la formación de la acción del lenguaje externo para sí y del lenguaje interno. El método utilizado en las clases se vincula al trabajo individual y la ayuda del profesor es esporádica y a solicitud de los alumnos.

Con esta fase se completa la carga horaria de clases de la asignatura Álgebra Lineal que son 60 horas. Los resultados de asistencia a clases se mantienen muy parecidos a la fase anterior, con un porcentaje algo superior al del grupo de control. Los alumnos que presentaron problemas de asistencia inferior al 75% vienen arrastrando dificultades desde las fases anteriores (ver tabla 101).

Las preguntas dos fue común para ambos grupos, los resultados mostrados en las tablas 102 y 103 demuestran que el aprendizaje de los alumnos en el grupo experimental es superior. Siete alumnos tienen calificaciones superiores a 12 puntos y en cuanto al grupo de control solamente dos. El resto de los alumnos obtuvieron puntuaciones mínimas.

La interpretación de la solución continúa siendo la acción donde los alumnos presentan las mayores dificultades. En el grupo experimental todo parece indicar que faltó una orientación más efectiva, ya que se demuestran habilidades mínimas en las tres primeras acciones, lo que es una condición necesaria para obtener éxito en la cuarta acción. En el grupo de control la dificultad radica en que no hay dominio de las tres primeras acciones y por consiguiente resultó difícil interpretar la solución.

Tabla 101. Asistencia acumulada hasta la fase cuatro del grupo de experimental y de control					
G ₁			G ₂		
A	T. Asist.	% Asist.	A	T. Asist.	% Asist.
E01	41	67%	C01	50	82%
E02	50	82%	C02	59	97%
E03	46	75%	C03	34	56%
E04	59	97%	C04	61	100%
E05	39	64%	C05	58	95%
E06	45	74%	C06	43	70%
E07	44	72%	C07	58	95%
E08	59	97%	C08	55	90%
E09	56	92%	C09	49	80%
E10	53	87%	C10	58	95%
E11	52	85%	C11	55	90%
E12	53	87%	C12	58	95%
E13	61	100%	C13	58	95%
Total	658	83,0%	Total	696	87,8%

Tabla 102. Resultado del grupo experimental del instrumento cuatro													
A	P-1a)					P-1b)			P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
E01	3	1	1	1	6	3	1	4	2	1	1	1	5
E02	5	5	5	3	18	5	4	9	2	2	2	1	7
E03	5	5	5	4	19	5	4	9	5	5	5	4	19
E04	3	1	1	1	6	3	4	7	3	3	5	2	13
E05	3	1	1	1	6	3	1	4	5	5	5	3	18
E06	4	5	5	3	17	4	2	6	5	5	4	1	15
E07	2	1	1	1	5	2	1	3	1	1	1	1	4
E08	4	1	1	1	7	4	4	8	5	5	5	4	19
E09	2	1	1	1	5	2	1	3	3	3	3	1	10
E10	3	1	1	3	8	3	4	7	4	4	5	2	15
E11	3	1	1	1	6	3	1	4	3	3	3	1	10
E12	3	1	1	1	6	3	4	7	5	5	5	3	18
E13	1	1	1	1	4	1	1	2	2	2	2	1	7

Tabla 103. Resultado del grupo de control del instrumento cuatro

A	P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
C01	2	1	1	1	5
C02	2	2	1	1	6
C03	1	1	1	1	4
C04	1	1	1	1	4
C05	5	5	5	3	18
C06	1	1	1	1	4
C07	2	1	1	1	5
C08	4	4	5	2	15
C09	2	1	1	1	5
C10	2	1	1	1	5
C11	2	2	1	1	6
C12	2	1	1	1	5
C13	1	1	1	1	4

Los alumnos del grupo experimental en la pregunta 1b) demostraron cierta mejoría en la interpretación de los resultados, sin embargo, las dificultades principales prevalecen (ver tabla 104).

Comparando ambos grupos en la pregunta dos, se puede observar en la tabla 105 que los resultados de las acciones y en el aprendizaje son mejores en el grupo experimental, tomando como parámetros la media, la mediana y la moda. Sin embargo, los resultados en la acción interpretar son ligeramente superiores en el grupo experimental. Un elemento destacado es la fiabilidad del coeficiente de alfa Cronbach en todas las preguntas de esta fase.

Tabla 104. Medidas de tendencia central (P-1a, P-1b) del grupo experimental y de control del instrumento cuatro

Medidas	G ₁							
	P-1a)					P-1b)		
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ⁴	Y
Media	3,15	1,92	1,92	1,69	8,69	3,15	2,46	5,62
Mediana	3	1	1	1	6	3	2	6
Moda	3	1	1	1	6	3	1	4
Máximo	5	5	5	4	19	5	4	9
Mínimo	1	1	1	1	4	1	1	2
Rango	4	4	4	3	15	4	3	7
D. Estándar	1,10	1,69	1,69	1,07	5,19	1,10	1,45	2,31
Varianza	1,21	2,84	2,84	1,14	27	1,21	2,09	5,31
C. Alfa Cronbach	0,94					0,76		

Tabla 105. Medidas de tendencia central (P-2) del grupo experimental y de control del instrumento cuatro

Medidas	G ₁					G ₂				
	P-2					P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	3,46	3,38	3,54	1,92	12,31	2,08	1,69	1,62	1,23	6,62
Mediana	3	3	4	1	13	2	1	1	1	5
Moda	5	5	5	1	7	2	1	1	1	5
Máximo	5	5	5	4	19	5	5	5	3	18
Mínimo	1	1	1	1	4	1	1	1	1	4
Rango	4	4	4	3	15	4	4	4	2	14
D. Estándar	1,39	1,50	1,55	1,14	5,25	1,14	1,26	1,44	0,58	4,31
Varianza	1,94	2,24	2,4	1,3	27,6	1,30	1,60	2,08	0,33	18,5
C. Alfa Cronbach	0,95					0,95				

Confirmando los análisis anteriores, en la pregunta uno i) el 76 % de los alumnos comprende el problema con resultados superiores a tres puntos y solamente el 31 % consigue realizar alguna interpretación de los resultados y ningún de ellos obtuvo puntuación máxima. En la pregunta uno ii) los resultados son parecidos, el 76 % comprende el problema y solamente un 46% consigue interpretarlo (ver tabla 106).

Tabla 106. Frecuencia en porcentaje por acciones (P-1a e P-1b) del grupo experimental del instrumento cuatro

Frec. %	G ₁					
	P-1a				P-1b	
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ⁴
“1”	8	77	77	69	8	46
“2”	15	0	0	0	15	8
“3”	46	0	0	23	46	0
“4”	15	0	0	8	15	46
“5”	15	23	23	0	15	0

El la pregunta dos, en la primera, segunda, tercera y cuarta acciones, los resultados superiores a tres puntos en el grupo experimental son respectivamente 69%, 69%, 70%, 30% y en el grupo de control de 16%, 16%, 15% y 8% (ver tabla 107).

En las tablas 108 y 109 se puede observar el avance de los alumnos dentro del grupo y que no existe un comportamiento homogéneo entre ellos, aunque quizás si hubo cierto equilibrio en la tercera acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales.

Tabla 107. Frecuencia en porcentaje por acciones (P- 2) del grupo experimental y de control del instrumento cuatro

Frec. %	G ₁				G ₂			
	P-2				P-2			
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
“1”	8	15	15	54	31	69	85	85
“2”	23	15	15	15	54	15	0	8
“3”	23	23	15	15	0	0	0	8
“4”	8	8	8	15	8	8	0	0
“5”	38	38	46	0	8	8	15	0

Tabla 108. Puntuaciones z (P-1a, P-1b) del grupo experimental del instrumento cuatro

A	P-1a					P-1b		
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y	Y ¹	Y ⁴	Y
E01	-0,14	-0,55	-0,55	-0,65	-0,52	-0,14	-1,01	-0,70
E02	1,68	1,83	1,83	1,23	1,79	1,68	1,06	1,47
E03	1,68	1,83	1,83	2,17	1,98	1,68	1,06	1,47
E04	-0,14	-0,55	-0,55	-0,65	-0,52	-0,14	1,06	0,60
E05	-0,14	-0,55	-0,55	-0,65	-0,52	-0,14	-1,01	-0,70
E06	0,77	1,83	1,83	1,23	1,60	0,77	-0,32	0,17
E07	-1,05	-0,55	-0,55	-0,65	-0,71	-1,05	-1,01	-1,13
E08	0,77	-0,55	-0,55	-0,65	-0,33	0,77	1,06	1,03
E09	-1,05	-0,55	-0,55	-0,65	-0,71	-1,05	-1,01	-1,13
E10	-0,14	-0,55	-0,55	1,23	-0,13	-0,14	1,06	0,60
E11	-0,14	-0,55	-0,55	-0,65	-0,52	-0,14	-1,01	-0,70
E12	-0,14	-0,55	-0,55	-0,65	-0,52	-0,14	1,06	0,60
E13	-1,96	-0,55	-0,55	-0,65	-0,90	-1,96	-1,01	-1,57

En las tablas 110, 111 y 112 se encuentran los resultados agrupados en cuatro grupos: el primer grupo en el intervalo de “4-7”, el segundo grupo en el de “8-11”, en el tercer grupo de “12-15” y en el último grupo de “16-20”.

Los alumnos que se encuentran en el cuarto grupo poseen un alto desarrollo de las habilidades en las acciones comprender el problema, construir y solucionar el sistema ecuaciones lineales, así como en las habilidades para interpretar la solución, pero en ocasiones con imprecisiones en esta última acción.

En el tercer grupo los alumnos poseen gran desarrollo de habilidades en la solución del sistema de ecuaciones, con las mínimas habilidades requeridas para la comprender el problema y construir el sistema de ecuaciones lineales y con pocas habilidades en la acción interpretar.

El segundo grupo se caracteriza por alumnos que tienen las mínimas habilidades en las tres primeras acciones y ninguna habilidad para la cuarta acción. Los alumnos que se encuentran en el primer grupo no poseen habilidades en estas acciones.

Tabla 109. Puntuaciones z (P-2) del grupo experimental y de control del instrumento cuatro

A	G ₁					A	G ₂				
	P-2						P-2				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y		Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
E01	-1,05	-1,59	-1,64	-0,81	-1,39	C01	-0,07	-0,55	-0,43	-0,40	-0,38
E02	-1,05	-0,93	-0,99	-0,81	-1,01	C02	-0,07	0,24	-0,43	-0,40	-0,14
E03	1,10	1,08	0,94	1,82	1,27	C03	-0,94	-0,55	-0,43	-0,40	-0,61
E04	-0,33	-0,26	0,94	0,07	0,13	C04	-0,94	-0,55	-0,43	-0,40	-0,61
E05	1,10	1,08	0,94	0,94	1,08	C05	2,56	2,62	2,35	3,07	2,64
E06	1,10	1,08	0,30	-0,81	0,51	C06	-0,94	-0,55	-0,43	-0,40	-0,61
E07	-1,77	-1,59	-1,64	-0,81	-1,58	C07	-0,07	-0,55	-0,43	-0,40	-0,38
E08	1,10	1,08	0,94	1,82	1,27	C08	1,69	1,83	2,35	1,34	1,95
E09	-0,33	-0,26	-0,35	-0,81	-0,44	C09	-0,07	-0,55	-0,43	-0,40	-0,38
E10	0,39	0,41	0,94	0,07	0,51	C10	-0,07	-0,55	-0,43	-0,40	-0,38
E11	-0,33	-0,26	-0,35	-0,81	-0,44	C11	-0,07	0,24	-0,43	-0,40	-0,14
E12	1,10	1,08	0,94	0,94	1,08	C12	-0,07	-0,55	-0,43	-0,40	-0,38
E13	-1,05	-0,93	-0,99	-0,81	-1,01	C13	-0,94	-0,55	-0,43	-0,40	-0,61

Tabla 110. Sistematización de los resultados de la P-1a) del grupo experimental del instrumento cuatro

A	P-1a)															T					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
E03			X			X					X				X						19
E02			X			X					X				X						18
E06			X			X					X				X						17
E10			X						X				X							X	8
E08					X				X		X									X	7
E01					X				X		X									X	6
E04					X				X		X									X	6
E05					X				X		X									X	6
E11					X				X		X									X	6
E12					X				X		X									X	6
E07					X				X					X						X	5
E09					X				X					X						X	5
E13					X				X					X						X	4

Tabla 111. Sistematización de los resultados de la P-2 del grupo experimental del instrumento cuatro

A	P-2															T					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
E03	X					X					X					X					19
E08		X				X					X					X					19
E05			X			X					X					X					18
E12			X			X					X					X					18
E06					X	X					X					X					15
E10				X			X					X				X					15
E04				X				X					X			X					13
E09					X			X					X					X			10
E11					X			X					X					X			10
E02				X					X					X					X		7
E13				X					X					X					X		7
E01				X					X					X						X	5
E07				X						X					X					X	4

Tabla 112. Sistematización de los resultados de la P-2 del grupo de control del instrumento cuatro

A	P-2															T					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
C05			X			X					X					X					18
C08				X			X					X					X				15
C02					X				X					X						X	6
C11				X					X					X						X	6
C01				X						X				X						X	5
C07				X						X				X						X	5
C09				X						X				X						X	5
C10				X						X				X						X	5
C12				X						X				X						X	5
C03				X						X					X					X	4
C04				X						X					X					X	4
C06				X						X					X					X	4
C13				X						X					X					X	4

8.2.2 Semestre 2008.2

Esta última fase está relacionada con las etapas de formación de las acciones de lenguaje externo para sí y lenguaje interno. Las últimas 10 horas de la asignatura complementan la carga horaria de 60 horas. La asistencia a clases se comportó de forma satisfactoria durante todo el semestre, con un 89,5% (ver tabla 113).

A	T. Asist.	% Asist.
P01	53	88%
P02	60	100%
P03	54	90%
P04	57	95%
P05	55	92%
P06	58	97%
P07	60	100%
P08	55	92%
P09	37	62%
P10	50	83%
P11	52	87%
Total	591	89,5%

Los alumnos demostraron un avance significativo en la última fase, tal y como puede observarse en las tablas 114, 115 y 116. Un elemento a destacar es el dominio absoluto en la acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales, donde todos los alumnos obtuvieron calificación máxima. Los resultados más bajos fueron en la acción interpretar la solución, ya que los alumnos llevaban siempre un tiempo mayor para madurar en esta acción. Sin embargo, están preparadas las condiciones para lograr un salto hacia los buenos resultados, principalmente en las tres primeras acciones

A	P-1				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
P01	5	5	5	4	19
P02	3	3	5	3	14
P03	5	5	5	3	18
P04	5	5	5	4	19
P05	5	5	5	4	19
P06	3	3	5	3	14
P07	5	4	5	4	18
P08	5	4	5	4	18
P09	5	4	5	4	18
P10	3	3	5	2	13
P11	5	5	5	4	19

Hay que destacar que en la primera acción ningún alumno obtuvo calificaciones de mal (2) y muy mal (1). Con calificaciones de bien (4) y muy bien (5) se alcanzó el 73% para la dicha acción, el 71% para la segunda acción, el 100% para la tercera acción y

el 64% para la acción interpretar. En la acción solucionar el sistema de ecuaciones lineales, con el apoyo del programa Derive, los alumnos demostraron amplio dominio.

Tabla 115. Medidas de tendencia central del estudio de caso del instrumento cuatro					
Medidas	P-1				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
Media	4,45	4,18	5,00	3,55	17,2
Mediana	5	4	5	4	18
Moda	5	5	5	4	19
Máximo	5	5	5	4	19
Mínimo	3	3	5	2	13
Rango	2	2	0	2	6
D. Estándar	0,89	0,83	0,00	0,66	2,21
Varianza	0,79	0,69	0,00	0,43	4,88
C. Alfa Cronbach	0,81				

Tabla 116. Frecuencia en porcentaje por acciones del estudio de caso del instrumento cuatro				
Frec. %	P-1			
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴
“1”	0	0	0	0
“2”	0	0	0	9
“3”	27	27	0	27
“4”	0	27	0	64
“5”	73	45	100	0

Los alumnos demostraron tener nivel equilibrado al finalizar esta fase, la mayoría de ellos demostraron un aprendizaje por encima de los 18 puntos y tres alumnos con puntuaciones de 13 o 14 puntos. Casi la totalidad de los alumnos alcanzaron puntuaciones por encima de tres puntos en las acciones, lo que se considera la puntuación mínima de aprobación (ver tablas 117 y 118).

Tabla 117. Puntuaciones z del estudio de caso del instrumento cuatro

A	P-1				
	Y ¹	Y ²	Y ³	Y ⁴	Y
P01	0,2	-0,2	-0,9	-0,7	-0,5
P02	-1,3	-1,0	-0,9	-0,7	-1,0
P03	0,2	-0,2	0,7	-0,7	0,0
P04	1,0	0,7	1,3	1,1	1,1
P05	-0,6	-1,0	-0,9	-0,7	-0,9
P06	0,2	-0,2	-0,9	-0,7	-0,5
P07	1,0	0,7	1,3	1,1	1,1
P08	1,0	1,5	1,3	1,8	1,5
P09	-0,6	-0,2	-0,9	-0,7	-0,7
P10	-2,1	-1,8	-0,9	-0,7	-1,4
P11	1,0	1,5	0,7	1,1	1,1

Tabla 118. Sistematización de los resultado de la P-1 del estudio de caso del instrumento cuatro

A	P-1															T					
	Y ⁴					Y ²					Y ¹						Y ³				
	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2	1		5	4	3	2	1
P01		X				X					X					X					19
P04		X				X					X					X					19
P05		X				X					X					X					19
P11		X				X					X					X					19
P03			X			X					X					X					18
P07		X					X				X					X					18
P08		X					X				X					X					18
P09		X					X				X					X					18
P02			X					X			X							X			14
P06			X					X			X							X			14
P10				X				X			X							X			13

Los alumnos con puntuaciones de 18 y 19 puntos, demostraron tener bien desarrolladas las habilidades en las acciones comprender el problema y solucionar el sistema de ecuaciones lineales. También en las acciones construir el sistema de ecuaciones lineales e interpretar la solución, pero en ocasiones con algunas imprecisiones. Los alumnos con 14 puntos mostraron poseer habilidades en la acción solucionar y habilidades mínimas en las otras tres acciones. El único alumno que obtuvo 13 puntos, evidenció tener las mismas habilidades que los del grupo que tiene 14, a excepción de la acción interpretar la solución, donde ese alumno presentó dificultades.