



UNIVERSIDAD DE JAÉN

**ESCUELA POLITÉCNICA
SUPERIOR DE JAÉN
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA**

TESIS DOCTORAL
**APLICACIÓN DE FLUJOS DE CARGA
PROBABILISTAS EN SISTEMAS
FOLTOVOLTAICOS**

**PRESENTADA POR:
FRANCISCO JAVIER RUIZ RODRÍGUEZ**

**DIRIGIDA POR:
DR. D. FRANCISCO JURADO MELGUIZO
DR. D. JESÚS DE LA CASA HERNÁNDEZ**

JAÉN, 28 DE SEPTIEMBRE DE 2012

ISBN 978-84-8439-681-9

UNIVERSIDAD DE JAÉN

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE JAÉN



TESIS DOCTORAL

**Aplicación de flujos de carga probabilistas en
sistemas fotovoltaicos**

Francisco Javier Ruiz Rodríguez

Directores: Dr. Francisco Jurado Melguizo

Dr. Jesús de la Casa Hernández

Jaén, mayo 2012

UNIVERSIDAD DE JAÉN

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE JAÉN



TESIS DOCTORAL

**Aplicación de flujos de carga probabilistas en
sistemas fotovoltaicos**

Francisco Javier Ruiz Rodríguez

Los Directores de la Tesis

Fdo. Dr. Jesús de la Casa Hernández
Profesor Contratado Doctor

Fdo. Dr. Francisco Jurado Melguizo
Catedrático de Universidad

UNIVERSIDAD DE JAÉN

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE JAÉN



TESIS DOCTORAL

**Aplicación de flujos de carga probabilistas en
sistemas fotovoltaicos**

Francisco Javier Ruiz Rodríguez

El acto de defensa y lectura de Tesis se celebra el día de de 2012 en la
Universidad de Jaén, ante el siguiente Tribunal evaluador quién decide otorgar la
calificación de:

.....

El Presidente

El Secretario

El vocal

UNIVERSIDAD DE JAÉN

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE JAÉN



TESIS DOCTORAL

**Aplicación de flujos de carga probabilistas en
sistemas fotovoltaicos**

Francisco Javier Ruiz Rodríguez

Directores de Tesis:

Francisco Jurado Melguizo

Catedrático de Universidad (Universidad de Jaén)

Jesús de la Casa Hernández

Profesor Contratado Doctor (Universidad de Jaén)

TRIBUNAL EVALUADOR

Jaén, mayo 2012

Agradecimientos

No sólo quiero dar gracias por la ayuda prestada a la confección de esta Tesis, sino también a todas las personas que han estado a mi lado durante todos estos años.

En primer lugar dar gracias a mis directores de Tesis, Francisco Jurado Melguizo y Jesús de la Casa Hernández, por sus buenos consejos, dedicación y su sabiduría compartida.

A todos los amigos que me han apoyado desde que me embarqué en la realización de esta Tesis, tanto de mi pueblo, Navas de San Juan, como de cualquier otro sitio, por animarme en los momentos bajos y por los buenos momentos que hemos pasado y espero que sigamos pasando. Y sobre todo por comprender mi ausencia en momentos difíciles.

Finalmente, dar gracias a mi familia, tíos, tías, primos, primas..., a mis hermanos José Julián y Antonio, y en especial a mis padres, Julián y Ana, por haberme mostrado su apoyo incondicional durante la realización de esta Tesis.

Gracias a todos.

RESUMEN

La mayor parte de la energía eléctrica es generada de forma centralizada en grandes centrales eléctricas, transmitida a través de redes de transporte en alta tensión y finalmente distribuida a los consumidores por medio de redes de distribución en media y baja tensión, sin embargo, la generación distribuida (GD) va ganando relevancia. La tecnología fotovoltaica es una de las fuentes de GD y, actualmente, la mayor parte de las instalaciones fotovoltaicas instaladas son sistemas fotovoltaicos conectados a la red (SFCRs).

Para el estudio de los sistemas eléctricos, el enfoque clásico realiza un análisis determinista, en el que no se tienen en cuenta las incertidumbres asociadas a los mismos, como pueden ser la predicción de la carga y generación.

En este sentido, esta Tesis Doctoral ha desarrollado una metodología para analizar las redes eléctricas radiales desde una perspectiva probabilista. Se ha implementado un modelo probabilista que incluye los generadores fotovoltaicos y la carga en esta metodología.

Asimismo, se desarrolla un método que optimiza la ubicación y tamaño de los generadores fotovoltaicos minimizando las pérdidas, también con un enfoque estocástico.

El estudio se realiza sobre un sistema radial típico, comparando los resultados en varias situaciones de funcionamiento: sin GD, con GD en verano, con GD en invierno y con GD en verano y optimizando la posición y el tamaño de los generadores fotovoltaicos.

Los resultados de la metodología propuesta se comparan con otra metodología basada en la simulación de Monte Carlo, con objeto de su validación.

Los resultados permiten obtener una visión completa de cómo influyen en el sistema las incertidumbres asociadas a las cargas y a los generadores fotovoltaicos.

ABSTRACT

Most of electric energy is generated as centralized in large power plants, transmitted through high-voltage transmission systems and finally distributed to consumers through via medium and low-voltage distribution networks, however, distributed generation (DG) is gaining relevance. Photovoltaic technology is a type of source for DG and, currently, most of the installed photovoltaic installations are Photovoltaic Grid connected systems (PVGCSs).

In order to study the electrical systems, the classical approach performs a deterministic analysis, which does not take into account the uncertainties associated with them, such as the prediction of the load and generation.

In this way, this Thesis has developed a methodology for analysing radial power networks from a probabilistic perspective. A probabilistic model that includes photovoltaic generators and load has been implemented in this methodology.

Also, it has been developed a method that optimizes the location and size of the photovoltaic generators, minimizing losses, as well with a stochastic approach.

The study is performed using a radial typical system, comparing the results for several situations of operation: without DG, with DG in summer, with DG in winter and with DG in summer and optimizing the position and size of the photovoltaic generators.

Results of the proposed methodology are compared against another methodology based on Monte Carlo simulation, in order to its validation.

The results allow obtaining a comprehensive overview of how the system is influenced by the uncertainties associated with the loads and the photovoltaic generators.

ÍNDICE:

Lista de símbolos.....	xiii
Lista de figuras	xxiii
Lista de tablas.....	xxvii
Lista de abreviaturas	xxix
1. OBJETIVOS Y PLANTEAMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL	1
1.1. Introducción	1
1.2. Objetivos y planteamiento de la Tesis.....	4
1.3. Estructura de la Tesis	5
2. FLUJO DE CARGAS	7
2.1. Introducción	7
2.2. Definiciones sobre la topología del circuito.	8
2.3. Matriz de admitancias del sistema.	9
2.4. Ecuaciones del flujo de cargas.	13
2.5. Flujos de potencia por las líneas.	16
2.6. Flujos de potencia a través de los transformadores.....	18
2.7. Flujo de cargas en sistemas radiales.....	20
<i>2.7.1. Numeración de líneas.....</i>	<i>21</i>
<i>2.7.2. Método de resolución.....</i>	<i>22</i>
2.7.2.1. Criterio de convergencia.....	23
3. Generación distribuida.....	25
3.1. Introducción.	25
3.2. Definición de generación distribuida.	26
3.3. Tecnologías de generación distribuida.....	31
3.4. Aplicaciones de la generación distribuida.	34
3.5. Duración del suministro de la generación distribuida y tipo de energía generada.	36
3.6. Beneficios de la generación distribuida.....	37
4. Flujo de cargas radial probabilista	41

4.1. Introducción	41
4.2. Caracterización del problema de flujo de cargas probabilista.....	43
4.3. Ecuaciones del flujo de cargas probabilista	45
4.4. Aproximación lineal.....	45
4.4.1. <i>Formulación lineal del problema</i>	46
4.4.2. <i>Flujos de potencia por las líneas</i>	49
4.4.2.1. Potencia activa y reactiva.....	49
4.4.2.2. Potencia aparente.....	50
4.4.3. <i>Pérdidas en el sistema.....</i>	52
4.5. Momentos y cumulantes.....	53
4.5.1. <i>Momentos</i>	54
4.5.2. <i>Cumulantes.....</i>	55
4.5.2.1. Propiedades de los cumulantes	56
4.6. Método analítico.....	57
4.6.1. <i>Resolución de flujo de cargas probabilista: Método de los cumulantes.....</i>	57
4.6.2. <i>Caracterización de las variables aleatorias</i>	60
4.6.2.1. Método de Gram- Charlier	60
4.6.2.2. Método de Cornish-Fisher	62
4.6.3. <i>Proceso para aplicación del flujo de cargas radial probabilista.....</i>	64
4.7. Método de simulación.....	65
4.7.1. <i>Resolución del flujo de cargas probabilista: Método de Monte Carlo</i>	65
4.7.2. <i>Aplicación del método de Monte Carlo al flujo de cargas probabilista</i>	66
5. Modelado de cargas y generador fotovoltaico.....	71
5.1. Introducción	71
5.2. Modelo probabilista de cargas conectadas a sistemas de distribución.....	72
5.3. Modelo probabilista para generadores fotovoltaicos conectados a la red.....	74

5.3.1. Introducción	74
5.3.2. Función de probabilidad para el índice de claridad	75
5.3.3. Función de probabilidad para la fracción de radiación difusa.....	76
5.3.4. Irradiancia global sobre superficie horizontal	77
5.3.5. Irradiancia difusa sobre superficie horizontal.....	79
5.3.6. Irradiancia global sobre superficie inclinada	80
5.3.7. Potencia eléctrica de salida	83
6. Técnicas metaheurísticas. Algoritmos basados en nubes de partículas	87
6.1. Introducción	87
6.2. Optimización con técnicas metaheurísticas.....	89
6.2.1. Técnicas Metaheurísticas.....	89
6.2.2. Clasificación de las técnicas metaheurísticas.....	91
6.2.2.1. Metaheurísticas basadas en trayectoria	91
6.2.2.2. Metaheurísticas basadas en población	92
6.3. Algoritmo PSO	93
6.3.1. Introducción al algoritmo PSO.....	93
6.3.2. Descripción del algoritmo PSO	96
6.4. Tipos de algoritmos PSO	99
6.5. Pseudocódigos del algoritmo PSO	100
6.5.1. Pseudocódigo del algoritmo PSO clásico.....	100
6.5.2. Pseudocódigo del PSO para codificación continua.....	101
6.5.3. Pseudocódigo del PSO para codificación binaria.....	102
6.6. Optimización en salto de rana	106
6.6.1. Algoritmo propuesto: Jumping Frog PSO	107
6.6.2. Método híbrido JFPSO-PRLF	109
7. Análisis, simulación y resultados.....	111
7.1. Introducción. Caso de estudio propuesto.....	111
7.2. Comprobación de la bondad de los métodos propuestos	113
7.3. Obtención de resultados sin generación distribuida.....	117
7.4. Obtención de resultados con generación distribuida.....	124

7.5. Uso del método híbrido JFPSO-PRLF	133
8. Conclusiones y futuras líneas de investigación	137
8.1. Conclusiones y aportaciones de la Tesis	137
8.2. Futuras líneas de investigación.....	139
ANEXOS	143
A1. Cálculo de momentos y cumulantes.....	145
<i>A1.1. Variables aleatorias en el flujo de cargas probabilista</i>	<i>145</i>
<i>A1.2. Cálculo de los momentos centrales de las distribuciones más frecuentemente usadas en el flujo de cargas probabilista.....</i>	<i>145</i>
A1.2.1. Distribución normal	145
A1.2.2. Distribución de Bernouilli	146
A1.2.3. Distribución binomial	146
<i>A1.3. Relación entre los momentos en torno al origen y los momentos centrales</i>	<i>147</i>
<i>A1.4. Cálculo de los cumulantes a partir de los momentos estadísticos y viceversa.....</i>	<i>148</i>
A1.4.1. Cálculo de los cumulantes a partir de los momentos centrales... 148	
A1.4.2. Cálculo de los momentos centrales a partir de los cumulantes... 148	
A1.4.3. Cálculo de los cumulantes a partir de los momentos en torno a cero	149
A1.4.4. Cálculo de los momentos en torno a cero a partir de los cumulantes.....	149
A2. Datos de la radiación solar.....	151
<i>A2.1. Magnitudes importantes en la radiación solar</i>	<i>151</i>
<i>A2.2. Efectos del ángulo de incidencia y el polvo</i>	<i>153</i>
A3. Parámetros de la radiación difusa	157
CURRÍCULUM VÍTAE.....	187
PUBLICACIONES GENERADAS POR LA TESIS.....	189
BIBLIOGRAFÍA	165

Lista de símbolos

En esta Tesis Doctoral las variables y funciones utilizadas tendrán la siguiente notación de acuerdo al Sistema Internacional de unidades de medida¹. Las variables que representen a números complejos tendrán el superíndice \bar{X} . En el texto, cuando una variable represente a una variable aleatoria, será representada en negrita, \mathbf{X} .

Símbolo	Parámetro	Unidad/Símbolo
AO	Adelanto horario oficial	horas
\bar{a}	Valor medio de un conjunto de valores	
a_i	Valor de una variable en cada simulación en el método de Monte Carlo	
$aptitud_mejorpos$	Valor de aptitud o adaptación de la partícula con mejor solución local encontrada, correspondiente al vector $mejorpos$.	
$aptitud_mejorpos_i$	Valor de aptitud o adaptación de la partícula con mejor solución local encontrada, correspondiente al vector $mejorpos_i$.	
$aptitud_x_i$	Valor de aptitud, adaptación o adecuación de la posición correspondiente al vector x_i .	
B_0	Constante solar: 1367	W/m ²
$B_{0,dm}$	Irradiación extraterrestre media mensual sobre superficie horizontal	Wh/m ²
B_{ik}	Susceptancia de la línea entre los nudos i y k	Siemens (S), p.u.
b	Número de líneas de un sistema radial	
b_{ik}^{sh}	Susceptancia shunt de la línea $i-k$, según modelo de en π de una línea	Siemens (S), p.u.
CF_i	Valor del i -ésimo punto de la CDF usando el método de Cornish-Fisher	
C_w^t, C_p^t y C_g^t	Coefficientes de inercia en el algoritmo JFPSO	
C_k	Coefficientes de la expansión de Gram-Charlier de orden k	

¹ El Sistema Internacional de Unidades de medida (S.I.) es obligatorio en España y vigente en la Unión Europea de acuerdo al Real Decreto 1317/1989, de 27 de octubre de 1989 por el que se establecen las Unidades Legales de Medida.

dH	Distancia de Hamming	
$dH_{i_i}^t$	Vector que indica la distancia de Hamming entre la posición de la partícula, x_i , y su mejor posición, $mejorpos_i$, en la iteración t	
dH_{2i}^t	Vector que indica la distancia de Hamming entre la posición de la partícula, x_i , y la mejor posición global, $mejorposg$, en la iteración t	
$dH_{i_i,j}^t$	Es el bit en la posición j del vector $dH_{i_i} = (dH_{i_i,1}, dH_{i_i,2}, \dots, dH_{i_i,N})$ que denota la distancia de Hamming entre la posición de la partícula $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,N})$ y su mejor posición, $mejorpos_i$, en la iteración t .	
$dH_{2i,j}^t$	Es el bit en la posición j del vector $dH_{i_i} = (dH_{i_i,1}, dH_{i_i,2}, \dots, dH_{i_i,N})$ que denota la distancia de Hamming entre la posición de la partícula $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,N})$ y su mejor posición, $mejorposg$, en la iteración t .	
d_n	Número del día dentro del año, tomando como 1 el primer día del mes de enero	
d_{n1}	Primer día del mes en consideración	
d_{n2}	Último día del mes en consideración	
$F(x)$	Función de distribución acumulativa	
$FT_B(\theta_s)$	Coefficiente para los efectos del ángulo de incidencia y suciedad en la radiación directa	
$FT_D(\beta)$	Coefficiente para los efectos del ángulo de incidencia y suciedad en la radiación difusa	
$FT_R(\beta)$	Coefficiente para los efectos del ángulo de incidencia y suciedad en la radiación reflejada	
$f(x)$	Función de densidad de probabilidad	
$G_{B,h}(0)$	Irradiancia directa horaria sobre superficie horizontal	W/m ²
$G_{B,h}(\beta, \alpha)$	Irradiancia directa sobre superficie inclinada	W/m ²
GC_i	Valor del i -ésimo punto de la CDF usando el método de Gram-Charlier	
$G_{D,h}(0)$	Irradiancia difusa horaria sobre superficie horizontal	W/m ²
$G_{D,h}(\beta, \alpha)$	Irradiancia difusa sobre superficie inclinada	W/m ²
$G_{g,h}(0)$	Irradiancia global horaria sobre superficie horizontal	W/m ²
$G_{g,h}(\beta, \alpha)$	Irradiancia global sobre superficie inclinada	W/m ²

G_{ik}	Conductancia de la línea entre los nudos i y k	Siemens (S), p.u.
G_{NOCT}	Irradiancia en condiciones de operación normales sobre las células fotovoltaicas	W/m ²
$G_{R,h}(0)$	Irradiancia reflejada horaria sobre superficie horizontal	W/m ²
$G_{R,h}(\beta, \alpha)$	Irradiancia reflejada o de albedo sobre superficie inclinada	W/m ²
$gbest'_i$	Mejor posición encontrada para todas las partículas en el enjambre en la t -ésima iteración.	
$H_{D,h}(0)$	Irradiación difusa horaria sobre superficie horizontal	Wh/m ²
$H_{g,dm}(0)$	Irradiación global diaria media mensual sobre superficie horizontal	Wh/m ²
$H_{g,h}(0)$	Irradiación global horaria sobre superficie horizontal	Wh/m ²
$H_k(x)$	Polinomio de Hermite de orden k	
h	Hora	horas
\vec{I}_i	Corriente inyectada en el nudo i de un sistema eléctrico	A, p.u.
\vec{I}_{ii}	Corriente circulando entre el nudo i y tierra, en un sistema eléctrico	A, p.u.
\vec{I}_{ik}	Corriente circulando entre los nudos i y k de un línea en un sistema eléctrico	A, p.u.
$\vec{I}_i^{(k)}$	Inyección de corriente en el nudo i , en la iteración k	A, p.u.
$\vec{J}_L^{(k)}$	Corriente en la línea L en la iteración k	A, p.u.
K_D	Fracción difusa diaria de radiación solar	
K_T	Índice de claridad diario	
K_{Tu}	Valor máximo observado del índice de claridad	
\bar{K}_T	Valor medio del índice de claridad	
k_l	Índice de anisotropía	

k_d	Fracción difusa horaria de radiación solar	
k_t	Índice de claridad horario	
\bar{k}_d	Valor medio de la fracción difusa horaria	
$k_v^\xi, k_{\xi,v}$	Cumulante de orden v de la variable aleatoria ξ	
L	Línea cualquiera de un sistema eléctrico	
$L1$	Nudo de una línea de un sistema eléctrico radial más cercano al nudo raíz	
$L2$	Nudo de una línea de un sistema eléctrico radial más alejado al nudo raíz	
LH	Longitud del origen del huso horario	rad, °
LL	Longitud geográfica	rad, °
L_i^{inf}	Límite inferior de tensión	V, p.u.
L_i^{sup}	Límite superior de tensión	V, p.u.
$L_j(m, h)$	TDPs de cada j -ésimo clase de consumidor, mes a mes y hora a hora	W, p.u.
$L_j^{we}(m, h)$	TDPs de cada j -ésimo clase de consumidor en días de fin de semana, mes a mes	W, p.u.
$L_j^{wo}(m, h)$	TDPs de cada j -ésimo clase de consumidor en días laborales, mes a mes	W, p.u.
MC_i	Valor del i -ésimo punto de la CDF usando el método de Monte Carlo	
m	Mes del año	
$mejorpos$	Posición de la partícula con la mejor solución o aptitud.	
$mejorposg$	Posición de la mejor partícula considerando la nube completa	
$mejorpos_i$	Posición encontrada por la partícula i que posee la mejor solución.	
$mejorposli$	Posición de la mejor partícula perteneciente al entorno local de x_i	
N	Número de nudos de un sistema eléctrico	

N_x	Número de puntos considerados en el eje abscisas de la CDF	
n	Número de simulaciones en el método de Monte Carlo	
n_T	Número de grupos de simulaciones para la determinación del error del método de Monte Carlo	
P_{GD}	Potencia activa del sistema GD	W, p.u.
P_{Gi}	Potencia activa generada en el nudo i	W, p.u.
P_i	Potencia activa inyectada en el nudo i	W, p.u.
P_{ik}	Potencia activa fluyendo por la línea desde el nudo i a k	W, p.u.
P_{Li}	Potencia activa demandada en el nudo i	W, p.u.
P_{TR}	Potencia activa total de la red considerada	W, p.u.
\bar{P}_{ik}	Valor medio del flujo de potencia activa entre los nudos i y k	W, p.u.
$P_{Lk}^{wo}(m, h)$	Potencia activa consumida por el k -ésimo nudo del sistema en el m -ésimo mes y a la h -ésima hora, en un día laboral	W, p.u.
P_{pv}	Potencia activa de salida del generador fotovoltaico	W, p.u.
$P_K(K_T, \bar{K}_T)$	Función de densidad de probabilidad para el índice de claridad	
$P_k(k_d, k_t)$	Función de densidad de probabilidad para la fracción difusa horaria	
P'_w, P'_p y P'_g	Probabilidades inerciales en el algoritmo JFPSO	
$pbest'_i$	Mejor solución lograda para la partícula i -ésima en la t -ésima iteración	
$p_{w,max}, p_{w,min}, p_p,$ p_g	Constantes para el algoritmo JFPSO	
Q_{Gi}	Potencia reactiva generada en el nudo i	Var, p.u.
Q_i	Potencia reactiva inyectada en el nudo i	Var, p.u.
Q_{ik}	Potencia reactiva fluyendo por la línea desde el nudo i a k	Var, p.u.

Q_{Li}	Potencia reactiva demandada en el nudo i	Var, p.u.
$Q_{Lk}^{wo}(m, h)$	Potencia reactiva consumida por el k -ésimo nudo del sistema en el m -ésimo mes y a la h -ésima hora, en un día laboral	Var, p.u.
\bar{Q}_{ik}	Valor medio del flujo de potencia reactiva entre los nudos i y k	Var, p.u.
$rand_1, rand_2$	Número aleatorio entre 0 y 1.	
r_g	Factor de cambio de escala de tiempo en la irradiancia	
\vec{S}_{Gi}	Potencia compleja generada en el nudo i	VA, p.u.
\vec{S}_i	Potencia compleja inyectada en el nudo i	VA, p.u.
\vec{S}_{ik}	Potencia compleja fluyendo por la línea desde el nudo i a k	VA, p.u.
\vec{S}_{Li}	Potencia compleja demandada en el nudo i	VA, p.u.
$\vec{S}_i^{(k)}$	Inyección de potencia en el nudo i para la iteración k	VA, p.u.
Sup	Superficie total de captación del generador fotovoltaico	m ²
$sig()$	Función sigmoideal	
T	Número de intervalos de tiempo considerados en el factor r_g	
T_a	Temperatura ambiente	°C
T_{NOCT}	Temperatura de operación en condiciones normales	°C
TO	Tiempo oficial	horas
T_{ref}	Temperatura de referencia de las células fotovoltaicas	°C
t_{ik}	Valor de la toma de regulación de un transformador entre los nudos i y k	
t_{max}	Número de máximo de iteraciones establecido.	
\vec{V}_i	Tensión en el nudo i de en un sistema eléctrico	V, p.u.

\bar{V}_i	Valor medio de la tensión en el nudo i	V, p.u.
$\vec{V}_i^{(k)}$	Tensión en el nudo i , en la iteración k	V, p.u.
\bar{V}_i^j	Valor medio de la tensión en el nudo i para el grupo de simulaciones j	V, p.u.
v_i	Vector velocidad de la partícula i .	
v_i^t	Vector velocidad de la partícula i en la iteración t .	
$v_{i,j}^t$	Valor del bit en la posición j del vector de velocidad i , $v_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,N})$ en la iteración t .	
v_{max}	Valor máximo de los componentes del vector velocidad.	
W	Vector que representa las cantidades estimadas en las ecuaciones del flujo de cargas	W, Var, V, rad, °, p.u.
$h(X)$	Función no lineal dada por las ecuaciones del flujo de cargas, en función del vector X , que representa a las variables computadas	W, Var, V, rad, °, p.u.
X	Variable aleatoria genérica	
\bar{X}	Media de la variable aleatoria genérica X	
x_i	Vector posición de la partícula i .	
x_i^t	Vector posición de la partícula i en la iteración t .	
Y	Variable aleatoria genérica	
\bar{Y}	Media de la variable aleatoria genérica Y	
Y_{bus}	Matriz de admitancias de red	Siemens (S), p.u.
\bar{Y}_i	Suma de todos los elementos shunt en el nudo i	Siemens (S), p.u.
\bar{Y}_{ik}	Elemento (i, k) de la matriz de admitancias de red	Siemens (S), p.u.
\bar{y}_i	Admitancia en el nudo i de una red eléctrica	Siemens (S), p.u.
\bar{y}_{ik}	Admitancia de la rama $i-k$ de una red eléctrica	Siemens (S), p.u.

\vec{y}_{ik}^{sh}	Admitancia shunt de la línea $i-k$, según modelo de en π de una línea	Siemens (S), p.u.
\mathbf{Z}	Variable aleatoria resultado del producto de las variables aleatorias \mathbf{X} e \mathbf{Y}	
\vec{Z}_L	Impedancia serie de la línea L	Ω , p.u.
\vec{z}_{ik}	Impedancia de la rama $i-k$ de una red eléctrica	Ω , p.u.
α	Orientación de los paneles solares	rad, °
β	Inclinación de los paneles solares	rad, °
β_{ref}	Inclinación de referencia de los paneles solares	rad, °
$\Delta P_i^{(k)}$	Error en la potencia activa en el nudo i y la iteración k	W, p.u.
$\Delta Q_i^{(k)}$	Error en la potencia reactiva en el nudo i y la iteración k	Var, p.u.
$\Delta \mathbf{X}$	Desviación de la variable aleatoria \mathbf{X} alrededor de su valor medio	
$\Delta \mathbf{Y}$	Desviación de la variable aleatoria \mathbf{Y} alrededor de su valor medio	
δ	Declinación solar	rad, °
δ_i	Ángulo de la tensión en el nudo i	rad, °
δ_{ik}	Diferencia entre los ángulos δ_i y δ_k	rad, °
ε_{MC}	Error relativo del método de Monte Carlo	
ε_{GC}	Índice error estadístico para el método de Gram-Charlier	
ε_{CF}	Índice de error estadístico para el método de Cornish-Fisher	
$\varepsilon_{\mu_{V_i}^r}$	Error relativo del momento central de orden r para la tensión en el nudo i	
$\varepsilon_{\mu_V^r}$	Error relativo medio del momento central de orden r para la tensión en todos los nudos del sistema	
ε_0	Factor de corrección de excentricidad terrestre	

$\boldsymbol{\eta}$	Vector variable aleatoria de ruido en las ecuaciones del flujo de cargas	W, Var, V, rad, °, p.u.
η_c	Eficiencia eléctrica de los paneles fotovoltaicos	
η_{ref}	Eficiencia eléctrica de referencia de los paneles fotovoltaicos, a las condiciones de referencia	
θ_s	Ángulo de incidencia de los rayos solares sobre una superficie	rad, °
θ_{zs}	Distancia cenital	rad, °
θ_{ik}	Ángulo de la admitancia de la línea entre los nudos i y k	rad, °
μ	Media estadística de una variable aleatoria	
$\mu_j(m, h)$	Valor medio por hora de $L_j(m, h)$	W, p.u.
μ'_r	Momento estadístico en torno a cero de orden r	
μ_r	Momento estadístico en torno a la media (o central) de orden r	
$\mu_{V_i}^{r, an}$	Momento central de orden r para la tensión en el nudo i obtenido según el método analítico (cumulantes)	
$\mu_{V_i}^{r, MC}$	Momento central de orden r para la tensión en el nudo i obtenido según el método de Monte Carlo	
ρ	Reflectividad del suelo	
σ	Desviación típica de una variable aleatoria	
$\sigma_j(m, h)$	Desviación estándar de $L_j(m, h)$	
$\Phi(x)$	Función de distribución acumulativa de una variable aleatoria normal de media 0 y desviación típica 1.	
$\phi(x)$	Función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria normal de media 0 y desviación típica 1.	
$\Phi'(x)$	Primera derivada de $\Phi(x)$	
$\phi'(x)$	Primera derivada de $\phi(x)$	
$\Phi_x^{-1}(q)$	q -cuantil de una variable aleatoria x	

$\Phi_z^{-1}(q)$	q - cuantil de una variable normal estándar z	
ϕ	Latitud geográfica	rad, °
φ_1, φ_2	Pesos que controlan los componentes cognitivo y social del algoritmo PSO, respectivamente	
ω	Hora solar o tiempo solar verdadero	rad, °
ω_s	Ángulo de salida y puesta del sol	rad, °
ω^t	Factor de inercia en la iteración t	
ω_{max}	Factor de inercia inicial	
ω_{min}	Factor de inercia final	

Las referencias a ecuaciones se indicarán mediante paréntesis () y las referencias a publicaciones y textos mediante corchetes [].

Lista de figuras

Figura 2.1. Red de cinco nudos y cinco ramas.....	9
Figura 2.2. Sistema de cuatro nudos y cuatro líneas.....	10
Figura 2.3. Esquema de una línea genérica.....	17
Figura 2.4. Modelo de un transformador.....	18
Figura 2.5. Circuito equivalente en π de un transformador.....	19
Figura 2.6. Esquema típico de una red radial.....	21
Figura 2.7. Numeración de líneas de una red radial.....	21
Figura 4.1. Diagrama para flujo de cargas radial probabilista.....	64
Figura 4.2. Proceso de cálculo de flujo de cargas radial probabilista por el método de simulación.....	69
Figura 6.1. Ejemplo de “nube”. Banco de peces.....	94
Figura 6.2. Ejemplo de “nube”. Bandada de aves.....	95
Figura 6.3. Representación gráfica del movimiento de una partícula.....	98
Figura 6.4. Diagrama de flujo del algoritmo JFPSO-PRLF.....	110
Figura 7.1. Esquema del sistema a estudiar.....	111
Figura 7.2. Exactitud y tiempo de computación del método de Monte Carlo.....	114
Figura 7.3. CDF para la tensión en el nudo 3 obtenida mediante el método de Monte Carlo, para diferente número de simulaciones.....	114
Figura 7.4. Error relativo y tiempo de computación en función del número de cumulantes, método Gram Charlier.....	116
Figura 7.5. Error relativo y tiempo de computación en función del número de cumulantes, método Cornish-Fisher.....	117

Figura 7.6. PDF y CDF de la tensión en el nudo 2 sin generación distribuida.....	119
Figura 7.7. PDF y CDF de la tensión en el nudo 16 sin generación distribuida...	119
Figura 7.8. PDF y CDF del flujo de potencia aparente en la línea 11 sin generación distribuida.....	121
Figura 7.9. PDF y CDF del flujo de potencia aparente en la línea 23 sin generación distribuida.....	121
Figura 7.10. Perfil de tensiones del sistema.....	121
Figura 7.11. Función de distribución acumulativa de la tensión en un nudo genérico i	122
Figura 7.12. Posición de los generadores fotovoltaicos en el sistema.....	124
Figura 7.13. PDF de la potencia activa de salida de los generadores fotovoltaicos en verano.....	125
Figura 7.14. PDF de la potencia activa de salida de los generadores fotovoltaicos en invierno.....	126
Figura 7.15. Perfiles de tensión sin GD y con GD.....	127
Figura 7.16. CDF de la tensión en el nudo 24 con GD en verano.....	130
Figura 7.17. CDF de la tensión en el nudo 24 con GD en invierno.....	130
Figura 7.18. CDF del flujo de potencia aparente en la línea 20 con GD en verano.....	131
Figura 7.19. CDF del flujo de potencia aparente en la línea 20 con GD en invierno.....	131
Figura 7.20. Comparación PDFs de tensión en el nudo 2.....	132
Figura 7.21. Comparación PDFs de tensión en el nudo 16.....	132
Figura 7.22. Perfiles de tensión del sistema.....	134

Figura 7.23. Curva de convergencia del algoritmo JFPSO-PRLF.....	135
Figura A3.1. Cálculo de los parámetros de la PDF de k_d	159

Lista de tablas

Tabla 3.1. Características de las tecnologías de generación distribuida.....	33
Tabla 3.2. Comparación entre tipos de GD en función de sus aplicaciones....	35
Tabla 3.3. Comparativa de los tipos de GD según la energía eléctrica producida y la duración del suministro.....	36
Tabla 7.1. Datos para el sistema del IEEE de 33 nudos.....	112
Tabla 7.2. Cargas en los nudos para el sistema para un día laboral a las 12:00 a.m.....	113
Tabla 7.3. Error máximo y tiempo de computación en la reconstrucción de las funciones de distribución por los métodos de Gram-Charlier y Cornish-Fisher.....	116
Tabla 7.4. Media y desviación típica de la tensión en todos los nudos del sistema, sin GD.....	118
Tabla 7.5. Media y desviación típica de los flujos de potencia aparente en todas las líneas del sistema, sin GD.....	120
Tabla 7.6. Probabilidad de tensión normal en los nudos del sistema sin GD...	123
Tabla 7.7. Tiempos de computación sin GD.....	123
Tabla 7.8. Datos de los generadores fotovoltaicos.....	124
Tabla 7.9. Cumulantes de la variable Ppv para un día de verano.....	125
Tabla 7.10. Cumulantes de la variable Ppv para un día de invierno.....	126
Tabla 7.11. Media y desviación típica de tensiones representativas con GD...	127
Tabla 7.12. Probabilidad de tensión normal en los nudos del sistema.....	128
Tabla 7.13. Error relativo en los momentos centrales.....	129
	132

Tabla 7.14. Tiempo computacional con GD.....	
Tabla 7.15. Localización y capacidades óptimas de GD.....	134
Tabla A2.1. Valores recomendados para los parámetros a_r y c_2	154

Lista de abreviaturas

AC	<i>Alternating Current.</i> Corriente alterna.
ACO	Ant Colony Optimization. Algoritmo basado en Colonias de Hormigas.
AE	Algoritmos Evolutivos.
AG	Algoritmos Genéticos.
BD	Búsqueda Dispersa.
BIPV	<i>Building Integrated Photovoltaics.</i> SFCRs integrados en edificios.
BLI	Búsqueda Local Iterada.
BT	Búsqueda Tabú.
BVV	Búsqueda en Vecindario Variable.
CDF	<i>Cumulative Distribution Function.</i> Función de distribución acumulativa.
CIGRE	<i>International Council on Large Electric Systems.</i> Consejo Internacional de Grandes Redes Eléctricas.
CIREN	<i>International Conference and Exhibition on Electricity Distribution.</i> Congreso y Exposición Internacional sobre Distribución de Energía Eléctrica.
CTE	Código Técnico de la Edificación.
CHP	<i>Combined Heat and Power.</i> Sistema combinado de generación de energía eléctrica y térmica.
DC	<i>Direct Current.</i> Corriente continua.
DOE	<i>Department of Energy.</i> Departamento de la Energía de los Estados Unidos.
DPSO	<i>Discrete Particle Swarm Optimization.</i> Optimización discreta basada en nubes de partículas.
EE	Estrategias Evolutivas.
EPIA	<i>European Photovoltaic Industry Association.</i> Asociación del

	sector fotovoltaico en Europa.
EPRI	<i>Electric Power Research Institute</i> . Instituto para la Investigación de la Energía Eléctrica.
ES	Enfriamiento Simulado.
GD	Generación Distribuida.
IDEA	Instituto para la Diversificación y el Ahorro de la Energía.
IEA	<i>Internacional Energy Agency</i> . Agencia Internacional de la Energía.
JFO	<i>Jumping Frog Optimization</i> . Optimización en salto de rana.
JFPSO	<i>Jumping Frog Particle Swarm Optimization</i> . Optimización basada en nubes de partículas en salto de rana.
MatLab	<i>Matrix Laboratoty</i> . Laboratorio de matrices, lenguaje de programación.
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico
OPF	<i>Optimal Power Flow</i> . Flujo de cargas óptimo.
p.u.	Valores en por unidad.
PDF	<i>Probabilistic Density Function</i> . Función de densidad de probabilidad.
PE	Programación Evolutiva.
PRLF	<i>Probabilistic radial load flow</i> . Flujo de cargas radial probabilista.
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i> . Optimización basada en nubes de partículas.
SFCRs	Sistemas fotovoltaicos conectados a red
TDPs	<i>Typical daily profiles</i> . Perfiles típicos de carga diarios.
UE	Unión Europea.

CAPÍTULO 1:

Objetivos y planteamiento de la Tesis Doctoral

1.1. Introducción

La energía eléctrica es base esencial de la vida además de clave del desarrollo económico y social de un país. El enfoque tradicional para su generación se basa en la producción de forma centralizada en grandes centrales eléctricas mediante combustibles de origen fósil y nuclear. La energía eléctrica representa actualmente un 64 % del total del consumo en términos de energía primaria para los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).

El elevado consumo de recursos fósiles, a partir de la segunda mitad del siglo pasado, es la principal causa del calentamiento observado en el planeta, así lo revela el último informe emitido por el Panel Intergubernamental de Cambio Climático [1]. Las previsiones tanto de la Agencia Internacional de la Energía o *International Energy Agency* (IEA) [2] como del Departamento de la Energía de los Estados Unidos o *Department of Energy* (DOE) [3] indican que, además, este problema se agravará en los próximos años debido a la tendencia creciente del consumo energético a escala mundial,

con un incremento medio anual del 2,4 %. El DOE analiza diferentes escenarios de crecimiento con proyección 2030, que indican que éste será debido en mayor medida a los países asiáticos, del centro y sur de América y algunos más de África con una previsión del 3,5 % de crecimiento anual frente al 1,3 % estimado para los países de la OCDE.

El anterior problema medioambiental unido a la demanda creciente de energía reafirma que el modelo energético instaurado en los países desarrollados está en conflicto con el tan preconizado “desarrollo sostenible” [4]. Es esta la razón, por la que hoy más que nunca, se fomenta una política energética basada en la diversificación de recursos energéticos mediante energías renovables (eólica, minihidráulica, biomasa, solar -térmica y fotovoltaica-...).

En la actualidad, el mayor crecimiento entre las tecnologías renovables corresponde a la tecnología solar fotovoltaica y, en concreto, a los sistemas fotovoltaicos conectados a la red (SFCRs). Estos SFCRs pueden estar integrados en edificios o *Building Integrated Photovoltaics* (BIPV) (en tejados, fachadas, otras cubiertas...) o instalados en el suelo. Esta segunda opción es la que más auge ha experimentado en los últimos años proliferando el término “huertos solares” para este tipo de instalaciones.

Paralelamente, la industria fotovoltaica de fabricación de células y módulos fotovoltaicos [5] ha crecido a una tasa media anual superior al 35 % en todo el mundo desde 1998. Este escenario tendrá importantes repercusiones en el mercado internacional con un previsible descenso del precio de los módulos fotovoltaicos facilitando así, la incorporación de países en vías de desarrollo a esta tecnología.

A consecuencia de este panorama las previsiones futuras para el sector fotovoltaico estiman que se podría llegar a cubrir un 20 % de la demanda de electricidad, a escala mundial, con electricidad fotovoltaica en 2040 [6].

Los “huertos solares” antes mencionados, suelen estar conectados a redes de distribución. Hasta ahora, la función principal de las redes de distribución se ha limitado a la conexión de centrales de generación y redes transmisión a los consumidores finales. Como resultado, las redes de distribución siempre han sido consideradas como redes pasivas.

Sin embargo, el amplio uso de generación distribuida (GD), como es el caso de los huertos solares o generadores fotovoltaicos, está en proceso de transformarlas y hacerlas más activas [7]. La GD puede afectar a los perfiles de tensión ya que cuando un

generador opera en una red, la tensión aumenta. Aunque esto tiene la ventaja de hacer mayor el margen de seguridad y de reducir las pérdidas, también puede conducir a sobretensiones, especialmente en las inmediaciones de la unidad GD [8].

Los reglamentos de conexión (por ejemplo, IEEE 1547[9] y IEEE 929[10]) y los criterios que se aplican actualmente a la penetración de la GD [11,12] se basan en el análisis en estado estacionario determinista. Sin embargo, un análisis de flujo de carga determinista no puede medir objetivamente la frecuencia o especificar la ubicación en la que se producirán sobretensiones o subtensiones en la red durante un período de tiempo determinado (conforme a las normas EN 50160 [13] y IEC 61000-4-30 [14]). Esto puede lograrse mediante el uso del flujo de cargas probabilista [15,16], basado en técnicas analíticas [17] o el método de Monte Carlo [18].

El flujo de cargas probabilista fue descrito por primera vez por Borkowska en [15] y es desarrollado posteriormente por varios autores, entre los cuales cabe destacar las referencias [16,19,20]. En [21] se presenta un método basado en mejores prácticas operativas, tales como despacho económico y no-linealidades resultantes de las ecuaciones del flujo de cargas.

La referencia [22] describe un estudio de flujo de carga probabilista en el que se utiliza el método de los cumulantes, combinado con la expansión Gram-Charlier para caracterizar las variables aleatorias de salida del problema. Otra técnica analítica para la caracterización de variables aleatorias fue presentada por Cornish y Fisher en [23].

A pesar de que las técnicas analíticas son menos precisas, su ventaja sobre el método de simulación de Monte Carlo es su menor coste computacional. El método de los cumulantes es una de estas técnicas, que explota las propiedades de convolución de las variables aleatorias [17]. Otra técnica para resolución del flujo de cargas probabilista, no contemplada en este estudio, se puede ver en [24], que utiliza el método de estimación del punto.

Para evaluar el comportamiento de redes de distribución radial con SFCRs, en esta Tesis se propone una técnica analítica basada en el método de los cumulantes combinado con la expansión Gram-Charlier y la expansión de Cornish-Fisher, que tiene en cuenta la naturaleza de los sistemas radiales.

Este modelo probabilista toma en consideración el carácter aleatorio de irradiación solar y la carga. Para ello, se han modelado los SFCRs como variables aleatorias.

La optimización de la capacidad y la ubicación de nuevos SFCRs en redes de distribución ha despertado el interés de importantes investigaciones con una amplia gama de métodos y objetivos. La desregulación de los mercados emergentes de energía y utilidades están creando un interés renovado en la GD de funcionamiento en paralelo con el sistema [25,26]. Los métodos tienden a usar funciones continuas de la capacidad, que se resuelven mediante métodos como el flujo de cargas óptimo (OPF), programación lineal o búsqueda del gradiente que son robustas y repetibles [20,27-29]. Además, los costos de las pérdidas se deben tener en consideración. Generalmente, las pérdidas comienzan a disminuir cuando se conectan pequeñas unidades de GD, hasta que alcanzan su nivel mínimo. Sin embargo, cuando aumentan las unidades de GD, las pérdidas comienzan a aumentar.

Los métodos basados en inteligencia artificial, no siempre garantizan la solución óptima, proporcionan soluciones cerca del óptimo con un bajo coste computacional. La optimización basada en nubes de partículas (PSO) es un algoritmo estocástico evolutivo inspirado por la naturaleza desarrollado por Kennedy y Eberhart [29]. Esta técnica, motivada por el comportamiento social de organismos tales como bandadas de aves y bancos de peces, ha demostrado ser eficaz en la optimización de problemas multidimensionales. El algoritmo PSO es muy fácil de implementar y requiere pocos parámetros de ajuste. En esta Tesis, se propone un método híbrido que usa una optimización discreta basada en nubes de partículas (DPSO) y flujo de cargas radial probabilista para buscar una gran variedad de combinaciones de ubicaciones y tamaños de SFCRs.

1.2. Objetivos y planteamiento de la Tesis

El objetivo de esta Tesis es analizar el impacto que los SFCRs ocasionan en una red eléctrica de distribución radial, desde un punto de vista probabilista, para así tener en cuenta las incertidumbres inherentes a los sistemas eléctricos.

Para este estudio se ha usado una red radial típica. Se trata del sistema de 33 nudos y 32 líneas del IEEE. Sobre esta red se han realizado diferentes simulaciones: Sin conectar generadores fotovoltaicos a la misma, conectando generadores fotovoltaicos en un día representativo de verano y en otro día representativo de invierno.

En esta Tesis se presenta y valida un método que permite evaluar de forma probabilista una red eléctrica radial, en la que se conectan varios generadores fotovoltaicos, para los cuales se ha desarrollado un modelo probabilista.

El modelo probabilista para la GD fotovoltaica tiene en cuenta la naturaleza aleatoria y cambiante a lo largo del año de la radiación solar incidente sobre los papeles solares.

Por último, se presenta un método que optimiza, dado un número de generadores, la localización y potencia media de los generadores fotovoltaicos dentro de un sistema eléctrico radial, minimizando las pérdidas en el mismo.

El trabajo desarrollado en esta Tesis se ha planteado siguiendo el siguiente procedimiento:

- Revisión del estado del arte.
- Planteamiento y desarrollo de una metodología para la evaluación del impacto.
- Obtención de resultados de simulación en diferentes escenarios de análisis.

1.3. Estructura de la Tesis

La Tesis se ha estructurado en capítulos y anexos. Este primer capítulo revisa el papel que juegan las energías renovables en el contexto energético mundial y el estado del desarrollo de la tecnología solar fotovoltaica, en concreto, los SFCRs. Muestra también el carácter aleatorio de los sistemas eléctricos. Además, sirve de prefacio al desarrollo de la Tesis Doctoral. A continuación, se exponen brevemente los objetivos específicos para el resto de capítulos:

- El capítulo 2 aborda el estudio del flujo de cargas en las redes eléctricas en régimen permanente, haciendo especial hincapié en las peculiaridades de los sistemas radiales, puesto que, es base para el estudio realizado en esta Tesis.
- El capítulo 3 describe el estado del arte de la Generación Distribuida. Se repasa el concepto de GD de las publicaciones más relevantes que se han consultado en esta materia. Se detallan las características principales de la GD, los tipos de tecnología existentes, aplicaciones, duración del suministro, tipo de energía generada, etc.
- El capítulo 4 presenta los métodos de cálculo para el flujo de cargas probabilista, enfocado a redes eléctricas de distribución en las que se van a instalar SFCRs.
- El capítulo 5 se ocupa del modelado de las cargas en los nudos de sistemas de distribución radiales, así como del desarrollo del modelo probabilista para

generadores fotovoltaicos.

- El capítulo 6 comienza con una introducción a la optimización con técnicas metaheurísticas. Al segundo grupo pertenece el algoritmo PSO, en el que está basado el método que se propone.
- En el capítulo 7 se muestran los resultados obtenidos para una red de distribución radial, estudiada en diferentes situaciones.
- El capítulo 8, conclusiones, sirve para exponer las principales aportaciones de la Tesis y la indicación de las futuras líneas de investigación relacionadas con el trabajo desarrollado.

Otra información adicional que sirve de complemento a los capítulos de esta Tesis, se presenta en los siguientes anexos:

- En el anexo A1 se presenta el cálculo de momentos estadísticos y cumulantes de las variables aleatorias más comúnmente usadas en el flujo de cargas probabilista, así como las relaciones entre ellos.
- En el anexo A2 se presenta el cálculo de las magnitudes referentes a la radiación solar manejadas en esta Tesis.
- El anexo A3 expone la metodología para determinar los coeficientes implicados en la función de distribución de la fracción difusa horaria.

Por último, se indica la bibliografía más relevante consultada para la elaboración del presente documento. Este documento concluye con un breve currículum vitae en el que se detallan las publicaciones internacionales relacionadas con la Tesis en las que ha participado el doctorando.

CAPÍTULO 2

Flujo de cargas

2.1. Introducción

Los estudios de cargas tienen una enorme importancia en la planificación y diseño de las ampliaciones de un sistema de energía, así como en la determinación del funcionamiento óptimo de los sistemas existentes [30-33]. La información que se obtiene de un estudio de flujo de cargas es, para una solicitación dada de cargas (demanda), el módulo y el ángulo de fase de las tensiones en cada nudo en régimen estacionario y, a partir de éstos, los flujos de potencia activa y reactiva en cada línea; también se pueden deducir las corrientes, pérdidas de potencia activa y reactiva en las líneas, etc.

Los estudios de carga, antes del avance de los métodos computacionales, se hacían tradicionalmente en los analizadores de redes, ya que en una red compleja, con los métodos precarios de cálculo que se tenían, la solución se hacía prácticamente imposible. Esos analizadores reproducían a cierta escala (celdas metálicas con gavetas modulares) los elementos de la red: los generadores eran reguladores de inducción que

variaban el módulo y el argumento de las tensiones generadas, o eran verdaderos generadores en miniatura propulsados por motores controlados; se empleaban diales que permitían el ajuste fino de los parámetros; la red se armaba con impedancias ajustables, de acuerdo a la configuración de la red que se pretendía calcular. Mediante medidas directas, se deducían las magnitudes eléctricas en los distintos puntos de la red. Los analizadores ocupaban grandes espacios y su manejo y diseño eran muy complejos.

Hoy en día, esos analizadores son piezas de museo y se han abandonado totalmente ya que las modernas computadoras permiten procesar avanzados programas de cálculo para el estudio de los flujos de carga.

En este capítulo se presentan las ecuaciones del problema de flujo de cargas, que son la base para el trabajo llevado a cabo en esta Tesis. Asimismo se describe un método para resolución de este problema en sistemas radiales, que es el procedimiento utilizado para resolver el problema de flujo de cargas determinista que permite hallar los valores medios en torno a los cuales se linealizan las ecuaciones para resolver el problema probabilista, y que igualmente se utiliza en el método de Monte Carlo.

2.2. Definiciones sobre la topología del circuito.

En todo sistema de potencia se pueden definir nudos, que son las barras de una subestación a determinado nivel de tensión, o sea puntos a los que concurren 3 o más circuitos si son pasivos, o 2 o más circuitos si alguno es activo (generación de carga); las ramas son los circuitos que unen 2 nudos, que corresponden pues en general a las líneas, eventualmente con transformadores agregados y/o reactancias de generadores.

Se sabe que cuando se representa el sistema, se lo supone a un mismo nivel de tensión (en por unidad p.u.) eliminando los transformadores ideales y representando sólo las reactancias de cortocircuito de los transformadores reales.

Todas las ramas son representables por esquemas equivalentes en π de parámetros concentrados (impedancias o admitancias). De esa manera, es obvio que en cada nudo se pueden componer las “columnas” de todas las representaciones π que inciden sobre el mismo. La red original se configura así en otra más simple, incluyendo la aplicación de generaciones y cargas. Así, por ejemplo, la Figura 2.1 representa una red de 5 nudos y 5 ramas, con generadores en los nudos 1 y 5, y demanda en el nudo 4:

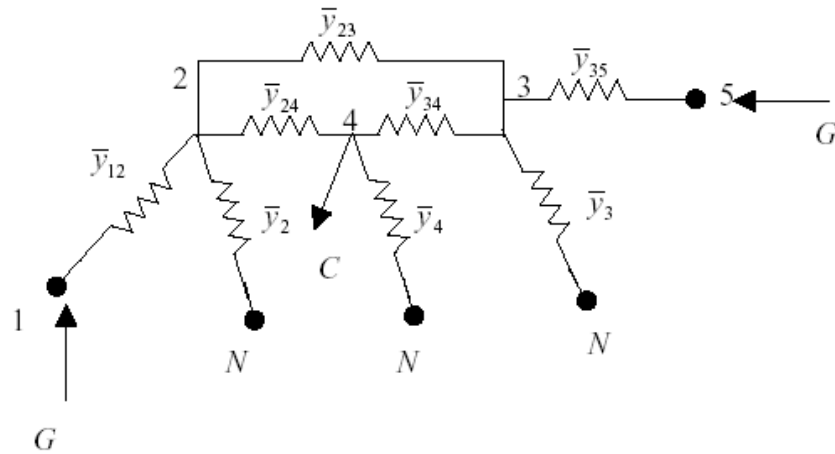


Figura 2.1. Red de cinco nudos y cinco ramas.

Se emplean admitancias en vez de impedancias pues cuando no existe conexión entre dos puntos podemos imponer que existe una admitancia nula, lo cual sería aritméticamente engorroso si se usaran impedancias (impedancia infinita); así, por ejemplo, en la red anterior red, se tendría, con la notación adoptada: $\bar{y}_1 = 0, \bar{y}_5 = 0, \bar{y}_{13} = 0, \bar{y}_{14} = 0, \bar{y}_{15} = 0, \bar{y}_{25} = 0, \bar{y}_{45} = 0$.

2.3. Matriz de admitancias del sistema.

Para ilustrar la deducción de esta importante matriz en el análisis de sistemas eléctricos se empleará un ejemplo sencillo.

En la Figura 2.2 se representa el esquema de un sistema de 4 nudos y 4 líneas.

Las ramas conectadas entre dos nudos representan líneas del sistema, y las ramas conectadas entre un nudo y tierra cualquier elemento shunt en los nudos, incluyendo la capacitancia del modelo en π de las líneas correspondiente a ese nudo. La corriente inyectada a cada nudo se denota por \vec{I}_i .

La ley de Kirchoff para las corrientes exige que la inyección de corriente en cada nudo sea igual a la suma de las corrientes que fluyen por las líneas unidas a ese nudo más las corrientes que fluyen a tierra desde ese nudo. Así podemos escribir:

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_{13} + \vec{I}_{12} + \vec{I}_{11} \tag{2.1}$$

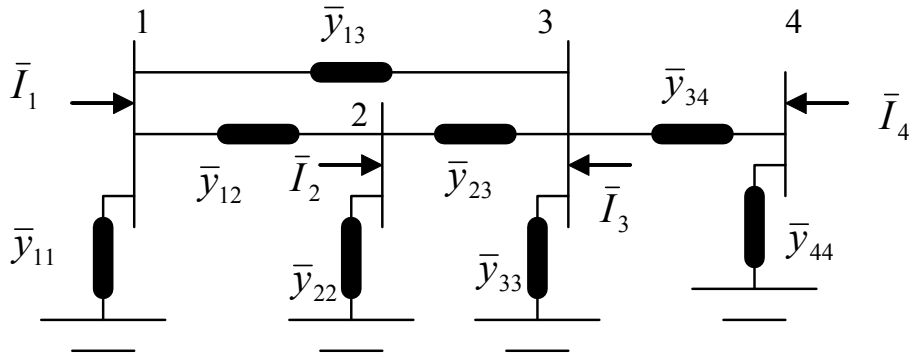


Figura 2.2. Sistema de cuatro nudos y cuatro líneas.

donde \vec{I}_{12} , \vec{I}_{13} e \vec{I}_{11} son las corrientes que circulan por las líneas 1-2, 1-3 y 1-tierra, respectivamente.

Aplicando la ley de Ohm a estas corrientes se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}\vec{I}_{12} &= \frac{\vec{V}_1 - \vec{V}_2}{\vec{z}_{12}} = \vec{y}_{12} (\vec{V}_1 - \vec{V}_2) \\ \vec{I}_{13} &= \frac{\vec{V}_1 - \vec{V}_3}{\vec{z}_{13}} = \vec{y}_{13} (\vec{V}_1 - \vec{V}_3) \\ \vec{I}_{11} &= \frac{\vec{V}_1}{\vec{z}_{11}} = \vec{y}_{11} \vec{V}_1\end{aligned}\tag{2.2}$$

sustituyendo (2.2) en (2.1) se tiene:

$$\vec{I}_1 = \vec{y}_{12} (\vec{V}_1 - \vec{V}_2) + \vec{y}_{13} (\vec{V}_1 - \vec{V}_3) + \vec{y}_{11} \vec{V}_1\tag{2.3}$$

Se puede suponer que el nudo 1 está conectado al nudo 4 por una admitancia

nula, $\bar{y}_{14} = 0$, así la ecuación (2.3) quedaría:

$$\vec{I}_1 = \bar{y}_{12} (\vec{V}_1 - \vec{V}_2) + \bar{y}_{13} (\vec{V}_1 - \vec{V}_3) + \bar{y}_{14} (\vec{V}_1 - \vec{V}_4) + \bar{y}_{11} \vec{V}_1 \quad (2.4)$$

La ventaja de hacer esta consideración es que no hay que preocuparse de si el nudo está unido o no lo está a otros nudos, simplemente si no está unido a otro su admitancia es nula y, por tanto, el término correspondiente desaparece.

Operando en la ecuación (2.4):

$$\vec{I}_1 = \vec{V}_1 (\bar{y}_{11} + \bar{y}_{12} + \bar{y}_{13} + \bar{y}_{14}) + \vec{V}_2 (-\bar{y}_{12}) + \vec{V}_3 (-\bar{y}_{13}) + \vec{V}_4 (-\bar{y}_{14}) \quad (2.5)$$

Realizando el mismo desarrollo en los demás nudos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \vec{I}_2 &= \vec{V}_1 (-\bar{y}_{21}) + \vec{V}_2 (\bar{y}_{21} + \bar{y}_{22} + \bar{y}_{23} + \bar{y}_{24}) + \vec{V}_3 (-\bar{y}_{23}) + \vec{V}_4 (-\bar{y}_{24}) \\ \vec{I}_3 &= \vec{V}_1 (-\bar{y}_{31}) + \vec{V}_2 (-\bar{y}_{32}) + \vec{V}_3 (\bar{y}_{31} + \bar{y}_{32} + \bar{y}_{33} + \bar{y}_{34}) + \vec{V}_4 (-\bar{y}_{34}) \\ \vec{I}_4 &= \vec{V}_1 (-\bar{y}_{41}) + \vec{V}_2 (-\bar{y}_{42}) + \vec{V}_3 (-\bar{y}_{43}) + \vec{V}_4 (\bar{y}_{41} + \bar{y}_{42} + \bar{y}_{43} + \bar{y}_{44}) \end{aligned} \quad (2.6)$$

De la figura anterior se puede deducir que la admitancia de un nudo i a otro nudo k es igual a la admitancia del nudo k hacia el i , o sea, $\bar{y}_{ik} = \bar{y}_{ki}$.

En las ecuaciones (2.5) y (2.6) podemos ver que las inyecciones de corriente son funciones lineales de las tensiones en los nudos. Por tanto, se pueden escribir estas ecuaciones de formas más compacta usando notación matricial:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{I}_2 \\ \vec{I}_3 \\ \vec{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{y}_{11} + \vec{y}_{12} + \vec{y}_{13} + \vec{y}_{14} & -\vec{y}_{12} & -\vec{y}_{13} & -\vec{y}_{14} \\ -\vec{y}_{21} & \vec{y}_{21} + \vec{y}_{22} + \vec{y}_{23} + \vec{y}_{24} & -\vec{y}_{23} & -\vec{y}_{24} \\ -\vec{y}_{31} & -\vec{y}_{32} & \vec{y}_{31} + \vec{y}_{32} + \vec{y}_{33} + \vec{y}_{34} & -\vec{y}_{34} \\ -\vec{y}_{41} & -\vec{y}_{42} & -\vec{y}_{43} & \vec{y}_{41} + \vec{y}_{42} + \vec{y}_{43} + \vec{y}_{44} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \\ \vec{V}_3 \\ \vec{V}_4 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

La matriz que relaciona las intensidades inyectadas en los nudos con las tensiones nodales se llama matriz de admitancias de red (Y_{bus} en nomenclatura anglosajona).

Llamando al elemento de la fila i , columna k , por \vec{Y}_{ik} , se puede describir esta matriz como:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} \vec{Y}_{11} & \vec{Y}_{12} & \vec{Y}_{13} & \vec{Y}_{14} \\ \vec{Y}_{21} & \vec{Y}_{22} & \vec{Y}_{23} & \vec{Y}_{24} \\ \vec{Y}_{31} & \vec{Y}_{32} & \vec{Y}_{33} & \vec{Y}_{34} \\ \vec{Y}_{41} & \vec{Y}_{42} & \vec{Y}_{43} & \vec{Y}_{44} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Escribiendo la ecuación (2.7) con esta notación se tiene:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{I}_2 \\ \vec{I}_3 \\ \vec{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{Y}_{11} & \vec{Y}_{12} & \vec{Y}_{13} & \vec{Y}_{14} \\ \vec{Y}_{21} & \vec{Y}_{22} & \vec{Y}_{23} & \vec{Y}_{24} \\ \vec{Y}_{31} & \vec{Y}_{32} & \vec{Y}_{33} & \vec{Y}_{34} \\ \vec{Y}_{41} & \vec{Y}_{42} & \vec{Y}_{43} & \vec{Y}_{44} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \\ \vec{V}_3 \\ \vec{V}_4 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Sobre la matriz de admitancias se puede decir que:

- Es una matriz simétrica, es decir, $\vec{Y}_{ik} = \vec{Y}_{ki}$.
- Los elementos de la diagonal principal se obtienen por la suma de las admitancias de todas las ramas conectadas al nudo i , incluyendo las ramas shunt:
-

$$\vec{Y}_{ii} = \sum_{n=1}^N \vec{y}_{in} \quad (2.10)$$

siendo N el número de nudos del sistema. Se hace resaltar que esta \vec{y}_{in} es no nula sólo cuando existe una conexión física entre los nudos i y n .

- Los elementos que no pertenecen a la diagonal principal se calculan como el negativo de la admitancia que une los nudos i y k , o sea:

$$\vec{Y}_{ik} = -\vec{y}_{ik} \quad (2.11)$$

Estas observaciones posibilitan la formación de la matriz de admitancias de una manera rápida desde la simple inspección visual del esquema del sistema.

2.4. Ecuaciones del flujo de cargas.

Se define la potencia compleja inyectada en un nudo, \vec{S}_i , como la diferencia entre la potencia compleja generada en ese nudo, \vec{S}_{Gi} , y la potencia compleja demandada en el mismo \vec{S}_{Li} :

$$\vec{S}_i = \vec{S}_{Gi} + \vec{S}_{Li} \quad (2.12)$$

Se desea obtener una expresión para expresar esta potencia en términos de tensiones nodales y elementos de la matriz de admitancias ya que el estado de una red eléctrica queda completamente determinado si se conocen las tensiones complejas de todos sus nudos.

Según la teoría de circuitos la potencia compleja se puede determinar de la siguiente forma:

$$\vec{S}_i = \vec{V}_i \vec{I}_i^* \quad (2.13)$$

A partir de la ecuación (2.9) podemos expresar la inyección de corriente en un nudo como:

$$\vec{I}_i = \sum_{n=1}^N \vec{Y}_{in} \vec{V}_n \quad (2.14)$$

Sustituyendo (2.14) en (2.13) se obtiene:

$$\vec{S}_i = \vec{V}_i \left(\sum_{n=1}^N \vec{Y}_{in} \vec{V}_n \right)^* = \vec{V}_i \sum_{n=1}^N \vec{Y}_{in}^* \vec{V}_n^* \quad (2.15)$$

Como \vec{V}_i , \vec{V}_n , e \vec{Y}_{in} son números complejos los podemos descomponer en módulo y argumento:

$$\begin{aligned} \vec{V}_i &= V_i \angle \delta_i \\ \vec{V}_n &= V_n \angle \delta_n \Rightarrow \vec{V}_n^* = V_n \angle -\delta_n \\ \vec{Y}_{in} &= Y_{in} \angle \theta_{in} \Rightarrow \vec{Y}_{in}^* = Y_{in} \angle -\theta_{in} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Sustituyendo (2.16) en (2.15):

$$\vec{S}_i = V_i \angle \delta_i \sum_{n=1}^N (V_n \angle -\delta_n \cdot Y_{in} \angle -\theta_{in}) = \sum_{n=1}^N (V_i V_n \angle \delta_i - \delta_n \cdot Y_{in} \angle -\theta_{in}) \quad (2.17)$$

Por otra parte, la expresión para \vec{Y}_{in} se puede desarrollar como:

$$\vec{Y}_{in} = Y_{in} \angle \theta_{in} = Y_{in} \cos \theta_{in} + jY_{in} \text{sen} \theta_{in} = G_{in} + jB_{in} \quad (2.18)$$

$$\vec{Y}_{in}^* = G_{in} - jB_{in} \quad (2.19)$$

donde G_{in} es la conductancia y B_{in} la susceptancia. Sustituyendo (2.19) en (2.17):

$$\vec{S}_i = \sum_{n=1}^N [V_i V_n \angle \delta_i - \delta_n \cdot (G_{in} - jB_{in})] \quad (2.20)$$

Es sabido también que la potencia compleja se puede descomponer en potencia activa y reactiva, de la siguiente forma:

$$\vec{S}_i = P_i + jQ_i \quad (2.21)$$

Al igual que la potencia compleja, las potencias activa y reactiva son la diferencia de la potencia generada y demandada en cada nudo:

$$\begin{aligned} P_i &= P_{Gi} - P_{Li} \\ Q_i &= Q_{Gi} - Q_{Li} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Si separamos la parte real de la imaginaria en la ecuación (2.20) podemos determinar, según la ecuación (2.21) las potencias activa y reactiva en un nudo, respectivamente. Esto es:

$$\begin{aligned} P_i &= V_i \sum_{n=1}^N [V_n (G_{in} \cos \delta_{in} + B_{in} \text{sen} \delta_{in})] \\ Q_i &= V_i \sum_{n=1}^N [V_n (G_{in} \text{sen} \delta_{in} - B_{in} \cos \delta_{in})] \end{aligned} \quad (2.23)$$

donde $\delta_{in} = \delta_i - \delta_n$.

Las dos ecuaciones de (2.23) son las llamadas ecuaciones del flujo de cargas.

En un sistema de potencia, no todas las inyecciones en los nudos, ecuaciones (2.23), pueden especificarse independientemente. Al menos una de ellas tiene que ser dependiente para garantizar el balance entre la potencia generada y la consumida más las pérdidas. En el flujo de cargas, esta inyección de potencia dependiente suele asignarse a un nudo, *el nudo slack o nudo de holgura*.

En los problemas de flujo de cargas se distinguen tres tipos de nudos:

Los **nudos PV**, para los cuales los datos de partida son la potencia activa y la tensión. Estos nudos corresponden a los generadores del sistema.

Los **nudos PQ**, cuyos datos son potencia activa y reactiva. Corresponden típicamente a los nudos de demanda.

El **nudo slack**, para el que se suelen fijar el valor de la tensión y de ángulo (normalmente $V = 1$ p.u. y $\delta = 0$).

El problema de flujo de cargas consiste en resolver las ecuaciones (2.23) para cada nudo de la red una vez son conocidas las inyecciones de potencia de los generadores (excepto del nudo slack) y el consumo de las cargas. Una vez resuelto el flujo de cargas y, por tanto, obtenidas las tensiones complejas en todos los nudos, podemos calcular los flujos de potencia por las líneas.

2.5. Flujos de potencia por las líneas.

Sea la línea genérica representada en el siguiente esquema:

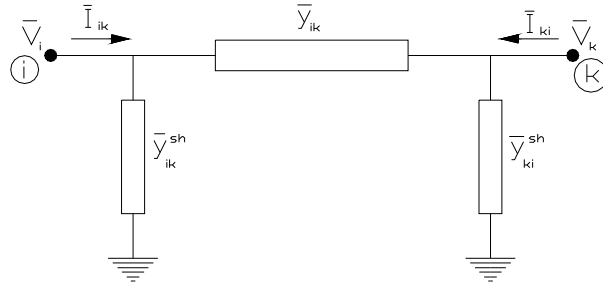


Figura 2.3. Esquema de una línea genérica.

La corriente inyectada por el nudo i en la línea ik es:

$$\vec{I}_{ik} = \vec{y}_{ik} (\vec{V}_i - \vec{V}_k) + \vec{y}_{ik}^{sh} \vec{V}_i \quad (2.24)$$

Considerando la ecuación (2.13) la potencia compleja inyectada en la línea desde el nudo i es:

$$\vec{S}_{ik} = \vec{V}_i \vec{I}_{ik}^* = \vec{V}_i \left[\vec{y}_{ik} (\vec{V}_i - \vec{V}_k) + \vec{y}_{ik}^{sh} \vec{V}_i \right]^* \quad (2.25)$$

Realizando operaciones sobre esta ecuación y teniendo en cuenta la ecuación (2.21), podemos determinar los flujos de potencia activa y reactiva por la línea ik :

$$\begin{aligned} P_{ik} &= -V_i^2 G_{ik} + V_i V_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) \\ Q_{ik} &= V_i^2 B_{ik} - V_i^2 b_{ik}^{sh} + V_i V_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) \end{aligned} \quad (2.26)$$

donde b_{ik}^{sh} es la parte imaginaria de \vec{y}_{ik}^{sh} .

Las mismas ecuaciones se pueden utilizar para determinar las inyecciones de potencia en la línea ik desde el nudo k , cambiando los subíndices:

$$\begin{aligned} P_{ki} &= -V_k^2 G_{ik} + V_i V_k (G_{ik} \cos \delta_{ki} + B_{ik} \sin \delta_{ki}) \\ Q_{ki} &= V_k^2 B_{ik} - V_k^2 b_{ki}^{sh} + V_i V_k (G_{ik} \sin \delta_{ki} - B_{ik} \cos \delta_{ki}) \end{aligned} \quad (2.27)$$

donde b_{ki}^{sh} es la parte imaginaria de \bar{y}_{ki}^{sh} .

En las líneas de transporte suele pasar que $\bar{y}_{ik}^{sh} = \bar{y}_{ki}^{sh}$, y además sólo se considera la parte imaginaria, o sea, la susceptancia. Como se verá en el apartado siguiente, no pasa lo mismo con el modelo de transformadores con tomas de regulación.

2.6. Flujos de potencia a través de los transformadores.

La Figura 2.4 muestra un modelo equivalente de un transformador [34] formado por un transformador ideal de relación 1: t_{ik} y una impedancia en serie que representa las pérdidas resistivas y la impedancia de fuga. Los datos de un sistema usualmente están expresados como en (b), aunque ambas representaciones son equivalentes, con el factor de conversión $T_{ik} = 1/\bar{T}_{ik}$. El factor T_{ik} es un número complejo, $T_{ik} = t_{ik} \angle \varphi_{ik}$, cuyo módulo indica el valor de la toma seleccionada y el ángulo indica el desfase introducido por el transformador.

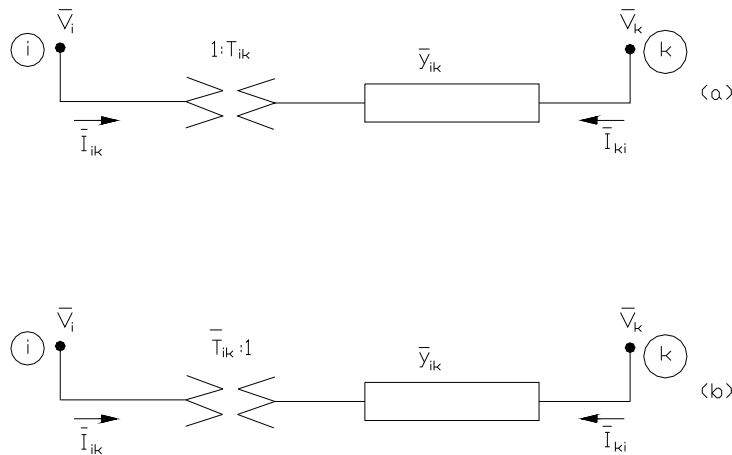


Figura 2.4. Modelo de un transformador.

El caso que nos ocupa en esta Tesis sólo trata transformadores que no introducen desfase. Entonces el factor T_{ik} es un número real, $T_{ik} = t_{ik}$. Para este caso, y teniendo en

cuenta la Figura 2.4b, resulta el circuito equivalente en π indicado en la Figura 2.5:

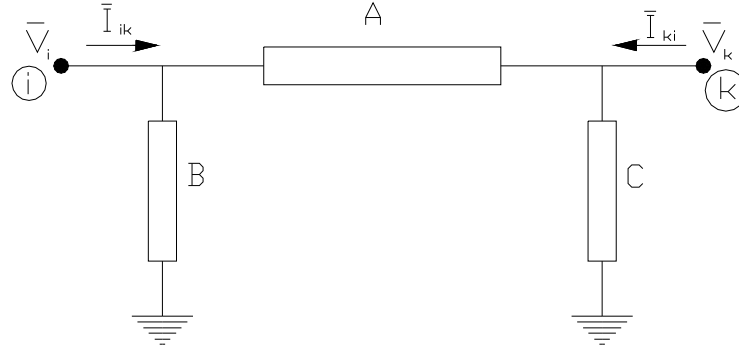


Figura 2.5. Circuito equivalente en π de un transformador.

donde A , B y C valen:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{t_{ik}} \bar{y}_{ik} \\ B &= \frac{1}{t_{ik}} \left(\frac{1}{t_{ik}} - 1 \right) \bar{y}_{ik} \\ C &= \left(1 - \frac{1}{t_{ik}} \right) \bar{y}_{ik} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Así la potencia inyectada en el nudo i de un transformador con tomas de regulación que no produce desfase es:

$$\begin{aligned} P_{ik} &= -\frac{1}{t_{ik}} V_i^2 G_{ik} + V_i V_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) \\ Q_{ik} &= \frac{1}{t_{ik}} V_i^2 B_{ik} - V_i^2 b_{ik}^{sh} + V_i V_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

en la cual se han introducido también una posible susceptancia shunt, b_{ik}^{sh} .

La potencia inyectada en el nudo k del transformador será:

$$\begin{aligned} P_{ki} &= -t_{ik} V_k^2 G_{ik} + V_i V_k (G_{ik} \cos \delta_{ki} + B_{ik} \sin \delta_{ki}) \\ Q_{ki} &= t_{ik} V_k^2 B_{ik} - V_k^2 b_{ki}^{sh} + V_i V_k (G_{ik} \sin \delta_{ki} - B_{ik} \cos \delta_{ki}) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Estas ecuaciones resultan de aplicación más general que las ecuaciones (2.26) y (2.27), ya que si disponemos de un transformador que no tiene las tomas de regulación activadas o una línea, el valor de t_{ik} es la unidad ($t_{ik} = 1$).

Las ecuaciones vistas para la resolución al problema de flujo de cargas son no lineales, lo que implica la utilización de métodos iterativos para su resolución. La búsqueda de valores iniciales adecuados, que hagan converger el proceso iterativo hacia un punto físicamente viable, de entre las muchas soluciones matemáticamente posibles, no es un problema trivial en el caso general. Afortunadamente, las características especiales del problema del flujo de cargas, donde se sabe de antemano que las tensiones se mueven en una banda relativamente pequeña alrededor de su valor nominal, y que los desfases entre nudos adyacentes se mueven en márgenes estrechos por motivos de estabilidad, hacen que el denominado perfil plano sea casi siempre la mejor opción para iniciar el proceso iterativo. Dicho perfil consiste en hacer $\delta_i^0 = 0$ para todos los nudos y $V_i^0 = 1$ p.u. para todos los nudos de consumo. Si se ha ejecutado previamente un flujo de cargas diferente, y los cambios en el estado del sistema con respecto al sistema que se desea evaluar son pequeños, puede iniciarse el proceso con la solución del caso anterior. La experiencia demuestra, sin embargo, que utilizar unos valores aparentemente más próximos a la solución, pero arbitrarios, suele dar peores resultados que el perfil plano.

2.7. Flujo de cargas en sistemas radiales.

Las redes de distribución, debido a su vasto ratio de resistencia y reactancia y su estructura radial, caen dentro de la categoría de sistemas eléctricos mal condicionados para su resolución con algoritmos de flujo de carga clásicos [35]. La experiencia con el método básico de Newton-Raphson para resolver redes de distribución muestra la no convergencia para la mayoría de las redes estudiadas.

En esta sección se presenta un algoritmo que resulta más eficiente que los métodos

clásicos de resolución de flujos de carga en redes radiales.

El método de resolución utilizado para redes de distribución radial se basa en la aplicación directa de las leyes de Kirchhoff. También se describen técnicas similares en [36-38]. Se ha desarrollado un enfoque de rama orientada mediante un esquema de numeración de líneas eficaz para mejorar el rendimiento numérico del método. En primer lugar, se describe este esquema de numeración.

2.7.1. Numeración de líneas.

La Figura 2.6 muestra una red típica de distribución radial con N nudos, b ($=N-1$) líneas y una única fuente de tensión en el nudo raíz. En esta estructura de árbol, el nudo de una línea cualquiera, L , más cercano al nudo raíz se denota por $L1$ y el otro por $L2$. Se numeran las líneas por niveles, tal como se muestra en la Figura 2.7. La numeración de líneas en un nivel comienza solo si se han numerado todas las líneas del nivel anterior.

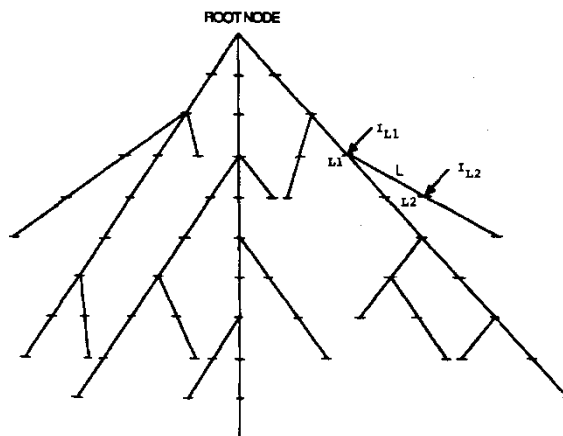


Figura 2.6. Esquema típico de una red radial.

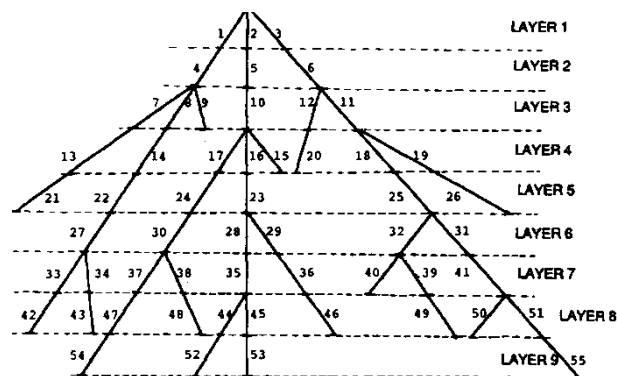


Figura 2.7. Numeración de líneas de una red radial.

2.7.2. Método de resolución.

Dada la tensión en el nudo raíz y asumiendo un perfil plano para las tensiones iniciales en todos los demás nudos, el algoritmo iterativo de solución consta de tres pasos:

1. Cálculo de la corriente nodal: En la iteración k , la inyección de corriente nodal en el nudo i , $\vec{I}_i^{(k)}$, es determinada como:

$$\vec{I}_i^{(k)} = \left[\frac{\vec{S}_i}{\vec{V}_i^{(k-1)}} \right]^* - \vec{Y}_i \vec{V}_i^{(k-1)} \quad (2.31)$$

donde $\vec{V}_i^{(k-1)}$ es la tensión en el nudo i calculada durante al $(k-1)$ -ésima iteración y \vec{S}_i es la inyección de potencia especificada en el nudo i . Y_i es la suma de todos los elementos shunt en el nudo i .

2. Barrido hacia atrás: En la iteración k , empezando desde las líneas en el último nivel y avanzando hacia las líneas conectadas en el nudo raíz, la corriente en la línea L , \vec{J}_L , es calculada como:

$$\vec{J}_L^{(k)} = -\vec{I}_{L2}^{(k)} + \sum \left(\begin{array}{l} \text{Corriente en líneas} \\ \text{conectadas a } L2 \end{array} \right) \quad (2.32)$$

donde $\vec{I}_{L2}^{(k)}$ es la inyección de corriente en el nudo $L2$ en la iteración k . Esta es la aplicación directa de la ley de Kirchhoff para las corrientes.

3. Barrido hacia delante: Las tensiones en los nudos son actualizadas en un barrido hacia delante, empezando en las líneas en el primer nivel y moviéndose hacia el último. Para cada línea L la tensión en el nudo $L2$ es calculada usando la tensión actualizada en el nudo $L1$ y la corriente de línea determinada en el paso anterior:

$$\vec{V}_{L2}^{(k)} = \vec{V}_{L1}^{(k)} - \vec{Z}_L \vec{J}_L^{(k)} \quad (2.33)$$

donde \vec{Z}_L es la impedancia serie de la línea L . Esta es la aplicación directa de la ley de Kirchhoff para las tensiones.

Los pasos 1, 2 y 3, son repetidos hasta que se alcanza el criterio de convergencia.

2.7.2.1. Criterio de convergencia.

Se utiliza como criterio de convergencia el máximo error en potencia activa y reactiva en los nudos del sistema. Como se describe en el algoritmo de solución, las inyecciones de corriente nodales, en la iteración k , se calculan utilizando las inyecciones de potencia nodal programada y las tensiones de nudo de la iteración anterior, ecuación (2.31). Las tensiones nodales en la iteración k se calculan entonces usando esas inyecciones de corriente nodal. Por tanto, la inyección de potencia en el nudo i para la iteración k , $\vec{S}_i^{(k)}$, se calcula como sigue:

$$\vec{S}_i^{(k)} = \vec{V}_i^{(k)} (\vec{I}_i^{(k)})^* - \vec{Y}_i |\vec{V}_i^{(k)}|^2 \quad (2.34)$$

Los errores en la potencia activa y reactiva en el nudo i son:

$$\Delta P_i^{(k)} = \text{Re} \left[\vec{S}_i^{(k)} - \vec{S}_i \right] \quad (2.35)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = \text{Im} \left[\vec{S}_i^{(k)} - \vec{S}_i \right] \quad (2.36)$$

CAPÍTULO 3

Generación distribuida

3.1. Introducción.

El concepto de Generación Distribuida (GD) ha surgido en los últimos años debido a la evolución que ha tenido el sistema eléctrico. Su definición se puede aproximar a la de generación de energía eléctrica a pequeña escala y próxima al consumidor.

No obstante, el empleo de este tipo de generación no es nuevo. Los primeros sistemas y redes eléctricas operaban con corriente continua, esto limitaba tanto la tensión de suministro como la distancia entre el generador y los puntos de consumo. Las centrales de generación solamente suministraban energía eléctrica a los clientes en las cercanías de la planta. Se utilizaban dispositivos de almacenamiento, como baterías, para conseguir un cierto equilibrio entre la producción y la demanda de energía eléctrica.

La aparición de la corriente alterna permitió transportar la energía eléctrica en alta tensión y a grandes distancias, lo que provocó un fuerte incremento en la potencia de

generación. Los sistemas eléctricos evolucionaron de forma considerable, estaban formados por enormes centrales de generación y grandes redes de transporte y distribución con el fin de abaratar los costes de producción y distribución. El equilibrio entre la demanda y el suministro se realizaba mediante la combinación de grandes cantidades de consumo que variaban instantáneamente. Se aumentó la seguridad del suministro eléctrico ya que la interrupción de una central eléctrica se compensaba mediante otra central interconectada en el sistema. De hecho este sistema interconectado de alta tensión hizo posible la economía de escala en la generación de energía eléctrica.

En los años 70 la crisis del petróleo y los impactos medioambientales provocan la aparición de nuevos problemas que influyen de forma definitiva en el desarrollo de la industria energética. En los últimos 25 años, las innovaciones tecnológicas, el incremento de los costes de transporte y distribución, la economía cambiante, la preocupación por el cambio climático y la publicación de normativa reguladora han dado como resultado un interés renovado por la GD [39,40].

La Agencia Internacional de la Energía (IEA) [41], enumera cinco factores que contribuyen a esta evolución:

- Desarrollo de tecnologías de GD.
- Restricciones en la instalación de nuevas líneas de transporte.
- Crecimiento de la demanda energética.
- Liberalización del mercado eléctrico.
- El cambio climático.

3.2. Definición de generación distribuida.

En las publicaciones existentes al respecto, las definiciones de GD guardan similitud pero no son únicas y difieren en algunos aspectos. Se han propuesto diversas definiciones, pero no existe una genérica y totalmente consensuada. Además, para el mismo tipo de generación se emplean diferentes términos, por ejemplo, generación incrustada, generación dispersa, generación descentralizada, etc.

A continuación se exponen algunas de las definiciones que se encuentran en la bibliografía consultada:

El Consejo Internacional sobre Grandes Sistemas Eléctricos (CIGRE) define la GD como todos los generadores con una capacidad máxima de entre 50 MW a 100 MW conectados al sistema eléctrico de distribución, y que no están diseñados ni despachados de forma centralizada [42]. Esto último, implica que la GD no forma parte del control del operador de la red eléctrica de transporte. Por tanto, no considera GD a los generadores instalados por las compañías eléctricas y que son despachados por el operador de la red eléctrica de transporte.

El Congreso y Exposición Internacional sobre Distribución de Energía Eléctrica (CIRED) [43], define la GD en base al nivel de tensión. Establece que la GD se conecta a circuitos desde los cuales se suministra directamente la energía demandada por los clientes. Asimismo, la GD posee algunas características básicas tales como la utilización de energías renovables, cogeneración, no ser despachada, etc.

Willis y Scott [44] definen la GD como los pequeños generadores con potencias comprendidas generalmente entre 15 kW y 10 MW, conectados a la red de distribución (de la empresa distribuidora o consumidores) o que están aislados de ésta. Distingue la Generación Dispersa como la compuesta por generadores más pequeños, de entre 10 y 250 kW.

Jenkins y col. [45] consideran GD aquella que no es planificada, despachada o programada centralmente, con potencia menor a 50 o 100 MW y conectada usualmente a la red de distribución.

Dondi y col. [46] definen la GD como una fuente pequeña de generación o de almacenamiento de energía eléctrica (normalmente en un rango que oscila entre potencias inferiores a 1 kW hasta decenas de MW) que no forma parte de un sistema eléctrico centralizado y que está localizada cerca de la carga. Incluyen dentro de la definición las instalaciones de almacenamiento.

Chambers [47] también define la GD como generadores relativamente pequeños de 30 MW o inferiores. Estos generadores están ubicados cerca de los clientes para hacer frente a sus necesidades específicas, para apoyar el funcionamiento económico de la red eléctrica de distribución, o ambos.

Con la excepción de la definición del CIGRE, todas suponen que los generadores distribuidos están conectados al sistema eléctrico de distribución. Este también es el caso de la definición empleada por la IEA [41], que ve la GD como unidades que generan energía eléctrica en la red eléctrica de baja tensión o dentro de las compañías

eléctrica locales de distribución. La IEA, sin embargo, no hace referencia a valores de generación a diferencia de las otras definiciones.

Es evidente que existen muchas definiciones de GD, que proporcionan un amplio rango de posibles ideas de qué es este tipo de generación. Algunas definiciones incluyen las unidades de cogeneración a gran escala o grandes parques eólicos conectados a la red de transporte, mientras que otras centran su atención en los generadores a pequeña escala conectados a la red eléctrica de distribución. Todas estas definiciones sugieren que al menos los generadores a pequeña escala conectados a la red eléctrica de distribución se consideren parte de la GD. Es más, los generadores instalados cerca de los consumos o en la red eléctrica de baja tensión con frecuencia se identifican como GD. Este último criterio prácticamente se superpone al primero, ya que muchos de los generadores conectados a la red de baja tensión también están conectados a la red eléctrica de distribución. Sin embargo, también se incluyen algunos generadores más grandes conectados a la red de transporte.

En lo que respecta a la potencia nominal de los generadores que se emplean en GD, el Instituto de Investigación en Energía Eléctrica (EPRI) define la GD como una generación desde “unos pocos kW hasta 50 MW” [48]. Según el Instituto de Investigación del Gas, la GD está “normalmente entre 25 W y 50 MW” [49]. Preston y Rastler definen la GD como el “rango desde unos pocos kW hasta más de 100 MW” [50], mientras que Cardell define la GD como la generación “entre 500 kW y 1 MW” [51] y, como se ha citado anteriormente, el CIGRE define la GD “inferior a 50–100 MW” [42].

Pero quizás la definición de GD más consensuada es la de Ackermann y colaboradores [52] que la definen atendiendo a una serie de aspectos:

- a) *Propósito de la GD.* La GD se concibe como una fuente de potencia eléctrica activa.
- b) *Ubicación.* Consideran GD a los sistemas situados en la red de distribución y/o en la red de baja tensión.

Tamaño de la instalación o potencia nominal. Proponen la siguiente clasificación en función de la potencia nominal:

- *Micro GD*: 1 W < potencia < 5 kW.
 - *Pequeña GD*: 5 kW < potencia < 5 MW.
 - *Mediana GD*: 5 MW < potencia < 50 MW.
 - *Gran GD*: 50 MW < potencia < 300 MW.
- c) *Área de suministro*. La zona o área de suministro no se considera relevante para la definición de la GD. Tan solo el concepto Generación Distribuida Incrustada es muy apropiado para los sistemas GD destinados a abastecer redes eléctricas locales, aunque no obstante, el término GD Incrustada no aparece con frecuencia en la literatura existente.
- d) *Tecnología empleada*. La GD se suele vincular al tipo de tecnología empleada, como por ejemplo las energías renovables, aunque esto no debe ser relevante para su definición.
- e) *Impacto ambiental producido*. El impacto ambiental se suele asociar a la definición de GD, pero su medición y valoración resulta muy compleja, por ello, Ackermann no lo considera relevante.
- f) *Modo de funcionamiento*. Generalmente, los sistemas GD no están sometidos a las normas de funcionamiento de los sistemas centralizados [53]. Sin embargo, el modo de funcionamiento de la GD no se considera relevante para la definición propuesta, debido a la existencia de grandes discrepancias en las normas internacionales en este sentido.
- g) *Propiedad*. Los propietarios pueden ser empresas en general o las propias compañías productoras y/o distribuidoras de energía eléctrica. La propiedad no se considera relevante para la definición de GD.
- h) *Penetración de la GD*. El nivel de penetración de GD en una red eléctrica determinada es la relación entre la potencia instalada de Generación Distribuida y la potencia total de la red. Así:

$$\text{Penetración GD}(\%) = \frac{P_{GD}}{P_{TR}} \cdot 100 \quad (3.1)$$

donde P_{GD} es la potencia activa del sistema GD y P_{TR} la potencia activa total de la red considerada.

El nivel de penetración no es relevante para la definición de GD. Se estima que puede alcanzar entre el 25 y 30 % de la generación total en los próximos años.

En base a todo lo anterior, Ackermann y col. [52] consideran la Generación Distribuida como una fuente de generación de energía eléctrica conectada directamente a la red eléctrica de distribución o en la red eléctrica de baja tensión. Por tanto, plantean la definición de GD básicamente en términos de conexión y localización, en lugar de la capacidad de generación y, además, no ponen límites sobre la tecnología o capacidad de la aplicación potencial de la GD.

La distinción entre redes eléctricas de distribución y de transporte se basa en una definición legal. En muchos mercados competitivos, la definición legal de la red eléctrica de transporte normalmente está integrada en las normas del mercado eléctrico. Aquella que no esté definida como red eléctrica de transporte de forma legal, se puede considerar red eléctrica de distribución.

Ackermann y col. no tienen en cuenta, en la definición de GD, la potencia nominal de la fuente de generación, ya que la máxima potencia depende de las condiciones de la red eléctrica de distribución. Sin embargo, este parámetro es útil para introducir categorías de GD.

Además, la definición de GD no contempla la zona de suministro de energía, la penetración, la propiedad, ni el tratamiento dentro del funcionamiento de la red eléctrica. No se puede suponer, aunque a menudo se hace, que la GD permite un reparto local de energía, una penetración baja en el sistema, una propiedad independiente y un tratamiento especial dentro del funcionamiento de la red eléctrica en general. Todos estos aspectos son interesantes considerarlos y deberían caracterizar la definición de GD de forma adicional.

Ackerman sugiere algunos términos adicionales para concretar la definición de GD como los siguientes:

- Generación Distribuida Incrustada: Cuando la GD se utiliza exclusivamente para una red de distribución local.
- Generación Distribuida no despachada centralmente: Cuando el sistema GD no está sometido a control ni despachado.

Por último, la legislación existente en el sector eléctrico contempla la regulación de sistemas de GD y proporciona indicadores que pueden afectar a la definición de GD.

En España, la Ley 54/1997 del Sector Eléctrico, introduce el concepto normativo de generación en régimen especial para las instalaciones que a continuación se detallan con

una potencia instalada inferior a 50 MW [54]:

- Instalaciones que utilicen la cogeneración u otras formas de producción de electricidad asociadas a actividades no eléctricas siempre que supongan un alto rendimiento energético.
- Cuando se utilice como energía primaria alguna de las energías renovables no consumibles, biomasa o cualquier tipo de biocarburante, siempre y cuando su titular no realice actividades de producción en el régimen ordinario.
- Cuando se utilicen como energía primaria residuos no renovables.

La Ley 54/1997 establece que la producción en régimen especial debe de tener un carácter retributivo y normativo distinto de aquellas centrales de generación con participación en el mercado mayorista (régimen ordinario). El concepto de generación en régimen especial se puede asociar al de Generación Distribuida.

El Real Decreto 2818/1998 [55], el Real Decreto 436/2004 [56] y, recientemente, el Real Decreto 661/2007 [57] son las principales publicaciones que han desarrollado y regulado lo inicialmente contemplado en la Ley 54/1997 para las actividades de producción de energía eléctrica en régimen especial. Además, la normativa actual establece la obligación para todas las instalaciones del régimen especial con potencia superior a 10 MW de estar adscritas a un centro de control de generación.

Lo comentado anteriormente, puede marcar unas pautas en la definición de GD según la normativa vigente en España:

- La Generación Distribuida se corresponde con instalaciones con potencia menor de 50 MW.
- La Generación Distribuida no Controlada se considera aquella de potencia menor o igual a 10 MW.

3.3. Tecnologías de generación distribuida.

Hay distintos tipos de GD desde el punto de vista tecnológico y constructivo. A continuación se indican algunas de las diferentes tecnologías y sistemas que se emplean en las instalaciones de generación distribuida y que se pueden dividir en dos grupos:

Tecnologías tradicionales:

- Turbina de gas.
- Micro-turbina.
- Motores alternativos.

Tecnologías no tradicionales:

- Eólica.
- Mini-hidráulica.
- Solar térmica.
- Solar Fotovoltaica.
- Geotérmica.
- Mareomotriz.
- Pilas de combustible.
- Sistemas que aprovechan la biomasa como combustible mediante la gasificación.

Existen numerosas publicaciones y sitios en Internet de los que se puede obtener información diversa y detallada de todas estas tecnologías [58 - 79]. La Tabla 3.1 recoge las principales características técnicas de algunas tecnologías de GD.

Tabla 3.1. Características de las tecnologías de generación distribuida.

	Información general	Rango de aplicación	Eficiencia de conversión de energía eléctrica	Aplicación	Combustible	Comentarios
Motor de combustión O alternativos		Diesel: 20 kW-10+MW Gas: 5 kW - 5 + MW Con gran diferencia, la tecnología más común por debajo de 1 MW	Gas: 28 - 42 % (IEA)	CHP	Gas, principalmente gas natural, biogás y también se puede utilizar gas de la degradación de residuos	
Turbinas de gas		1 - 20 MW (IEA)	21 - 40 % (IEA)	CHP Generadores de suministro en horas punta	Gas, queroseno	
Micro-turbinas		25 kW-200kW 35kW-1MW Aplicaciones a pequeña escala < 1 kW	25 - 30 % (IEA)	Generación de energía eléctrica y CHP	Generalmente utilizan gas natural, aunque también biogás y procedente de la degradación de residuos	
Pilas de combustible	Carbonato fundido; MCFC Membrana de intercambio protónica; PEMFC Óxido sólido; SOFC Ácido Fosfórico; PAFC Conversión directa de metanol; DMFC	50 kW- 1+MW (IEA) PAFC: 200kW-2MW MCFC: 250kW-2MW PEMFC: 1kW-250kW SOFC: 1kW-5MW	35 - 60 % (IEA) MCFC: ±50 - 55 % (IEA) PAFC: ±35% (IEA) PEMFC: ±35% (IEA) SOFC: ±50 - 55 % (IEA) Eficiencia de aplicaciones a pequeña escala: 25%	PEMFC: aplicaciones a baja temperatura en uso estacionario y portátil MCFC: elevada temperatura Mercado potencial en el sector de transporte SOFC: temperaturas elevadas Generación de energía eléctrica	Metano Hidrógeno o gas natural Reformar CH ₄ a H ₂ da lugar a una eficiencia reducida	
Fotovoltaica	No genera energía calorífica	1+kw (IEA) 20+kw (A) Es posible más potencia con más módulos	No aplicable	Aplicaciones comerciales pequeñas y domésticas Aplicaciones fuera del sistema	Sol	Energía generada no previsible; capacidad de 10 - 15 % en el oeste de Europa
Eólica	En tierra	200 W - 3MW (A)	No aplicable	Aplicaciones a pequeña escala	Aire	Energía generada no previsible; capacidad en tierra de 20 - 25 %
Otras renovables	Solar térmica, geotérmica, mareomotriz, etc.		No aplicable			

Tabla construida en base a la información consultada en Ackermann y col. [52] (A) y IEA [41].

Los aspectos más importantes que caracterizan a este tipo de generación eléctrica son los siguientes:

a) Utilización de fuentes de energía renovables. La energía renovable se define como inagotable, tales como el calor y la luz del Sol, la fuerza del viento, la materia orgánica (biomasa), las corrientes de agua, la energía de los mares y océanos y el calor geotérmico [80]. Debido a que la energía que se consume principalmente en nuestro planeta es de carácter fósil, el uso de energías renovables en sistemas de generación eléctrica cobra especial importancia, ya que, especialmente, provoca una reducción de la emisión de gases contaminantes a la atmósfera.

b) Sistemas modulares. La mayoría de los sistemas de GD son modulares, lo que permite una serie de ventajas como la simplicidad en la instalación y montaje, la flexibilidad en el funcionamiento, ofrece facilidades en el mantenimiento y la reparación, etc. [81- 84].

c) Producción por cogeneración. Las turbinas de gas, los motores de combustión interna, sistemas que utilizan la gasificación de la biomasa, así como las pilas de combustible, son apropiados para la producción simultánea de calor y electricidad (CHP).

3.4. Aplicaciones de la generación distribuida.

Las aplicaciones más comunes de la Generación Distribuida son las siguientes:

- **Generación básica:** la mayoría de los sistemas de GD, y especialmente los que son propiedad de las compañías eléctricas, normalmente se utilizan como generación básica para suministrar parte de la energía eléctrica necesaria y apoyar a la red eléctrica mediante el aumento del nivel de tensión del sistema eléctrico. Así se reducen las pérdidas de potencia y se mejora la calidad de la energía eléctrica del sistema.
- **Demanda en horas punta:** el coste de la energía eléctrica varía según la demanda de consumo y la generación disponible en un momento determinado. La GD puede suministrar energía en horas punta, reduciendo el coste de la energía eléctrica demandada por los grandes clientes industriales.
- **Reserva:** la GD se puede utilizar como reserva para suministrar la energía eléctrica necesaria a las cargas variables, tales como industrias de procesos y hospitales, durante las interrupciones de suministro de la red eléctrica.

- **Aisladas en zonas rurales o de difícil acceso:** normalmente, las zonas aisladas utilizan la GD como suministro de energía en lugar de conectarse a la red de distribución. Estas zonas tienen impedimentos técnicos y económicos por la distancia que las separa de la red. La GD puede hacer frente a la demanda energética de estas instalaciones. Sus aplicaciones incluyen la iluminación, calefacción, comunicación, pequeños procesos industriales, etc.
- **Sistemas CHP:** las tecnologías de GD proporcionan sistemas CHP, ya que una unidad de cogeneración tiene una elevada eficiencia global de utilización de energía. El calor producido, del proceso de conversión de combustible en energía eléctrica, se utiliza in situ para un extenso rango de aplicaciones en hospitales, zonas residenciales, grandes superficies comerciales y procesos industriales.

La Tabla 3.2 compara algunos tipos de sistemas de GD en función de sus aplicaciones:

Tabla 3.2. Comparación entre tipos de GD en función de sus aplicaciones.

Tipo de GD	Aplicaciones principales
Micro-turbinas	Se utilizan para cualquier tipo de generación: básica, demanda de horas punta, cogeneración, etc. [85].
Pilas de combustible	Las grandes plantas son adecuadas para aplicaciones de generación básica. También son apropiadas para proporcionar CHP. Disponibles desde el punto de vista comercial en pequeñas unidades y conectadas en forma modular para suministrar consumos elevados [85].
Fotovoltaica	Generación básica y autónoma en algunas aplicaciones rurales si se combina con baterías. Suministro de mantenimiento para las telecomunicaciones, iluminación exterior y señalización.
Aerogeneradores	Generación básica. En pequeña escala para suministro de viviendas alejadas, granjas y aplicaciones en la industria de procesos.
Máquinas de combustión interna	Muchas de ellas se utilizan para la demanda en horas punta y operaciones de apoyo (para objetivos de fiabilidad) no para un funcionamiento continuo [85].

3.5. Duración del suministro de la generación distribuida y tipo de energía generada.

La duración del suministro de la GD varía considerablemente según su tamaño, tipos y aplicación utilizada. El suministro puede realizarse durante un periodo prolongado en aplicaciones con un consumo base de valor constante, un suministro inestable generado por los recursos renovables y un periodo corto de suministro que se utiliza para apoyar el suministro de la red eléctrica. Se puede realizar una comparación según la cantidad de energía eléctrica suministrada, su duración y el tipo de energía tal y como se muestra en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Comparativa de los tipos de GD según la energía eléctrica producida y la duración del suministro.

Periodo de suministro de energía eléctrica	Tipo de GD	Observaciones
Periodo prolongado de suministro	Turbinas de gas y Pilas de combustible	Las turbinas de gas suministran P y Q. Las pilas de combustible suministran solamente P. Se emplean como suministradores de consumo base.
Suministro inestable	Sistemas de energía renovable (sistemas eólicos y fotovoltaicos)	Dependen de las condiciones atmosféricas. Suministran P solamente y necesitan una fuente de Q en el sistema eléctrico. Se utilizan en lugares alejados. Necesitan controlar su funcionamiento en algunas aplicaciones.
Periodo corto de suministro	Baterías, sistemas fotovoltaicos aislados	Almacenan energía para utilizarla en momentos necesarios durante un periodo corto de tiempo.

La energía eléctrica generada puede ser continua o alterna. Las pilas de combustible, los módulos fotovoltaicos y las baterías generan corriente continua, que es adecuada para las cargas en corriente continua. Sin embargo, se puede convertir en corriente alterna mediante inversores conectados entre el dispositivo de GD y la red eléctrica o carga. Otros tipos de GD como las micro-turbinas y los aerogeneradores suministran corriente alterna de forma directa.

3.6. Beneficios de la generación distribuida.

El empleo de GD en el sistema eléctrico presenta numerosos beneficios. Éstos se pueden clasificar en dos grupos, los beneficios técnicos y los económicos:

Técnicos:

- La GD puede reducir las pérdidas de energía eléctrica tanto en las redes de distribución como de transporte. La adecuada ubicación de los sistemas de GD reduce el flujo de potencia que conlleva la disminución de las pérdidas energéticas y la mejora del perfil de tensiones [86-88].
- La reducción de las pérdidas en el transporte y distribución de energía eléctrica aumenta la capacidad de distribución de la red eléctrica [86].
- La GD puede aumentar la calidad de la onda eléctrica mediante su conveniente localización y las características de la energía inyectada a la red [89].
- El uso de sistemas de GD renovables reduce la emisión de contaminantes a la atmósfera. No obstante, cualquier sistema de GD puede influir en la emisión de contaminantes debido a la reducción de pérdidas energéticas que ocasiona [89].
- La GD puede ayudar en la demanda en horas punta y en los programas de gestión del consumo, igualmente, puede ayudar en la fiabilidad y continuidad del sistema, ya que la implantación de GD conlleva muchos lugares de generación y no solamente una gran generación centralizada [90].
- La GD interviene en la estabilidad del sistema, ya que se puede utilizar como suministro de reserva de la energía necesaria [91].
- Los sistemas de GD proporcionan flexibilidad dentro del sistema eléctrico de distribución, debido a la variabilidad de su tamaño y localización [92].

- Los sistemas de GD son modulares. Esto implica una instalación sencilla y en un corto período de tiempo. Además, proporciona una gran ventaja en el funcionamiento y en el mantenimiento del sistema, así como, en la flexibilidad de su capacidad total aumentando o disminuyendo el número de módulos [81-84].

Económicos:

- Reducción de las inversiones en infraestructura eléctrica. La GD puede suministrar los aumentos de carga local necesarios instalándolas en localizaciones determinadas, por lo que pueden reducir o evitar la construcción de nuevas líneas de transporte y distribución, mejorar los sistemas eléctricos existentes y reducir la capacidad de los sistemas de transporte y distribución durante la etapa de planificación [86,91,93]. Instalando GD se reduce la construcción de centrales eléctricas convencionales.
- Disminución de los costes de operación y mantenimiento. La GD aumenta la vida de los transformadores y de los equipos del sistema de transporte y distribución, y facilita el ahorro de combustible [89].
- Reducción de los costes de combustible debido a la mejora de la eficiencia. La GD con CHP puede ser más económica [46]. Utilizando el calor residual para calefacción, para refrigeración o para aumentar su eficiencia mediante la generación de más energía eléctrica.
- La GD se puede acoplar gradualmente al sistema y suministrar la demanda exacta que necesite el cliente.
- Incremento de la seguridad y fiabilidad para las cargas críticas [89]. Este beneficio está directamente relacionado con el aumento de la calidad de la onda eléctrica.
- Según las diferentes tecnologías de GD, los tipos de recursos energéticos y combustibles utilizados están diversificados. Por lo tanto, no hay más interés por un cierto tipo de combustible que por otro [92].

Pero no todo son beneficios, la inadecuada planificación, diseño y ubicación de la conexión a la red de sistemas GD puede provocar problemas, tales como el aumento de las pérdidas en el sistema que provoca mayores costes de explotación de la red para la empresa distribuidora, la propagación de armónicos y otros tipos de perturbaciones, la aparición de huecos de tensión, sobretensiones, el funcionamiento en isla de sectores de la red, efectos contrarios sobre el comportamiento inicialmente previsto en los flujos de potencia, etc. [46,89].

Para evitar algunos de estos problemas y obtener el máximo de beneficios técnicos y económicos de la GD se requiere previamente un estudio, planificación y gestión adecuadas, tener en cuenta las características específicas de los sistemas GD a utilizar, el porcentaje de penetración en la potencia de la red, la tecnología y topologías a emplear, así como determinar el tamaño y ubicación óptimos [86] dependiente de varios factores.

CAPÍTULO 4

Flujo de cargas radial probabilista

4.1. Introducción

El flujo de cargas constituye uno de los problemas más estudiados en el ámbito de la ingeniería eléctrica por su gran importancia para la planificación y el mantenimiento de los grandes sistemas de distribución de energía eléctrica. Las compañías necesitan asegurar en la medida de lo posible que las tensiones en los nudos y la capacidad de las líneas de transporte se encuentran dentro de unos límites de seguridad. La solución al problema de flujo de cargas determina el valor de estas tensiones y de los flujos de potencia que circulan por las líneas de transporte en un momento determinado a partir de los datos disponibles para ese momento del nivel de carga y generación del sistema.

El flujo de cargas se plantea como un sistema de ecuaciones no lineales que representa el equilibrio existente en estado estacionario en la red entre la potencia consumida y la potencia producida. Los algoritmos de flujo de cargas que se utilizan normalmente, como el método de Newton-Raphson, son deterministas, es decir, a partir de unos valores concretos de potencias inyectadas en los nudos, se obtiene un único valor determinado para la tensión y los flujos de potencia en cada línea. Sin embargo,

estos valores de entrada al problema no pueden determinarse con exactitud. Los sistemas reales presentan un comportamiento un tanto incierto, tanto en cuanto a la demanda de los clientes como a la probabilidad de fallo de sus componentes. Una forma de recoger las fuentes de incertidumbre del sistema es representar los datos de entrada al problema como variables aleatorias. La resolución del problema de flujo de cargas tomando como datos de entrada estas variables aleatorias recibe el nombre de flujo de cargas probabilista. Con estas variables aleatorias como dato de partida, existen varios enfoques para calcular el flujo de cargas. Por un lado existen técnicas de simulación, como el método de Monte Carlo, que siguen utilizando algoritmos deterministas para la resolución del problema, y técnicas analíticas, que operan directamente con las variables aleatorias.

Entre las diferentes técnicas de simulación existentes, destaca la utilización del método de Monte Carlo [18] que permite seguir utilizando los algoritmos de flujo de cargas deterministas ya desarrollados. Esta técnica consiste en ir realizando una selección de valores de las variables de entrada a partir de su función de distribución y a continuación, para esos valores seleccionados, resolver un flujo de cargas determinista. Con todos los resultados obtenidos de las repetidas simulaciones, se puede reconstruir una solución probabilista para el estado del sistema. Claramente se pueden observar las limitaciones de este método. Por un lado, para obtener una solución válida sería preciso coger un gran número de muestras de las variables de entrada y ejecutar para cada muestra de valores su correspondiente flujo de cargas, con el alto coste computacional que esto implicaría. Por otro lado, para la reconstrucción de la solución, es preciso almacenar la solución de todos los algoritmos de flujo de cargas ejecutados que requeriría una importante capacidad de almacenamiento computacional.

Como se ha indicado anteriormente, existe también una manera analítica de tratar el problema de flujo de cargas probabilista [17] que no presenta las dificultades computacionales de la utilización del método de Monte Carlo. En estos métodos se usan las propiedades de convolución de las variables aleatorias que representan la potencia inyectada en los nudos para obtener como resultado los valores de tensión y flujo de potencia en las líneas también como variables aleatorias. La principal ventaja de la utilización de algunas de estas técnicas es su eficiencia computacional a la hora de tratar variables aleatorias. Por otro lado, presentan como inconveniente el hecho de que en muchos casos, es necesario simplificar las ecuaciones no lineales a ecuaciones lineales o cuadráticas para poder aplicar estas técnicas, con la consiguiente pérdida de precisión.

4.2. Caracterización del problema de flujo de cargas probabilista.

Las ecuaciones (2.23) pueden escribirse de forma general como [17]:

$$W = h(X) \quad (4.1)$$

donde W es un vector que representa las cantidades estimadas, X es el vector de estado que representa las cantidades a ser computadas, y h es una función no lineal dada por las ecuaciones (2.23).

En la formulación determinista del problema de flujo de cargas, el vector W se supone perfectamente conocido. Sin embargo, en la práctica, esta información sólo puede ser conocida con relativa precisión. Esta inexactitud es aún más pronunciada cuando la información usada trata de representar las condiciones existentes en un momento futuro. Las inexactitudes pueden ser debidas a:

- Errores de medida,
- imprecisión de las previsiones, o
- fallos de elementos del sistema.

La carga futura no es conocida con precisión, de tal manera que puede resultar ser más apropiado especificar la demanda en términos de un rango de valores con su probabilidad de ocurrencia asociada. Además, la generación disponible y la configuración exacta de la red de transporte no pueden predecirse con exactitud y requieren igualmente una descripción probabilista. La formulación determinista del flujo de cargas requiere valores específicos de carga, generación y condiciones de la red y cualquier variación en los mismos requeriría una nueva resolución del problema. Hoy en día se hace necesario calcular las tensiones en los nudos y las potencias transmitidas por las líneas para un rango de valores de carga y generación. Ejecutar un flujo de cargas determinista para cada posible combinación de valores de carga y generación es prácticamente inviable debido al elevado coste computacional que implica. Una posible solución consiste en elegir un número limitado de valores de carga y asumir que la producción de cada generador es igual al valor esperado, sin embargo, los resultados

obtenidos estarían basados en información incompleta y no serían por tanto lo suficientemente precisos.

Dada su importancia, es más deseable conocer los posibles rangos de valores de la solución al problema de flujo de cargas correspondientes a los rangos de valores de los datos de entrada. Para obtener dicha información es necesario resolver el flujo de cargas de forma probabilista.

Existen dos enfoques para resolver el problema de flujo de cargas probabilista. Un enfoque, usualmente conocido como flujo de cargas estocástico usa un algoritmo de tipo estimador de estado que se sirve de información a posteriori (pasada o presente) para representar las inexactitudes a priori (futuro) del problema. Básicamente, este enfoque asume que el vector W varía alrededor de un valor esperado. La ecuación (4.1) puede entonces escribirse de la siguiente forma:

$$W = h(X) + \eta \quad (4.2)$$

donde η es un vector variable aleatoria de ruido cuya covarianza define las variaciones de las inyecciones de potencia en torno a los valores de la media del caso base. El objeto del flujo de cargas estocástico es obtener la matriz de covarianza y la mejor estimación del vector de estado y de los flujos de potencia circulando por las líneas.

Otro enfoque, normalmente conocido como flujo de cargas probabilista, usa aproximaciones cuadráticas o lineales de la ecuación (4.1). Con estas aproximaciones, la ecuación (4.1) es resuelta para X de forma directa y las funciones de probabilidad de X son obtenidas a partir de la descripción probabilista de W . El precio a pagar por obtener directamente las funciones de probabilidad de X es la simplificación de las ecuaciones del flujo de cargas, y por tanto, la solución obtenida no será completamente exacta. Además, con este enfoque, es necesario suponer que las inyecciones de potencia en cada nudo son independientes para así poder aplicar las técnicas de convolución, aunque últimamente se vienen desarrollando algoritmos [21,94] que permiten tener en cuenta la correlación entre dichas inyecciones.

En esta Tesis se utiliza el enfoque probabilista del problema de flujo de cargas y en este capítulo se desarrollan las técnicas probabilistas necesarias con vistas a obtener las

funciones de probabilidad del vector de estado X .

4.3. Ecuaciones del flujo de cargas probabilista

Dado que las ecuaciones (2.23) no son lineales con respecto a las magnitudes de ángulos y tensiones, las soluciones numéricas al problema deberían en principio estar basadas en métodos iterativos como el método de Newton-Raphson. Sin embargo, para un análisis probabilista del problema es preferible trabajar con aproximaciones lineales de estas ecuaciones de forma que las variables de estado puedan ser representadas como combinaciones lineales de las variables de entrada. Esto permitirá resolver el problema de forma rápida ya que se podrán aplicar técnicas de convolución sobre las variables aleatorias implicadas.

Principalmente se usan tres tipos de aproximaciones:

- *Ecuaciones de flujo de cargas DC.* Consisten en considerar para todos los nudos $V_i = V_k = 1$ p.u., $G_{ik} = 0$ (resistencia de las líneas igual a cero), y $\text{sen}\delta_{ik} = \delta_{ik}$.
- *Ecuaciones de flujo de cargas desacopladas.* Consisten en considerar que las potencias activa y reactiva están desacopladas, es decir, las tensiones no tienen ningún efecto sobre los ángulos, y los ángulos no tienen efecto ni sobre las tensiones ni sobre las potencias reactivas [95].
- *Ecuaciones de flujo de cargas acopladas.* Son la linealización directa de las ecuaciones (2.23).

En esta Tesis sólo se desarrollarán las ecuaciones linealizadas para la última de las aproximaciones comentadas, también llamada *flujo de cargas AC*.

4.4. Aproximación lineal

En esta sección se linealizan las ecuaciones del flujo de cargas para su utilización en el flujo de cargas probabilista. También se presenta la linealización para la determinación de los flujos de potencia por las líneas.

4.4.1. Formulación lineal del problema

El proceso de linealización de las ecuaciones de flujo de cargas está realizado alrededor de la solución obtenida mediante un flujo de cargas determinista, concretamente sobre los valores esperados del sistema. Estos valores esperados se obtienen tras la resolución determinista del problema a partir del método de Newton-Raphson.

Para ilustrar el concepto de esta técnica, se considerarán dos variables aleatorias: X e Y , que en algún punto del problema serán multiplicadas para dar una tercera variable aleatoria Z :

$$Z = XY \quad (4.3)$$

Si representamos las desviaciones de X e Y alrededor de sus valores medios correspondientes \bar{X} e \bar{Y} por ΔX y ΔY , respectivamente y asumiendo:

$$X \approx \bar{X} + \Delta X \quad \text{y} \quad Y \approx \bar{Y} + \Delta Y \quad (4.4)$$

se obtiene, tras despreciar los términos de segundo orden $\Delta X \Delta Y$:

$$Z \approx \bar{X}\bar{Y} + \bar{X}\Delta Y + \bar{Y}\Delta X = \bar{X}Y + \bar{Y}X - \bar{X}\bar{Y} \quad (4.5)$$

Por tanto, si las variaciones de las variables aleatorias son pequeñas, la variable Z puede ser linealizada una vez que los valores esperados X e Y son conocidos.

Esta técnica será aplicada a los ángulos y tensiones en las ecuaciones de flujo de cargas (2.23), ya que en general las variaciones de estas variables aleatorias en torno al punto de operación determinado por el flujo de cargas determinista serán pequeñas.

Aplicando la técnica anteriormente desarrollada a las tensiones, se obtiene:

$$\begin{aligned} V_i V_k &\approx \bar{V}_i V_k + \bar{V}_k V_i - \bar{V}_i \bar{V}_k \\ V_i^2 &\approx 2\bar{V}_i V_i - \bar{V}_i^2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Un primer paso para la linealización del seno y del coseno que aparecen en las ecuaciones consiste en aplicar a los mismos un desarrollo en series de Maclaurin:

$$\begin{aligned} \text{sen } \delta_{ik} &\approx \delta_{ik} - \frac{\delta_{ik}^3}{6} \\ \text{cos } \delta_{ik} &\approx 1 - \frac{\delta_{ik}^2}{2} \end{aligned} \quad (4.7)$$

A continuación se completa la linealización mediante las aproximaciones lineales vistas:

$$\begin{aligned} \text{cos } \delta_{ik} &= a_{ik} + b_{ik} \delta_{ik} \\ \text{sen } \delta_{ik} &= c_{ik} + d_{ik} \delta_{ik} \end{aligned} \quad (4.8)$$

con

$$\begin{aligned} a_{ik} &= 1 + \frac{\bar{\delta}_{ik}^2}{2} & c_{ik} &= \frac{\bar{\delta}_{ik}^3}{3} \\ b_{ik} &= -\bar{\delta}_{ik} & d_{ik} &= 1 - \frac{\bar{\delta}_{ik}^2}{2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Para las funciones $V_i V_k \text{sen } \delta_{ik}$ y $V_i V_k \text{cos } \delta_{ik}$ que intervienen en las ecuaciones de flujo de cargas, la linealización da como resultado:

$$\begin{aligned} V_i V_k \operatorname{sen} \delta_{ik} &= a'_{ik} + b'_{ik} \delta_{ik} + c'_{ik} V_i + d'_{ik} V_k \\ V_i V_k \cos \delta_{ik} &= a''_{ik} + b''_{ik} \delta_{ik} + c''_{ik} V_i + d''_{ik} V_k \end{aligned} \quad (4.10)$$

con

$$\begin{aligned} a'_{ik} &= 2\bar{V}_i \bar{V}_k \bar{\delta}_{ik} \left(\frac{1}{3} \bar{\delta}_{ik}^2 - 1 \right) & a''_{ik} &= \bar{V}_i \bar{V}_k \left(\frac{3}{2} \bar{\delta}_{ik}^2 - 1 \right) \\ b'_{ik} &= \bar{V}_i \bar{V}_k \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\delta}_{ik}^2 \right) & b''_{ik} &= -\bar{V}_i \bar{V}_k \bar{\delta}_{ik} \\ c'_{ik} &= \bar{V}_k \left(\bar{\delta}_{ik} - \frac{1}{6} \bar{\delta}_{ik}^3 \right) & c''_{ik} &= \bar{V}_k \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\delta}_{ik}^2 \right) \\ d'_{ik} &= \bar{V}_i \left(\bar{\delta}_{ik} - \frac{1}{6} \bar{\delta}_{ik}^3 \right) & d''_{ik} &= \bar{V}_i \left(1 - \frac{1}{2} \bar{\delta}_{ik}^2 \right) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Finalmente, sustituyendo estas aproximaciones (4.10) en las ecuaciones (2.23) se obtiene la expresión de las ecuaciones linealizadas del problema de flujo de cargas:

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{n=1}^N (e'_{in} + f'_{in} \delta_i - f'_{in} \delta_n + g'_{in} V_i + h'_{in} V_n) \\ Q_i &= \sum_{n=1}^N (e''_{in} + f''_{in} \delta_i - f''_{in} \delta_n + g''_{in} V_i + h''_{in} V_n) \end{aligned} \quad (4.12)$$

con

$$\begin{aligned} e'_{ik} &= a'_{ik} G_{ik} + a'_{ik} B_{ik} & e''_{ik} &= a'_{ik} G_{ik} - a''_{ik} B_{ik} \\ f'_{ik} &= b'_{ik} G_{ik} + b'_{ik} B_{ik} & f''_{ik} &= b'_{ik} G_{ik} - b''_{ik} B_{ik} \\ g'_{ik} &= c'_{ik} G_{ik} + c'_{ik} B_{ik} & g''_{ik} &= c'_{ik} G_{ik} - c''_{ik} B_{ik} \\ h'_{ik} &= d'_{ik} G_{ik} + d'_{ik} B_{ik} & h''_{ik} &= d'_{ik} G_{ik} - d''_{ik} B_{ik} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Las ecuaciones (4.12) pueden escribirse en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & L \\ F & J \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta \\ V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R \\ H \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

donde P y Q son vectores de N elementos, siendo N igual al número de nudos del sistema.

Nótese que las operaciones realizadas en esta sección han permitido transformar un sistema de ecuaciones no lineales en un sistema de ecuaciones lineal formadas por la suma de las variables de interés. Esta linealización del problema de flujo de cargas permite operar directamente con las variables aleatorias dato del problema.

4.4.2. Flujos de potencia por las líneas

A continuación se presenta la linealización desarrollada para la determinación de los flujos de potencia activa y reactiva por las líneas y, a partir de estos, se realiza otra linealización para obtener los flujos de potencia aparente por las líneas.

4.4.2.1. Potencia activa y reactiva

En cuanto a los flujos de potencia activa y reactiva por las líneas de transporte, se aplican las técnicas de linealización vistas a las ecuaciones (2.29) y (2.30), obteniéndose:

$$\begin{aligned} P_{ik} &= m'_{ik} + f'_{ik}\delta_i - f'_{ik}\delta_k + n'_{ik}V_i + h'_{ik}V_k \\ Q_{ik} &= m''_{ik} + f''_{ik}\delta_i - f''_{ik}\delta_k + n''_{ik}V_i + h''_{ik}V_k \end{aligned} \quad (4.15)$$

donde

$$\begin{aligned}
 m'_{ik} &= e'_{ik} + \frac{1}{t_{ik}} \bar{V}_i^2 G_{ik} & m''_{ik} &= e''_{ik} - \frac{1}{t_{ik}} \bar{V}_i^2 B_{ik} + b_{ik}^{sh} \bar{V}_i^2 \\
 n'_{ik} &= g'_{ik} - 2 \frac{1}{t_{ik}} G_{ik} \bar{V}_i & n''_{ik} &= g''_{ik} + 2 \frac{1}{t_{ik}} B_{ik} \bar{V}_i - 2b_{ik}^{sh} \bar{V}_i
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Y en el otro extremo de las líneas:

$$\begin{aligned}
 P_{ki} &= m'_{ki} + f'_{ki} \delta_i - f'_{ki} \delta_k + n'_{ki} V_i + h'_{ki} V_k \\
 Q_{ki} &= m''_{ki} + f''_{ki} \delta_i - f''_{ki} \delta_k + n''_{ki} V_i + h''_{ki} V_k
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

con

$$\begin{aligned}
 m'_{ki} &= e'_{ki} + t_{ik} \bar{V}_k^2 G_{ik} & m''_{ki} &= e''_{ki} - t_{ik} \bar{V}_k^2 B_{ik} + b_{ki}^{sh} \bar{V}_k^2 \\
 n'_{ki} &= g'_{ki} - 2t_{ik} G_{ik} \bar{V}_k & n''_{ki} &= g''_{ki} + 2t_{ik} B_{ik} \bar{V}_k - 2b_{ki}^{sh} \bar{V}_k
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

donde t_{ik} es el dato de la toma de los transformadores, tal y como lo suelen dar las compañías eléctricas. Es decir, si en el archivo de datos la línea está definida desde el nudo i al nudo k , la toma del transformador de esa rama es t_{ik} .

4.4.2.2. Potencia aparente

La ecuación que relaciona la potencia aparente, S , con la potencia activa y reactiva, P y Q , es la siguiente:

$$S_{ik} = \sqrt{P_{ik}^2 + Q_{ik}^2} \tag{4.19}$$

Realizando un desarrollo en series de Taylor se tiene (despreciando términos iguales o superiores a dos):

$$S_{ik} = S_{ik} \Big|_{\bar{P}_{ik}, \bar{Q}_{ik}} + \frac{\partial S_{ik}}{\partial P_{ik}} \Big|_{\bar{P}_{ik}, \bar{Q}_{ik}} (P_{ik} - \bar{P}_{ik}) + \frac{\partial S_{ik}}{\partial Q_{ik}} \Big|_{\bar{P}_{ik}, \bar{Q}_{ik}} (Q_{ik} - \bar{Q}_{ik}) \quad (4.20)$$

donde \bar{P}_{ik} y \bar{Q}_{ik} son la media de las distribuciones del flujo de potencia activa y reactiva por la línea ik , respectivamente.

Las derivadas son:

$$\frac{\partial S_{ik}}{\partial P_{ik}} = \frac{1}{2} (P_{ik}^2 + Q_{ik}^2)^{-1/2} 2P_{ik} = \frac{P_{ik}}{\sqrt{P_{ik}^2 + Q_{ik}^2}} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial S_{ik}}{\partial Q_{ik}} = \frac{1}{2} (P_{ik}^2 + Q_{ik}^2)^{-1/2} 2Q_{ik} = \frac{Q_{ik}}{\sqrt{P_{ik}^2 + Q_{ik}^2}} \quad (4.22)$$

Evaluando la función primitiva y sus derivadas en el punto medio $(\bar{P}_{ik}, \bar{Q}_{ik})$ se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{ik}}{\partial P_{ik}} \Big|_{\bar{P}_{ik}, \bar{Q}_{ik}} &= \frac{\bar{P}_{ik}}{\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}} \\ \frac{\partial S_{ik}}{\partial Q_{ik}} \Big|_{\bar{P}_{ik}, \bar{Q}_{ik}} &= \frac{\bar{Q}_{ik}}{\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}} \\ S_{ik} \Big|_{\bar{P}_{ik}, \bar{Q}_{ik}} &= \sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.23) en la ecuación (4.20) y operando se tiene:

$$S_{ik} = \frac{\bar{P}_{ik}}{\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}} P_{ik} + \frac{\bar{Q}_{ik}}{\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}} Q_{ik} + \left[\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2} - \frac{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}{\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}} \right] \quad (4.24)$$

De otra forma:

$$S_{ik} = A_{ik} P_{ik} + B_{ik} Q_{ik} + C_{ik} \quad (4.25)$$

donde los coeficientes A_{ik} , B_{ik} y C_{ik} son:

$$A_{ik} = \frac{\bar{P}_{ik}}{\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}}$$

$$B_{ik} = \frac{\bar{Q}_{ik}}{\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}} \quad (4.26)$$

$$C_{ik} = \sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2} - \frac{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}{\sqrt{\bar{P}_{ik}^2 + \bar{Q}_{ik}^2}}$$

Sustituyendo en (4.25) P_{ik} y Q_{ik} por su valor calculado en el flujo de cargas probabilista podemos determinar la distribución de los flujos de potencia aparente por las líneas, con ayuda del método de los cumulantes, que se describe más adelante.

4.4.3. Pérdidas en el sistema

En esta sección se detalla el cálculo de las pérdidas de potencia activa del sistema, en función de las ecuaciones de flujo de cargas linealizadas.

Las pérdidas totales de un sistema corresponden a la suma de las pérdidas en todas las líneas:

$$P_{er} = \sum_{l=1}^b \Delta P_l \quad (4.27)$$

siendo b el número total de líneas del sistema y ΔP_l la pérdida de potencia activa en la línea l .

La pérdida de potencia activa en una línea cualquiera se puede determinar como la diferencia entre los flujos de potencia activa calculados en los dos extremos de la línea, o sea:

$$\Delta P_l = |P_{ik}^l - P_{ki}^l| \quad (4.28)$$

donde P_{ik}^l es el flujo de potencia activa de la línea l desde el nudo i al nudo k , y P_{ki}^l es el flujo de potencia activa de la línea l desde el nudo k al nudo i .

Sustituyendo P_{ik}^l y P_{ki}^l por su valor en las ecuaciones (4.15) y (4.17) y realizando operaciones, se llega a la expresión de las pérdidas:

$$P_{er} = \sum_{l=1}^b \left| m'_{ik} - m'_{ki} + \delta_i (f'_{ik} - f'_{ki}) + \delta_k (f'_{ki} - f'_{ik}) + V_i (n'_{ik} - n'_{ki}) + V_k (h'_{ik} - h'_{ki}) \right|^l \quad (4.29)$$

4.5. Momentos y cumulantes

Inicialmente, cuando el problema de flujo de cargas probabilista fue presentado [15], se empezó utilizando métodos de convolución directa de las variables aleatorias implicadas en el problema para su resolución. Sin embargo, estas técnicas presentaban grandes dificultades debidas sobre todo a la no linealidad del problema y a que la cantidad de información a tratar era muy superior a la que se necesitaba para el flujo de cargas determinista. Es por ello que estos primeros algoritmos se encargaban de resolver la formulación DC del flujo de cargas o la desacoplada y no se utilizaban para problemas de gran dimensión. Posteriormente, se empezó a tratar el problema

considerando que las variables implicadas en el mismo eran distribuciones normales, lo que permitía utilizar la propiedad de reproductividad de la distribución normal para su resolución. Después el interés se ha centrado en resolver el problema cuando las variables implicadas no son únicamente normales para tener así una representación más correcta de las condiciones del sistema. [96,97] demostraron además que incluso si todas las variables dato del problema están normalmente distribuidas, las variables de salida no serán normales debido a la no linealidad de las ecuaciones de flujo de cargas.

El método de los cumulantes, que será desarrollado en este capítulo, permite reemplazar la convolución de variables aleatorias por la suma de sus cumulantes, con la reducción de coste computacional que esto conlleva [22,98]. Este método permite igualmente utilizar cualquier tipo de variable aleatoria, y no solamente distribuciones normales.

4.5.1. Momentos

Los momentos de una variable aleatoria X son los valores esperados de ciertas funciones de X [99,100]. Éstos forman una colección de medidas descriptivas que pueden emplearse para caracterizar la distribución de probabilidad de X y especificarla si todos los momentos de X son conocidos. A pesar de que los momentos de X pueden definirse alrededor de cualquier punto de referencia, generalmente se definen alrededor del cero o del valor esperado de X . El uso de los momentos de una variable aleatoria para caracterizar a la distribución de probabilidad es una tarea muy útil. Lo anterior es especialmente cierto en un medio en el que es poco probable que el experimentador conozca la distribución de probabilidad.

Definición 1. Se define el r -ésimo momento en torno a cero de X , como:

$$\mu'_r = E(X^r) = \sum_x x^r p(x) \quad (4.30)$$

si X es discreta y toma valores x_i con probabilidades $p(x_i)$ o,

$$\mu'_r = E(X^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx \quad (4.31)$$

si X es continua con una función de densidad $f(x)$.

Definición 2. Se define el r -ésimo momento central de X o el r -ésimo momento alrededor de la media de X como:

$$\mu_r = E(X - \mu)^r = \sum_x (x - \mu)^r p(x) \quad (4.32)$$

si X es discreta y toma valores x_i con probabilidades $p(x_i)$ o,

$$\mu_r = E(X - \mu)^r = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^r f(x) dx \quad (4.33)$$

si X es continua con una función de densidad $f(x)$. μ es la media de X , es decir, el primer momento en torno a cero de la variable aleatoria X .

4.5.2. Cumulantes

Los cumulantes de una variable aleatoria, al igual que los momentos, son una serie de constantes que permiten conocer sus propiedades y determinar su función de distribución [101]. Sin embargo, los cumulantes poseen una serie de propiedades que hacen que su utilización sea a veces más útil.

Los cumulantes de una variable aleatoria X pueden calcularse a partir de los momentos centrales de X y viceversa según las relaciones que aparecen recogidas en el anexo A1. También existen relaciones entre los momentos en torno al origen y los cumulantes que pueden encontrarse igualmente en dicho anexo.

4.5.2.1. Propiedades de los cumulantes

La razón por la que se trabajará con cumulantes es gracias a las ventajas que aportan las dos siguientes propiedades, que simplifican el cálculo de las funciones de densidad y de distribución acumulativa, PDF (*Probabilistic Density Function*) y CDF (*Cumulative Distribution Function*), respectivamente, de las variables aleatorias que se pretenden calcular.

Propiedad I. Sean $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ variables aleatorias independientes y $k_v^{\xi_1}, k_v^{\xi_2}, \dots, k_v^{\xi_n}$ sus respectivos cumulantes de orden v , entonces, los cumulantes de la suma $\varsigma = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$ son iguales a la suma de los cumulantes de cada variable,

$$k_v^\varsigma = k_v^{\xi_1} + k_v^{\xi_2} + \dots + k_v^{\xi_n} \quad (4.34)$$

Propiedad II. Sea ς una función lineal de ξ , $\varsigma = a\xi + b$, y k_v^ξ los cumulantes de ξ , entonces, los cumulantes de ς , k_v^ς , son:

$$\begin{aligned} k_v^\varsigma &= ak_v^\xi + b & \text{si } v = 1 \\ k_v^\varsigma &= a^v k_v^\xi & \text{si } v > 1 \end{aligned} \quad (4.35)$$

Propiedad III. Sean $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ variables aleatorias independientes y $k_v^{\xi_1}, k_v^{\xi_2}, \dots, k_v^{\xi_n}$ sus respectivos cumulantes, entonces, los cumulantes de la suma $\varsigma = a_1\xi_1 + a_2\xi_2 + \dots + a_n\xi_n + b$ son iguales a:

$$\begin{aligned} k_v^\varsigma &= a_1 k_v^{\xi_1} + a_2 k_v^{\xi_2} + \dots + a_n k_v^{\xi_n} + b & \text{si } v = 1 \\ k_v^\varsigma &= a_1^v k_v^{\xi_1} + a_2^v k_v^{\xi_2} + \dots + a_n^v k_v^{\xi_n} & \text{si } v > 1 \end{aligned} \quad (4.36)$$

4.6. Método analítico

En esta sección se indican los métodos para la resolución analítica del flujo de cargas probabilista y representación de funciones de distribución.

4.6.1. Resolución de flujo de cargas probabilista: Método de los cumulantes

El método de los cumulantes se emplea para resolver sistemas de ecuaciones lineales cuando las variables implicadas en el problema son variables aleatorias. El método consiste básicamente en obtener los cumulantes de la solución resolviendo el sistema de ecuaciones del problema para cada orden de los cumulantes de las variables. Los cumulantes obtenidos de la solución proporcionan la información necesaria para reconstruir las funciones de densidad y de distribución acumulativa de las variables. Sea el sistema lineal de la ecuación (4.37), donde X_1, X_2, \dots, X_N son variables aleatorias independientes, dato del problema, e Y_1, Y_2, \dots, Y_N las variables aleatorias incógnita del sistema.

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

En primer lugar, para la aplicación del método de los cumulantes, es necesario calcular los cumulantes de X_1, X_2, \dots, X_N . Normalmente estos cumulantes se calculan a partir de los momentos estadísticos de las variables aleatorias mediante las relaciones especificadas en el anexo A1. Sean estos cumulantes de orden ν , $k_\nu^{X_1}, k_\nu^{X_2}, \dots, k_\nu^{X_N}$. La aplicación de la propiedad III de los cumulantes vista en la sección anterior permite calcular los cumulantes $k_\nu^{Y_1}, k_\nu^{Y_2}, \dots, k_\nu^{Y_N}$ de Y_1, Y_2, \dots, Y_N , respectivamente. Para ello se resuelve el sistema (4.37) para cada orden de los cumulantes, es decir, si se desea obtener los n primeros cumulantes de cada variable aleatoria Y se resuelven los sistemas:

$$\begin{pmatrix} k_v^{Y_1} \\ k_v^{Y_2} \\ \vdots \\ k_v^{Y_N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k_v^{X_1} \\ k_v^{X_2} \\ \vdots \\ k_v^{X_N} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

para $v=1$, y

$$\begin{pmatrix} k_v^{Y_1} \\ k_v^{Y_2} \\ \vdots \\ k_v^{Y_N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}^v & a_{12}^v & \cdots & a_{1N}^v \\ a_{21}^v & a_{22}^v & \cdots & a_{2N}^v \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1}^v & a_{N2}^v & \cdots & a_{NN}^v \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k_v^{X_1} \\ k_v^{X_2} \\ \vdots \\ k_v^{X_N} \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

para $v=2, 3, \dots, n$. Es decir, se resuelven n sistemas de ecuaciones lineales.

Una vez calculados los cumulantes de Y_1, Y_2, \dots, Y_N se pueden obtener sus momentos estadísticos aplicando las relaciones reflejadas en el anexo A1. Los momentos proporcionan datos de las variables aleatorias calculadas tales como la media o la desviación típica. Posteriormente se verán dos métodos que permiten reconstruir las funciones de distribución acumulativa y de densidad de una variable aleatoria a partir de sus momentos estadísticos, o sus cumulantes. Estos son los métodos de Gram-Charlier y de Cornish-Fisher. Existen más métodos para este fin [102], que no serán considerados en esta tesis.

En resumen, la aplicación de las propiedades de los cumulantes en la que está basado el método de los cumulantes permite resolver cualquier sistema de ecuaciones lineal probabilista utilizando los cumulantes de las variables aleatorias implicadas, evitando así tener que realizar la siempre complicada convolución de las mismas. Los cumulantes calculados proporcionan la información suficiente para construir las funciones probabilistas de la solución, como se verá posteriormente. Las técnicas de resolución basadas en la aplicación de las propiedades de los cumulantes son técnicas analíticas, ya que operan directamente con los datos probabilistas del problema, como son los momentos de las variables aleatorias.

Es importante notar que para la aplicación de la propiedad III, las variables X_I ,

X_2, \dots, X_N cuya combinación lineal dan lugar a las variables Y_1, Y_2, \dots, Y_N han de ser obligatoriamente independientes. Esto exige que para resolver el problema de flujo de cargas, cada vez que se desee calcular los cumulantes de una incógnita del problema, esta variable deberá ser expresada como combinación lineal de variables independientes. La manera de que esto se cumpla en todo momento es expresar las incógnitas siempre en función de los datos del problema, ya que en esta Tesis todas las variables dato son consideradas independientes. Existen otros estudios que resuelven el flujo de cargas probabilista considerando que las variables aleatorias están relacionadas entre sí [21,94,103].

En el caso de que en un mismo nudo del sistema haya carga y generación que sigan, o no, distintas distribuciones de probabilidad se aplicarán las propiedades vistas anteriormente para calcular los cumulantes de la potencia total inyectada. Estos cumulantes serán la suma con su signo de los cumulantes de las distintas distribuciones de carga o generación aplicadas en dicho nudo, es decir

$$\begin{aligned} P_i &= P_{Gi} - P_{Li} \\ k_v^{P_i} &= k_v^{P_{Gi}} + (-1)^v k_v^{P_{Li}} \end{aligned} \quad (4.40)$$

En general, para un nudo con varias cargas y varias generaciones:

$$\begin{aligned} P_i &= \sum P_{Gi} - \sum P_{Li} \\ k_v^{P_i} &= \sum k_v^{P_{Gi}} + (-1)^v \sum k_v^{P_{Li}} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Igualmente, es importante destacar que todas las potencias que serán calculadas, tanto activas como reactivas, así como sus cumulantes son valores de potencias inyectadas a la red en el nudo correspondiente. Por tanto, si en un mismo nudo se dispone de un centro de generación y de una carga simultáneamente, para calcular la potencia generada habrá que hacer uso de las propiedades de los cumulantes, resultando:

$$\begin{aligned} P_{Gi} &= P_i + \sum P_{Li} \\ k_v^{P_{Gi}} &= k_v^{P_i} + \sum k_v^{P_{Li}} \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} Q_{Gi} &= Q_i + \sum Q_{Li} \\ k_v^{Q_{Gi}} &= k_v^{Q_i} + \sum k_v^{Q_{Li}} \end{aligned} \quad (4.43)$$

En cuanto al número de cumulantes necesarios para la reconstrucción de la solución, se ha visto que en la bibliografía consultada el número varía de 7 [22] a 9 [98] cumulantes.

4.6.2. Caracterización de las variables aleatorias

Una vez resuelto mediante el método de los cumulantes el flujo de cargas probabilista, los resultados que se obtienen son los cumulantes de las variables aleatorias incógnitas del problema.

Para caracterizar estas variables conviene obtener, a partir de los cumulantes, las funciones de densidad y/o las funciones de distribución acumulativa, y realizar sobre estas las mediciones necesarias o representaciones gráficas para tener una idea visual de los resultados obtenidos.

4.6.2.1. Método de Gram-Charlier

Uno de los métodos empleados para calcular las funciones de distribución acumulativa y de densidad de una variable aleatoria a partir de sus momentos centrales es el método de Gram-Charlier. Este método está basado en la expansión de Gram-Charlier que se detalla en esta sección.

Las series de Gram-Charlier de Tipo A utilizan los polinomios de Hermite para obtener una expansión de la función de densidad de una variable aleatoria. En la práctica, sólo se consideran los primeros términos de esta expansión. La bibliografía consultada [101] al respecto aconseja tomar un máximo de 7 términos. La serie truncada resultante puede ser vista como una función de densidad normal multiplicada por un polinomio que tiene en cuenta las diferencias de la función de densidad calculada con

respecto a una distribución normal.

O sea, el método de Gram-Charlier da, a partir de los momentos centrales de una distribución determinada, una aproximación a la misma tomando como base la distribución normal.

Las series de Gram-Charlier hacen uso de los momentos de la distribución real. Las series de Edgeworth son equivalentes a las series de Gram-Charlier pero usan cumulantes en lugar de momentos. Aunque estas series sean equivalentes, computacionalmente las series de Gram-Charlier tienen un mejor comportamiento que las series de Edgeworth.

Sea ζ una variable aleatoria de media μ y desviación típica σ . De acuerdo con la expansión de Gram-Charlier, la función de distribución acumulativa, $F(x)$, y la función de densidad, $f(x)$, de la variable tipificada $x = \frac{\zeta - \mu}{\sigma}$ pueden expresarse de la siguiente forma:

$$F(x) = \Phi(x) + \frac{c_1}{1!} \Phi'(x) + \frac{c_2}{2!} \Phi''(x) + \frac{c_3}{3!} \Phi^{(3)}(x) + \dots \quad (4.44)$$

$$f(x) = \phi(x) + \frac{c_1}{1!} \phi'(x) + \frac{c_2}{2!} \phi''(x) + \frac{c_3}{3!} \phi^{(3)}(x) + \dots \quad (4.45)$$

donde $\Phi(x)$ y $\phi(x)$ representan la función de distribución acumulativa (CDF) y la función de densidad de probabilidad (PDF), respectivamente, de la distribución normal de media $\mu=0$ y desviación típica $\sigma=1$, y $\Phi'(x)$, $\phi'(x)$, $\Phi''(x)$, $\phi''(x)$... sus sucesivas derivadas.

Los coeficientes c_k son constantes definidas por:

$$c_k = (-1)^k \int_{-\infty}^{\infty} H_k(x) f(x) dx, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.46)$$

donde $H_k(x)$ es el polinomio de Hermite de orden k . En la práctica los coeficientes de

la expansión de Gram-Charlier c_k pueden expresarse en función de los momentos centrales de la variable aleatoria objeto de la expansión. Los siete primeros coeficientes son:

$$\begin{aligned}c_0 &= 1, \\c_1 &= c_2 = 0, \\c_3 &= -\frac{\mu_3}{\sigma^3}, \\c_4 &= \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3, \\c_5 &= -\frac{\mu_5}{\sigma^5} + 10\frac{\mu_3}{\sigma^3}, \\c_6 &= \frac{\mu_6}{\sigma^6} - 15\frac{\mu_4}{\sigma^4} + 30, \\c_7 &= -\frac{\mu_7}{\sigma^7} - 21\frac{\mu_5}{\sigma^5} + 105\frac{\mu_3}{\sigma^3}\end{aligned}\tag{4.47}$$

Los resultados de esta expansión serán óptimos cuando las variables implicadas sigan distribuciones gaussianas. Sin embargo, aunque la expansión de Gram-Charlier permite recoger las variaciones que sobre la normal estándar introducen los momentos de orden superior a dos, presenta el inconveniente de que, para ciertos valores de los momentos de orden superior a dos, se alcanzan valores de probabilidad negativos por tratarse de una aproximación polinomial. Sobre todo en economía se han realizado estudios [104] para restringir los valores de los momentos de orden superior de tal manera que la expansión sea siempre positiva. Por otro lado, el principal problema que presenta esta aproximación es cuando alguna de las variables sigue una distribución discreta, ya que las funciones de probabilidad con una parte discreta importante difieren demasiado de las distribuciones gaussianas.

4.6.2.2. Método de Cornish-Fisher

La expansión de Cornish-Fisher es un método para aproximación de cuantiles de una variable aleatoria, teniendo en cuenta solamente los primeros cumulantes de esta variable aleatoria. Los cumulantes de una variable aleatoria son conceptualmente similares a sus momentos. Supóngase una variable aleatoria, \mathbf{X} , con media 0 y

desviación típica 1. Cornish and Fisher [23,105,106] desarrollaron una expansión para aproximar el q -cuantil, $\Phi_x^{-1}(q)$, de x , basado en sus cumulantes. A continuación se muestra la expansión de Cornish-Fisher, por ejemplo para los primeros cinco cumulantes:

$$\begin{aligned} \Phi_x^{-1}(q) \approx & \Phi_z^{-1}(q) + \frac{\Phi_z^{-1}(q)^2 - 1}{6} k_{x,3} + \frac{\Phi_z^{-1}(q)^3 - 3\Phi_z^{-1}(q)}{24} k_{x,4} \\ & - \frac{2\Phi_z^{-1}(q)^3 - 5\Phi_z^{-1}(q)}{36} k_{x,3}^2 + \frac{\Phi_z^{-1}(q)^4 - 6\Phi_z^{-1}(q)^2 + 3}{120} k_{x,5} \quad (4.48) \\ & - \frac{\Phi_z^{-1}(q)^4 - 5\Phi_z^{-1}(q)^2 + 2}{24} k_{x,3} k_{x,4} + \frac{12\Phi_z^{-1}(q)^4 - 53\Phi_z^{-1}(q)^2 + 17}{324} k_{x,3}^3 \end{aligned}$$

donde $\Phi_x^{-1}(q)$ es el q -cuantil de una variable aleatoria x , y $\Phi_z^{-1}(q)$ es el q -cuantil de una variable normal estándar z .

Aunque esta ecuación se aplica sólo si x tiene media 0 y desviación típica 1, puede usarse para aproximar el q -cuantil si x tiene media, μ , distinta de 0, y/o desviación típica, σ , distinta de 1. La normalización de x se define como se muestra a continuación:

$$x^* = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (4.49)$$

que tiene media 0 y una desviación típica de 1. Los momentos de x^* se pueden calcular a partir de los momentos de x con la siguiente expresión:

$$\mu_r^* = \frac{\mu_r}{\sigma^r} \quad (4.50)$$

Cuando se usa la expansión de Cornish-Fisher para obtener el q -cuantil x^* de x^* , el correspondiente q -cuantil x de x se determina aplicando la siguiente expresión:

$$x = x^* \cdot \sigma + \mu \quad (4.51)$$

4.6.3. Proceso para aplicación del flujo de cargas radial probabilista

En la Figura 4.1 se puede ver el proceso a seguir en la aplicación del flujo de cargas radial probabilista por el método analítico explicado en las secciones anteriores.

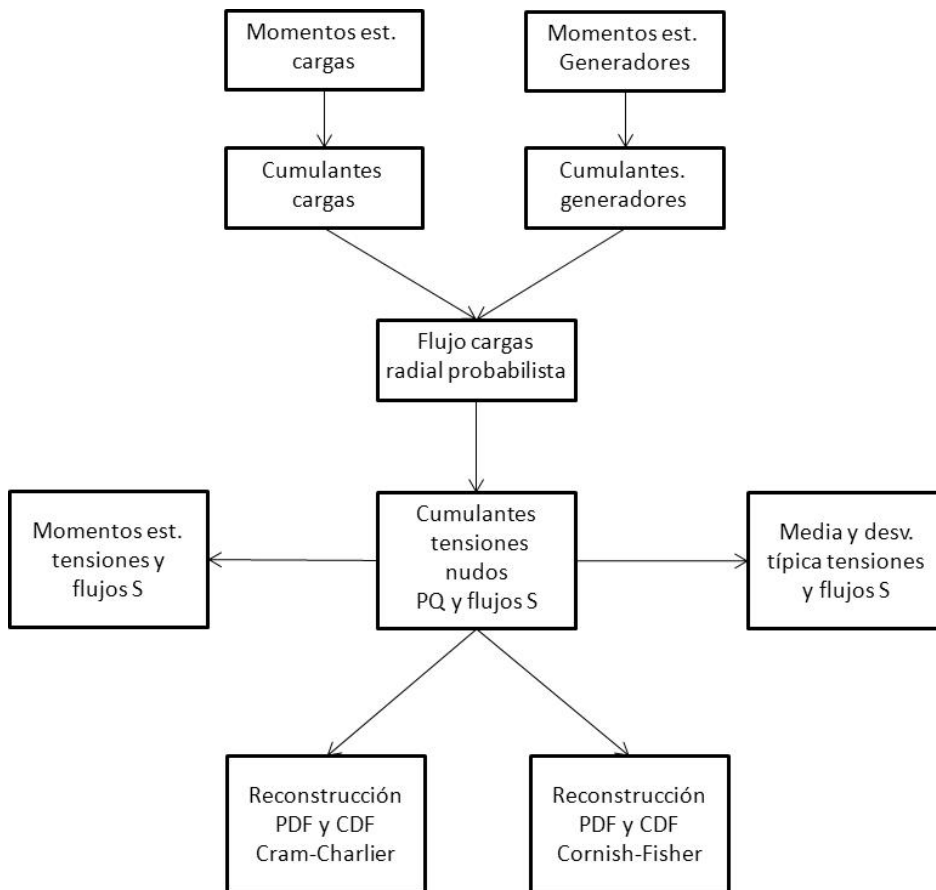


Figura 4.1. Diagrama para flujo de cargas radial probabilista.

4.7. Método de simulación

En esta sección se indica el método para la resolución mediante simulación del flujo de cargas probabilista y representación de funciones de distribución.

4.7.1. Resolución del flujo de cargas probabilista: Método de Monte Carlo

El método de Monte Carlo es una técnica de simulación estocástica que permite resolver el problema de flujo de cargas probabilista utilizando los algoritmos del flujo de cargas determinista. La técnica consiste básicamente en ir seleccionando de manera aleatoria valores de las variables de entrada a partir de sus funciones de distribución y resolver con estos valores un flujo de cargas radial determinista. Después de un cierto número de simulaciones, se reconstruye la solución probabilista del problema a partir de los datos deterministas obtenidos para cada simulación. Para obtener resultados fiables es necesario un número elevado de simulaciones del método de Monte Carlo. Es por ello que este método es “lento” computacionalmente. Además, para evaluar la solución final de los datos de salida es necesario almacenar los datos obtenidos en cada simulación. Para los sistemas de potencia de tamaño real, con miles de nudos, este método implica una capacidad de almacenamiento de datos enorme.

La simulación de Monte Carlo fue creada inicialmente para resolver integrales que no se pueden resolver por métodos analíticos; para resolver estas integrales se usaron números aleatorios. Posteriormente se utilizó para cualquier esquema que emplee números aleatorios, usando variables aleatorias con distribuciones de probabilidad conocidas. El método es usado para resolver ciertos problemas estocásticos y deterministas, donde el tiempo no juega un papel importante. Por lo tanto es un proceso computacional que utiliza números aleatorios para derivar una salida, por lo que en vez de tener entradas con puntos dados, se asignan distribuciones de probabilidad a alguna o todas las variables de entrada. La combinación de resultados obtenidos tras una serie completa de simulaciones generará una distribución de probabilidad de la salida del problema.

Una de las aplicaciones del método de Monte Carlo ha sido tradicionalmente la de método de validación de problemas probabilistas resueltos mediante técnicas analíticas. En esta Tesis será utilizado para comparar los resultados obtenidos mediante las técnicas analíticas desarrolladas, esto es, el flujo de cargas radial probabilista usando el método de los cumulantes y las expansiones de Gram-Charlier y Cornish- Fisher.

4.7.2. Aplicación del método de Monte Carlo al flujo de cargas probabilista

De todos los posibles valores que las variables dato del problema pueden tomar, se escoge aleatoriamente y de forma independiente un valor de cada una de ellas (cada valor es obtenido de forma aleatoria y no tiene ninguna relación con los otros valores de la serie), según la distribución que éstas sigan en cada caso (cada número aleatorio generado tiene una probabilidad específica de pertenecer a un determinado rango de valores según su distribución de probabilidad). Existen varios métodos para realizar este proceso. Entre ellos destaca el método de la transformada inversa [18]. En la práctica se utilizará la función RANDOM de MatLab [107-109], que genera números aleatorios según una función de distribución especificada.

El problema a resolver con cada conjunto independiente de valores de las variables de entrada es un flujo de cargas radial determinista, cuyas ecuaciones se han estudiado en la sección 2.7.

Para determinar el número de simulaciones n que se llevarán a cabo en cada problema se ejecutará varias veces el método Monte Carlo con distintos n y se compararán las soluciones obtenidas de tal manera que para dos soluciones distintas obtenidas con el mismo número de simulaciones, el error (diferencia) entre ambas sea relativamente pequeño. Se puede ver que a partir de un determinado n , aunque se aumente el número de simulaciones, los valores de la media y de la desviación típica obtenidos no varían sensiblemente y la diferencia entre las soluciones es muy pequeña. Es importante destacar que el número de simulaciones necesarias para obtener un resultado lo suficientemente preciso con el método de Monte Carlo es independiente del tamaño del sistema [17]. Como se verá en la sección 7.2, el número de simulaciones que se ha estimado como adecuado para este problema, y que igualmente ha sido utilizado en varios artículos para resolver flujos de cargas probabilistas [21,97] es 10000.

Esto se puede cuantificar por medio del error relativo del método de Monte Carlo, ε_{MC} , para un número dado de simulaciones, n [110]:

$$\varepsilon_{MC} = \frac{100}{(n_T - 1) \cdot N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=2}^{n_T} \frac{|\bar{V}_i^{j-1} - \bar{V}_i^j|}{\bar{V}_i^j} \quad (4.52)$$

donde \bar{V}_i^j es el valor medio de la tensión en el nudo i para el grupo de simulaciones j (por ejemplo, segundo grupo de un conjunto total, n_T , de 50 grupos de simulaciones), con un número de simulaciones dado, n (por ejemplo 5000 simulaciones).

Entonces, en la ecuación (4.52), el método de Monte Carlo se usa para ejecutar un número de simulaciones dado, n , varias veces, n_T . Se comparan las soluciones obtenidas de tal manera que para dos grupos diferentes del mismo número de simulaciones, n , de ensayo el error entre ambos grupos es relativamente pequeño.

Los resultados del método de Monte Carlo con los que se contrasta el método de los cumulantes son la media, la desviación típica y los primeros momentos de orden superior, por ser los momentos de mayor relevancia y por simplicidad, aunque el método de Monte Carlo permite calcular cómodamente todos los momentos estadísticos. En cuanto a las funciones de probabilidad, se comparará únicamente la función de distribución acumulativa, que es la que se puede calcular analíticamente a partir de los resultados de todas las simulaciones del método de Monte Carlo.

En general, si se tuviera la certeza de que la función de densidad va a pertenecer a un determinado tipo, por ejemplo, una distribución normal, ésta se podría calcular también analíticamente. Pero el hecho de que, como se ha explicado, los resultados obtenidos cuenten con una parte discreta más o menos importante según el caso, que hace que la distribución obtenida se aleje de una normal, obligaría a calcular la función de densidad de forma numérica, derivando numéricamente la función de distribución acumulativa obtenida. El cálculo de la derivada es siempre una operación delicada, ya que cualquier tipo de ruido queda amplificado enormemente al derivar. En este problema de flujo de cargas, los resultados de la función de distribución acumulativa, que es la que habría que derivar, son una nube de puntos obtenidos aleatoriamente. No es una función continua ni suave, por lo que su derivación presenta grandes problemas. Si se quisiera obtener un resultado admisible de la función de densidad habría que aplicar en primer lugar un filtro a la función de distribución acumulativa y luego utilizar una fórmula de derivación numérica compleja, de varios puntos, y aun así, no se podría asegurar que la función de densidad obtenida sea la correcta. Como los resultados del método de Monte Carlo son utilizados en esta Tesis como método de validación, se precisa que los resultados obtenidos mediante este método sean “exactos”. Dado que no se tiene la garantía de que la función de densidad obtenida mediante derivación de la función de

distribución acumulativa del método de Monte Carlo sea exacta, no se contrastarán las funciones de densidad. Además, la estrecha relación entre las funciones de distribución acumulativa y de densidad de las distribuciones, la segunda es la derivada de la primera, permite medir la “bondad” de la función de densidad a partir de la “bondad” de su función de distribución acumulativa correspondiente, esto es, si se comprueba que la función de distribución acumulativa de una variable obtenida mediante el método de los cumulantes es correcta, es decir, presenta poca diferencia con respecto a la obtenida mediante el método de Monte Carlo, su correspondiente función de densidad será igualmente correcta, y viceversa.

Para determinar la función de distribución acumulativa de una variable aleatoria por el método de Monte Carlo, primero se ordenan de menor a mayor todos los valores obtenidos en cada una de las simulaciones. Se construye un vector cuyos elementos varían de 0 a 1 y cuya dimensión sea igual al vector que contiene los valores ordenados de la variable en cuestión. Si se representa en abscisas el vector de resultados ordenado y en ordenadas el vector de 0 a 1 se obtiene la gráfica de la CDF de la variable estudiada.

La media se determina con la siguiente ecuación:

$$\bar{a} = \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{n} \quad (4.53)$$

donde n es el número de simulaciones y a_i es el valor de la variable en cada simulación. La desviación típica se determina con la ecuación:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(a_i - \bar{a})^2}{(n-1)}} \quad (4.54)$$

El momento de orden r respecto al origen puede ser evaluado con la siguiente expresión:

$$\mu'_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i^r \quad (4.55)$$

El momento de orden r respecto a la media o momento central es:

$$\mu_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^r \quad (4.56)$$

En la Figura 4.2 se puede ver el proceso a seguir para el cálculo del flujo de cargas radial probabilista por el método de Monte Carlo.

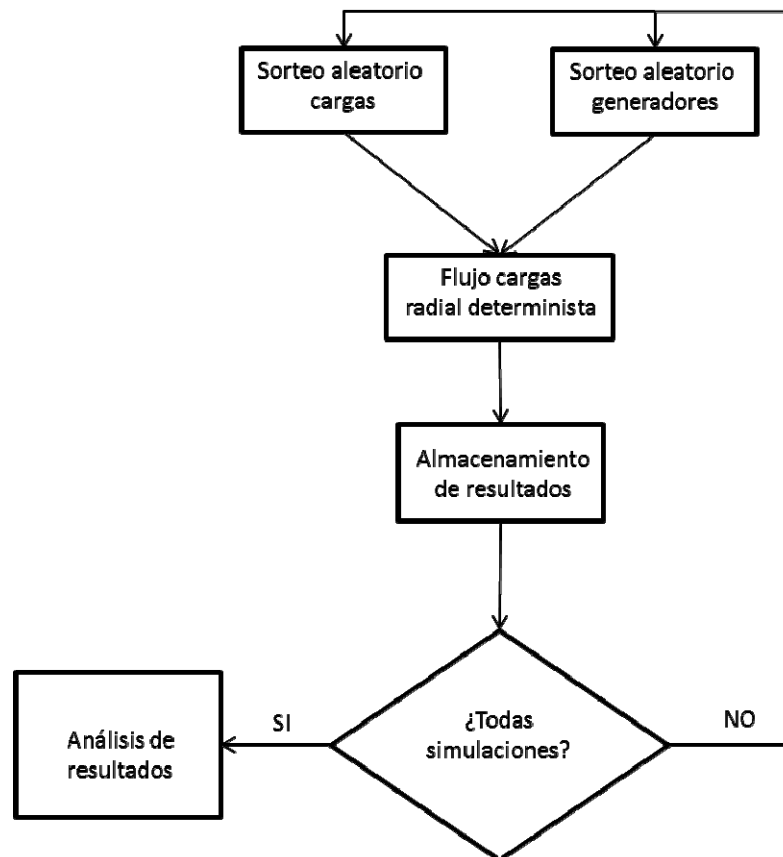


Figura 4.2. Proceso de cálculo de flujo de cargas radial probabilista por el método de simulación.

CAPÍTULO 5

Modelado de cargas y generador fotovoltaico

5.1. Introducción

La incertidumbre introducida por la generación no gestionable, por ejemplo fotovoltaica, afecta a la operación diaria y a la planificación de las redes de distribución. Para estudiarla, es habitual modelar el comportamiento de la generación fotovoltaica a partir de una predicción sobre la radiación solar, que se traducirá en una previsión de producción gracias a los modelos y datos históricos que existen para las plantas fotovoltaicas en el sistema. Estas previsiones llevan implícito un error estadístico, que dependerá de la calidad de las predicciones y de los modelos existentes.

La importancia de las predicciones del recurso fotovoltaico es cada vez mayor, ya que la penetración de la energía fotovoltaica no ha hecho otra cosa que aumentar en los últimos años, y se prevé que en los próximos años esta tendencia continúe. En esta Tesis se propone un método para predecir esta generación fotovoltaica [111]. Por lo tanto, es muy importante realizar simulaciones sobre cómo afectará al sistema dicha incertidumbre.

Pero además de la incertidumbre asociada a las previsiones del recurso fotovoltaico, hay otras fuentes de incertidumbre importantes en el sistema. En particular, se tendrán en cuenta en esta Tesis las incertidumbres asociadas a la demanda del sistema.

Así, para prever el comportamiento del sistema ante los posibles escenarios, se van a incorporar estas incertidumbres a un programa de flujo de cargas para asegurar el correcto funcionamiento del mismo mediante una aproximación estadística. Para ello lo primero que se hará será modelar estas incertidumbres como variables aleatorias [111], que permitan aproximar el comportamiento real de estas variables del sistema y minimizar en lo posible las incertidumbres y sus efectos sobre el mismo.

5.2. Modelo probabilista de cargas conectadas a sistemas de distribución

Las cargas son una fuente de incertidumbre importante en el sistema. Se tiene que prever la demanda de energía eléctrica, que sigue un patrón bastante marcado de ciclos diarios, semanales, mensuales, y estacionales. En gran medida determinada por el clima y la actividad económica. Pero estas previsiones tienen una fuente de incertidumbre que es interesante incorporar al análisis del sistema.

La incertidumbre de las cargas se va a modelar por medio de un conjunto de distribuciones de probabilidad normales. A partir de los datos facilitados sobre la previsión de la demanda, y de las desviaciones típicas que describen el comportamiento de las cargas, se obtendrán las muestras para la demanda del sistema según dicha distribución de probabilidad.

La demanda de carga de un sistema eléctrico tiene componentes deterministas y estocásticos. Los dos principales factores deterministas que afectan a la carga son: tiempo (múltiples pautas estacionales: anual, semanal y diario) y las condiciones meteorológicas. Sin embargo, también existe un componente aleatorio en la demanda que no puede modelarse, resultante del comportamiento aleatorio de los consumidores de energía. Los consumos son clasificados por utilidades eléctricas en diferentes clases subjetivas [112,113].

Los patrones de carga típica de las diferentes clases de consumidores pueden obtenerse del análisis estadístico de datos históricos. En las referencias [112,113] se definen los perfiles típicos de carga diarios (TDPs, *Typical daily profiles*) para cada clase de consumidor, después de extraer toda la información exógena, es decir,

estacionales (ciclos anuales y semanales) e información meteorológica. Adicionalmente, Jardini y col. [112] aplicaron métodos de análisis estadístico a los TDPs, permitiendo así construir un modelo probabilista (usando PDFs) capaz de dar la probabilidad de que un valor de carga observado esté dentro de los límites especificados. Este enfoque trata los TDPs de cada j -ésimo clase de consumidor, $L_j(m,h)$, como una variable aleatoria, normalmente distribuida, que cambia mes a mes (m) y en periodos de una hora (h). Esto significa que su valor medio por horario, $\mu_j(m,h)$, y la correspondiente desviación estándar, $\sigma_j(m,h)$, cambia durante todo el período de 24 horas y 12 meses.

La información estacional a considerar cuando los TDPs fueron elaborados fue sólo extraída parcialmente. Así, para cada j -ésimo clase de consumidor, se especificaron dos TDPs por mes: uno para fines de semana, $L_j^{we}(m,h)$ y otro para días laborales, $L_j^{wo}(m,h)$. Los TDPs de un año se disponen en una estructura bidimensional con 12 columnas que representan a los 12 meses de un año y 2 filas, una para días en fin de semana y otra para días de laborales.

Conocidos los TDPs de las clases de consumidores, es entonces posible determinar la variable aleatoria de la potencia activa consumida por el k -ésimo nudo del sistema en el m -ésimo mes y a la h -ésima hora por adicción de los consumos individuales $L_j(m,h)$ de todas las clases de consumidores. Por ejemplo, para días laborales:

$$P_{Lk}^{wo}(m,h) = \sum_{j=1}^{j=ncc} cn_{j,k} L_j^{wo}(m,h) \quad (5.1)$$

Asumiendo un factor de potencia determinista, φ , la correspondiente potencia reactiva consumida es:

$$Q_{Lk}(m,h) = P_{Lk}(m,h) \tan \varphi \quad (5.2)$$

5.3. Modelo probabilista para generadores fotovoltaicos conectados a la red

5.3.1. Introducción

Las propiedades estadísticas de la irradiación total diaria sobre una superficie horizontal son importantes para el diseño y evaluación del comportamiento de los sistemas de conversión de energía [114]. Por ejemplo, el comportamiento medio a largo plazo de sistemas solares térmicos y fotovoltaicos (procesos de calor industrial, suministro de agua, bombes de agua y sistemas de desalinización fotovoltaica), que requieren una irradiación mínima para producir energía útil, están fuertemente influenciados por la distribución de frecuencia de los niveles de irradiación. Esto es así porque si todos los días fueran idénticos, la energía entregada podría ser obtenida por de la simple sustracción de la irradiación crítica a partir de la irradiación compuesta. Debido a la variabilidad meteorológica, la ganancia de energía real puede ser significativamente superior.

La irradiación solar sobre una superficie horizontal dentro de la atmósfera terrestre no se puede predecir de forma exacta, ya que ello depende de la presencia irregular de nubes. La aleatoriedad e incertidumbre introducidas por la presencia de nubes sobre la radiación terrestre se caracteriza generalmente con dos variables [114,115]: el índice de claridad diario, K_T , y la fracción difusa horaria, k_d .

Se han publicado muchos trabajos relativos a la caracterización del comportamiento de la irradiación solar. Así, en los trabajos [114,116- 120] se estudió la caracterización de la irradiación global y en [115,117,121-123] la irradiación difusa. Algunos de ellos analizan las propiedades estadísticas de los componentes de la irradiación solar, permitiendo construir un modelo probabilista (usando PDFs y CDFs) capaz de dar la probabilidad de que un valor de K_T o k_d , para eventos futuros, estén dentro de unos límites especificados.

Conocidas las variables aleatorias K_T y k_d es posible determinar la variable aleatoria de la irradiancia global sobre superficie inclinada, $G_{g,h}(\beta,\alpha)$, como una combinación lineal entre ellas.

Conocida la variable aleatoria $G_{g,h}(\beta,\alpha)$, se puede obtener la variable aleatoria que representa a la potencia activa de salida del generador fotovoltaico, P_{pv} , mediante una combinación lineal de las variables dato del problema, K_T y k_d . En este punto, el método de los cumulantes [124] permite determinar las características de la nueva variable

aleatoria P_{pv} a partir de las variables aleatorias conocidas K_T y k_d . Una vez que los cumulantes de la variable aleatoria P_{pv} son conocidos, se puede reconstruir la función de distribución correspondiente, por ejemplo, a través del método de Gram-Charlier [22,101].

5.3.2. Función de probabilidad para el índice de claridad

En un principio, Liu y Jordan [117] sugirieron la existencia de una familia generalizada de CDFs para K_T , dependientes solo de \bar{K}_T , a pesar de la localización y el mes. A partir de estas CDFs generalizadas of K_T , Bent y col. [118] derivaron una PDF generalizada. Después, Hollands y Huget propusieron la siguiente PDF mejorada [114]:

$$P_K(K_T, \bar{K}_T) = C_1 \left(1 - \frac{K_T}{K_{Tu}} \right) \exp(\lambda K_T) \quad (5.3)$$

siendo K_{Tu} el valor máximo observado de K_T . Los coeficientes C_1 y λ son funciones de K_{Tu} y \bar{K}_T , y se determinan con las siguientes expresiones [114]:

$$C_1 = \frac{\lambda^2 K_{Tu}}{e^{\lambda K_{Tu}} - 1 - \lambda K_{Tu}} \quad (5.4)$$

$$\lambda = \frac{2\Gamma - 17.519e^{-1.3113\Gamma} - 1062e^{5.0426\Gamma}}{K_{Tu}} \quad (5.5)$$

donde el parámetro Γ se determina como:

$$\Gamma = \frac{K_{Tu}}{K_{Tu} - \bar{K}_T} \quad (5.6)$$

El carácter universal de las CDFs de Lui y Jordan fue cuestionado por Saunier y col. [119] ya que sus distribuciones estas establecidas solo a partir de algunas localizaciones. Este autor propuso la siguiente PDF adecuada para varios climas:

$$P_K(K_T, \bar{K}_T) = C_2 \left(\frac{K_T}{K_{Tu}} - \left(\frac{K_T}{K_{Tu}} \right)^2 \right) \exp \left(\gamma_1 \frac{K_T}{K_{Tu}} \right) \quad (5.7)$$

donde C_2 y γ_1 son funciones de K_{Tu} and \bar{K}_T , y se determinan como sigue:

$$\frac{K_T}{K_{Tu}} = \frac{e^{\gamma_1} (\gamma_1^2 - 4\gamma_1 + 6) - 2\gamma_1 - 6}{\gamma_1 [e^{\gamma_1} (\gamma_1 - 2) + (\gamma_1 + 2)]} \quad (5.8)$$

$$C_2 = \frac{\gamma_1^3}{\gamma_1 [e^{\gamma_1} (\gamma_1 - 2) + (\gamma_1 + 2)]} \quad (5.9)$$

Desde la ecuación (5.8) se obtiene el parámetro γ_1 por algún método iterativo, por tratarse de una ecuación implícita. Una vez obtenido este parámetro, el cálculo de C_2 es directo a través de la ecuación (5.9).

Un trabajo posterior [120] ratificó el carácter no universal de las CDFs de K_T para todos los climas.

5.3.3. Función de probabilidad para la fracción de radiación difusa

Tras los primeros trabajos de Page [125] y de Liu y Jordan [117], muchos autores, por ejemplo [121,122,126 - 131], han analizado datos de radiación solar difusa al correlacionar la fracción difusa con el índice de claridad. Estos trabajos demostraron que el índice de fracción difusa es casi independiente de la localización y estación. Cantidades de correlación, irradiación global y su componente difusa, pueden dividirse en función del período de integración en dos grupos: diaria (correlaciones K_D-K_T) [117] y horaria (correlaciones k_d-k_t) [115,121-123]. Para simular sistemas fotovoltaicos, es

preferible el enfoque horario.

La mayoría de las correlaciones horarias asumen un k_d determinista, o sea, para cualquier valor dado de k_t solo puede existir un único valor de k_d , a saber $\bar{k}_d(k_t)$. Sin embargo, varios autores [115,121] han señalado que esta función no es determinista: dado el valor de k_t , k_d puede estar en un intervalo de valores distribuidos sobre su valor medio \bar{k}_d . Estrictamente debe considerarse una variable aleatoria independiente.

Basándose en este enfoque, Hollands y col. [115] dieron una expresión de propósito general que contiene la PDF para k_d :

$$P_k(k_d, k_t) = C_3 (k_d - k_{dl}) (1 - k_d) e^{\lambda k_d} \quad (5.10)$$

donde C_3 , λ y k_{dl} son funciones de \bar{k}_d .

La expresión de $P_k(k_d, k_t)$ es independiente de la relación $\bar{k}_d(k_t)$ real. Se puede usar cualquier relación apropiada para $\bar{k}_d(k_t)$ [115,121-123]. Por lo tanto, la dependencia con la latitud y la estación de $\bar{k}_d(k_t)$ no tiene relación con el posible carácter universal de la ecuación (5.10).

La determinación de los parámetros C_3 , λ y k_{dl} se explica en el anexo A3.

5.3.4. Irradiancia global sobre superficie horizontal

Para la obtención de la irradiancia global sobre superficie horizontal se partirá de la definición de índice de claridad [117]:

$$K_T = \frac{H_{g,dm}(0)}{B_{0,dm}(0)} \quad (5.11)$$

donde $H_{g,dm}(0)$ es la irradiación global diaria media mensual sobre superficie

horizontal. Este un dato tabulado para cada localización geográfica. $B_{0,dm}(0)$ es la irradiación extraterrestre media mensual sobre superficie horizontal. Su determinación se explica en el anexo A2.

Como se vio anteriormente el índice de claridad se considera una variable aleatoria; ecuaciones (5.3) y (5.7). Si se tiene en cuenta esto se puede obtener la irradiación global diaria media mensual como variable aleatoria, $H_{g,dm}(0)$, a partir de la ecuación (5.11):

$$H_{g,dm}(0) = B_{0,dm}(0) \cdot K_T \quad (5.12)$$

Esta ecuación es para media diaria mensual. Para pasar a valores medios en intervalos de una hora, se aplica la siguiente relación [127]:

$$H_{g,h}(0) = r_g \cdot H_{g,dm}(0) \quad (5.13)$$

El factor r_g se determina como:

$$r_g = \frac{180^\circ}{T} (a + b \cdot \cos \omega) \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{\omega_s \cos \omega_s - \text{sen} \omega_s} \quad (5.14)$$

donde ω es la hora solar o tiempo solar verdadero, calculado en el punto central del intervalo considerado. ω_s es el ángulo de salida y puesta de sol. T es el tiempo considerado. Para periodos de una hora es igual a 24. La determinación de ω , y ω_s se explica en el anexo A2. Los parámetros a y b se determinan como sigue [127]:

$$\begin{aligned} a &= 0.409 - 0.5016 \cdot \text{sen}(\omega_s + 60^\circ) \\ b &= 0.6609 + 0.4767 \cdot \text{sen}(\omega_s + 60^\circ) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Se debe ahora pasar los valores de irradiación (energía) a irradiancia (potencia) que, para intervalos de una hora, son coincidentes [127]:

$$\mathbf{G}_{g,h}(0) = \mathbf{I} \cdot \mathbf{H}_{g,h}(0) \quad (5.16)$$

Realizando operaciones se llega a la ecuación final para la irradiancia global para intervalos de una hora sobre superficie horizontal:

$$\mathbf{G}_{g,h}(0) = 1 \frac{180^\circ}{T} (a + b \cdot \cos \omega) \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{\omega_s \cos \omega_s - \operatorname{sen} \omega_s} \cdot B_{0,dm}(0) \cdot \mathbf{K}_T \quad (5.17)$$

5.3.5. Irradiancia difusa sobre superficie horizontal

Se partirá de la fracción difusa horaria para la determinación de la irradiancia difusa sobre una superficie horizontal. La fracción difusa horaria se define como [115]:

$$k_d = \frac{H_{D,h}(0)}{H_{g,h}(0)} \quad (5.18)$$

donde $H_{D,h}(0)$ es la irradiación difusa horaria sobre superficie horizontal, y $H_{g,h}(0)$ es la irradiación global horaria sobre superficie horizontal.

La fracción difusa horaria es una variable aleatoria, según ecuación (5.10). Teniendo en cuenta esto se puede obtener la irradiación difusa horaria como una variable aleatoria a partir de la ecuación (5.18):

$$\mathbf{H}_{D,h}(0) = \mathbf{H}_{g,h}(0) \cdot \mathbf{k}_d \quad (5.19)$$

Desde la ecuación (5.13) se puede deducir la siguiente relación:

$$H_{g,h}(0) = r_g \cdot H_{g,dm}(0) \quad (5.20)$$

siendo r_g el definido en la ecuación (5.14).

Si se sustituye la ecuación (5.20) en la (5.19) se tiene lo siguiente:

$$H_{D,h}(0) = r_g \cdot H_{g,dm}(0) \cdot k_d \quad (5.21)$$

Se debe ahora pasar los valores de irradiación (energía) a irradiancia (potencia) que, para intervalos de una hora, son coincidentes [127]:

$$G_{D,h}(0) = I \cdot H_{D,h}(0) \quad (5.22)$$

Realizando operaciones, la ecuación final para la irradiancia difusa para periodos de una hora sobre superficie horizontal es:

$$G_{D,h}(0) = 1 \frac{180}{24} (a + b \cdot \cos \omega) \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{\omega_s \cos \omega_s - \sin \omega_s} \cdot H_{g,dm}(0) \cdot k_d \quad (5.23)$$

5.3.6. Irradiancia global sobre superficie inclinada

El camino más obvio para calcular la irradiancia global incidente sobre una superficie inclinada, $G_{g,h}(\beta, \alpha)$, es tratar por separado cada una de sus componentes [132]: la irradiancia directa, $G_{B,h}(\beta, \alpha)$, la irradiancia difusa, $G_{D,h}(\beta, \alpha)$, y la irradiancia de albedo o reflejada, $G_{R,h}(\beta, \alpha)$. Una vez conocidas éstas se aplica la siguiente relación:

$$G_{g,h}(\beta, \alpha) = G_{B,h}(\beta, \alpha) + G_{D,h}(\beta, \alpha) + G_{R,h}(\beta, \alpha) \quad (5.24)$$

Se puede calcular la irradiancia directa sobre una superficie inclinada a través de la irradiancia directa sobre una superficie horizontal por medio de la siguiente expresión [132]:

$$G_{B,h}(\beta, \alpha) = G_{B,h}(0) \frac{\max(0, \cos \theta_s)}{\cos \theta_{zs}} FT_B(\theta_s) \quad (5.25)$$

donde $\cos \theta_s$ y $\cos \theta_{zs}$ son parámetros que dependen de la localización geográfica y de la hora solar, cuyo cálculo se expone en el anexo A2. El factor $FT_B(\theta_s)$ tiene en cuenta la posible suciedad en los paneles solares [133] (anexo A2).

En lo concerniente a la radiación difusa, Hay y Davis [134] propusieron considerar la radiación difusa como resultado de un componente isotrópico y otro componente circumsolar, ponderados de acuerdo a lo que ellos llamaron índice de anisotropía, k_l :

$$G_{D,h}(\beta, \alpha) = G_{D,h}(0) \left[(1 - k_l) \frac{1 + \cos \beta}{2} FT_D(\beta) + \frac{k_l \cdot \max(0, \cos \theta_s)}{\cos \theta_{zs}} FT_B(\theta_s) \right] \quad (5.26)$$

donde β es el ángulo de inclinación de los paneles solares, $FT_D(\beta)$ es otro factor de suciedad [133] cuyo cálculo puede verse en el anexo A2. El índice de anisotropía se define como:

$$k_l = \frac{G_B(0)}{B_0(0)} \quad (5.27)$$

en donde $G_B(0)$ es la irradiancia directa horizontal determinista y $B_0(0)$ es la irradiancia extraterrestre horizontal.

Por otro lado se tiene la irradiancia reflejada. A excepción de los ambientes como mucha nieve, la reflectividad de la mayoría de los suelos es más bien baja, por lo que la contribución del albedo a la radiación que incide sobre los receptores fotovoltaicos suele ser muy pequeña, y no justifica el desarrollo de modelos muy sofisticados para su consideración [132]. Lo más normal es recurrir a la simple asunción de que el suelo es horizontal, infinito e isotrópico. Entonces, la irradiancia del albedo sobre una superficie inclinada viene dada por:

$$G_{R,h}(\beta, \alpha) = G_{g,h}(0) \cdot \rho \frac{1 - \cos \beta}{2} FT_R(\beta) \quad (5.28)$$

donde ρ es la reflectividad del suelo y $FT_R(\beta)$ es otro factor de suciedad [133] cuyo cálculo puede verse en el anexo A2.

En el cálculo de la irradiancia global sobre superficie horizontal, $G_{g,h}(0)$, puede ser despreciada la irradiancia reflejada horizontal, $G_{R,h}(0)$, entonces:

$$G_{g,h}(0) = G_{B,h}(0) + G_{D,h}(0) \rightarrow G_{B,h}(0) = G_{g,h}(0) - G_{D,h}(0) \quad (5.29)$$

Teniendo en cuenta esta consideración, la ecuación (5.25) queda como:

$$G_{B,h}(\beta, \alpha) = [G_{g,h}(0) - G_{D,h}(0)] \frac{\max(0, \cos \theta_s)}{\cos \theta_{zs}} FT_B(\theta_s) \quad (5.30)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.26), (5.28) y (5.30) en la ecuación (5.24) y realizando operaciones se obtiene la siguiente expresión para la irradiancia global sobre superficie inclinada:

$$G_{g,h}(\beta, \alpha) = A \cdot G_{g,h}(0) + B \cdot G_{D,h}(0) \quad (5.31)$$

en la que los parámetro A y B valen:

$$A = \frac{\max(0, \cos \theta_s)}{\cos \theta_{zs}} FT_B(\theta_s) + \rho \frac{1 - \cos \beta}{2} FT_R(\beta)$$

$$B = (1 - k_1) \frac{1 + \cos \beta}{2} FT_D(\beta) + \frac{\max(0, \cos \theta_s)}{\cos \theta_{zs}} FT_B(\theta_s) (k_1 - 1) \quad (5.32)$$

Si se tiene en cuenta que $G_{g,h}(0)$ y $G_{D,h}(0)$ son variables aleatorias, y se sustituye su valor en (5.31) por las expresiones (5.17) y (5.23), respectivamente, se tiene:

$$\mathbf{G}_{g,h}(\beta, \alpha) = D' \cdot \mathbf{K}_T + F' \cdot \mathbf{k}_d \quad (5.33)$$

en la cual:

$$D' = A \frac{180}{24} (a + b \cdot \cos \omega) \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{\omega_s \cos \omega_s - \text{sen} \omega_s} \cdot B_{0,dm}(0)$$

$$F' = B \frac{180}{24} (a + b \cdot \cos \omega) \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{\omega_s \cos \omega_s - \text{sen} \omega_s} H_{G,dm}(0) \quad (5.34)$$

5.3.7. Potencia eléctrica de salida

Para la inclusión de este modelo en el flujo de cargas probabilista es preciso cuantificar la potencia eléctrica de salida del generador fotovoltaico.

Una vez conocida la irradiancia global sobre una superficie inclinada, el cálculo de la potencia de salida del generador fotovoltaico viene dada por la siguiente expresión [111]:

$$P_{pv} = \eta_c \cdot Sup \cdot G_{g,h}(\beta, \alpha) \quad (5.35)$$

donde Sup es la superficie total de captación del generador fotovoltaico y η_c es la eficiencia eléctrica de los paneles fotovoltaicos.

La eficiencia de los paneles fotovoltaicos es variable y dependiente, entre otros factores, de la radiación global [135], $G_{g,h}(\beta, \alpha)$:

$$\eta_c = \eta_{ref} \left\{ 1 - \beta_{ref} \left[T_a - T_{ref} + \frac{G_{g,h}(\beta, \alpha)}{G_{NOCT}} (T_{NOCT} - T_a) \right] \right\} \quad (5.36)$$

Sustituyendo en la ecuación (5.35) el valor de la eficiencia según la expresión (5.36) se puede llegar a:

$$P_{pv} = Sup \cdot \eta_{ref} - Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} T_a + Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} T_{ref} - Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} (T_{NOCT} - T_a) \frac{G_{g,h}^2(\beta, \alpha)}{G_{NOCT}} \quad (5.37)$$

Puede verse que se trata de una ecuación no lineal. Aplicando la linealización vista en la sección 4.4.1 se llega a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 P_{pv} = & Sup \cdot \eta_{ref} - Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} T_a + Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} T_{ref} + Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} (T_{NOCT} - T_a) \frac{\bar{G}_{g,h}^2(\beta, \alpha)}{G_{NOCT}} \\
 & - 2Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} (T_{NOCT} - T_a) \frac{\bar{G}_{g,h}(\beta, \alpha)}{G_{NOCT}} G_{g,h}(\beta, \alpha)
 \end{aligned} \tag{5.38}$$

Si se tiene en cuenta el valor de $G_{g,h}(\beta, \alpha)$ en la ecuación (5.33), se puede escribir la ecuación para la potencia de salida del generador fotovoltaico como sigue:

$$P_{pv} = M + D \cdot K_T + F \cdot k_d \tag{5.39}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 M = & Sup \cdot \eta_{ref} \left[1 - \beta_{ref} T_a + \beta_{ref} T_{ref} + \beta_{ref} (T_{NOCT} - T_a) \frac{\bar{G}_{g,h}^2(\beta, \alpha)}{G_{NOCT}} \right] \\
 D = & -2Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} (T_{NOCT} - T_a) \frac{\bar{G}_{g,h}(\beta, \alpha)}{G_{NOCT}} D' \\
 F = & -2Sup \cdot \eta_{ref} \beta_{ref} (T_{NOCT} - T_a) \frac{\bar{G}_{g,h}(\beta, \alpha)}{G_{NOCT}} F'
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

Aplicando a la ecuación (5.39) el método de los cumulantes, es posible obtener las características de la variable aleatoria P_{pv} para su inclusión en el flujo de cargas probabilista propuesto en esta Tesis.

CAPÍTULO 6

Técnicas metaheurísticas. Algoritmos basados en nubes de partículas

6.1. Introducción

En la vida cotidiana, continuamente se presentan y resuelven problemas de optimización. Los pequeños problemas se resuelven utilizando la lógica y pequeñas fórmulas matemáticas. Pero si los problemas presentan complejidad o son de una elevada magnitud se ha de recurrir al uso de computadores.

Uno de los principales objetivos de cualquier Ingeniería es el uso de métodos exactos y heurísticos para optimizar funciones objetivo. La optimización de estos problemas parte de un conjunto de datos y una serie de condiciones y limitaciones que dificultan la utilización de métodos exactos. La dificultad se presenta principalmente por la alta complejidad de los cálculos y la duración de éstos, en algunas ocasiones el tiempo de resolución está limitado.

Son diversos los problemas de optimización complejos y las limitaciones en su resolución, esto ha provocado el desarrollo de técnicas metaheurísticas [136]. Una

metaheurística es un conjunto de conceptos que se usan para definir métodos heurísticos que pueden ser aplicados a una amplia variedad de problemas, es decir, una metaheurística es vista como un marco general algorítmico que se puede aplicar a diferentes problemas de optimización con mínimos cambios para ser adaptado a un problema específico.

Los algoritmos metaheurísticos son procedimientos iterativos que guían una heurística subordinada, combinando de forma inteligente distintos conceptos para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda. Son algoritmos aproximados de optimización y búsqueda de propósito general.

Las técnicas metaheurísticas son capaces de proporcionar muy buenas soluciones (no necesariamente la óptima pero si aproximada) en tiempo y con recursos razonables.

Una de las técnicas metaheurísticas son los algoritmos basados en nubes de partículas [29,137,138], en inglés Particle Swarm Optimization (PSO en adelante). Estos algoritmos son muy recientes y novedosos, y pertenecen al grupo de los algoritmos bioinspirados (metaheurísticas que se inspiran en la naturaleza para resolver problemas) [139].

Los padres del PSO son James Kennedy y Russ C. Eberhart. En 1995, desarrollaron el algoritmo originario experimentando con algoritmos que modelaban el comportamiento del vuelo de algunos pájaros o en el movimiento de los bancos de peces. El algoritmo se basa en la siguiente metáfora social: los individuos que son parte de una sociedad tienen una opinión influenciada por la creencia global compartida por todos los posibles individuos. Cada individuo puede modificar su opinión (o estado) según tres factores: el conocimiento del entorno, los estados por los que ha pasado y los estados por los que han pasado los individuos cercanos.

En el algoritmo PSO, cada individuo, llamado partícula, se va moviendo en un espacio multidimensional que representa su espacio social. Debido a su planteamiento, este tipo de algoritmo se adapta muy bien a problemas matemáticos tanto de carácter continuo como de naturaleza discreta [140].

6.2. Optimización con técnicas metaheurísticas

6.2.1. Técnicas Metaheurísticas

Para la optimización de problemas y cálculos de alta complejidad se han desarrollado múltiples técnicas y métodos. Estas técnicas de optimización se pueden clasificar en técnicas exactas y en técnicas aproximadas.

Las técnicas exactas (enumerativas, exhaustivas, etc.) garantizan encontrar la solución óptima de cualquier problema. Serían los métodos idóneos si no tuvieran el inconveniente de la cantidad de tiempo necesario para la resolución. El tiempo crece exponencialmente con el tamaño del problema. En determinados casos, el tiempo de resolución podría llegar a ser de varios días, meses o incluso años, lo que provoca que el problema sea inabordable con estos métodos.

Las técnicas aproximadas sacrifican la garantía de encontrar el resultado óptimo a cambio de obtener una buena solución en un tiempo razonable. Se han venido desarrollando durante los últimos 35 años y se distinguen tres tipos: métodos constructivos, métodos de búsqueda local y las técnicas metaheurísticas.

Los métodos constructivos suelen ser los más rápidos. Partiendo de una solución vacía, a la que se les va añadiendo componentes, generan una solución completa. Las soluciones ofrecidas suelen ser de muy baja calidad. Su planteamiento depende en gran parte del tipo de problema. Es muy difícil encontrar métodos de esta clase que produzcan buenas soluciones, y en algunas ocasiones es casi imposible, por ejemplo, en problemas con muchas restricciones.

Los métodos de búsqueda local usan el concepto de vecindario y se inician con una solución completa recorriendo parte del espacio de búsqueda hasta encontrar un óptimo local. El vecindario de una solución es el conjunto de soluciones que se pueden construir a partir de aquella aplicando un operador de modificación denominado movimiento. Estos métodos parten de una solución inicial, examinan su vecindario y eligen el mejor vecino continuando el proceso hasta que encuentran un óptimo local. En función del operador de movimiento utilizado, el vecindario cambia y el modo de explorar el espacio de búsqueda también, pudiendo la búsqueda complicarse o simplificarse.

Las técnicas metaheurísticas son algoritmos no exactos. Se fundamentan en la

combinación de diferentes métodos heurísticos a un nivel más alto para conseguir una exploración del espacio de búsqueda más eficaz y eficiente.

Una heurística es una técnica que busca soluciones buenas (óptimas o casi óptimas) a un coste computacional razonable, aunque sin garantizar la factibilidad de las mismas. En algunos casos ni siquiera puede determinar la cercanía al óptimo de una solución factible [141].

Glover y col. introducen por primera vez el término de metaheurística en [142], definen las metaheurísticas como métodos que integran de diversas maneras, procedimientos de mejora local y estrategias de alto nivel para crear un proceso capaz de escapar de óptimos locales y realizar una búsqueda robusta en el espacio de búsqueda. En su evolución, estos métodos han incorporado diferentes estrategias para evitar la convergencia a óptimos locales, especialmente en espacios de búsqueda complejos.

Este tipo de técnicas se caracterizan por las siguientes propiedades:

- Las metaheurísticas son estrategias generales que guían el proceso de búsqueda.
- El objetivo es una búsqueda eficiente que encuentre soluciones casi óptimas.
- Pueden incorporar mecanismos para evitar la exploración en regiones del espacio de búsqueda no óptimas.
- El procedimiento de cualquier metaheurística es genérico, no depende del problema.
- Las metaheurísticas utilizan métodos heurísticos específicos que son controlados por una estrategia de más alto nivel.
- Las metaheurísticas utilizan funciones de bondad para cuantificar el grado de adecuación de una determinada solución.

En resumen, una metaheurística es una estrategia genérica de alto nivel que usa diferentes métodos heurísticos para explorar en busca de una solución óptima o casi óptima en espacios de búsqueda de gran tamaño. La metaheurística debe identificar rápidamente las regiones prometedoras del espacio de búsqueda global, y no malgastar tiempo en regiones que hayan sido exploradas y/o no contienen soluciones de alta calidad.

6.2.2. Clasificación de las técnicas metaheurísticas

Hay diferentes formas de clasificar las técnicas metaheurísticas [143]: basadas en la naturaleza (algoritmos bioinspirados) o no basadas en la naturaleza, basadas en memoria o sin memoria, con función objetivo estática o dinámica, etc.

La clasificación más empleada es la que se basa en si la técnica utiliza un único punto del espacio de búsqueda o trabaja sobre un conjunto o población. Según esta clasificación las metaheurísticas se dividen en las basadas en trayectoria y las basadas en población.

6.2.2.1. Metaheurísticas basadas en trayectoria

Estas técnicas parten de un punto inicial y van actualizando la solución presente mediante la exploración del vecindario, formando una trayectoria. La búsqueda finaliza cuando se alcanza un número máximo de iteraciones, se encuentra una solución con una calidad aceptable, o se detecta un estancamiento del proceso.

A continuación se describen algunas de las técnicas metaheurísticas basadas en trayectoria:

El Enfriamiento Simulado (ES), es una de las metaheurísticas más antigua [88]. ES simula el proceso de recocido de los metales y del cristal. En cada iteración se elige una solución S_I , a partir de la solución actual S_0 . Si S_I es mejor que S_0 , S_I sustituye a S_0 como solución actual. Si S_I es peor que S_0 , se sigue aceptando pero asignándole una determinada probabilidad. El algoritmo permite elegir soluciones peores a la actual para evitar caer en un óptimo local.

La Búsqueda Tabú (BT), es una de las metaheurísticas más utilizadas en problemas de optimización [142]. La BT se basa fundamentalmente en la utilización de un historial de búsqueda, que permite ejecutar su estrategia de análisis y exploración de diferentes regiones del espacio de búsqueda. Este historial o memoria se implementa como una lista tabú. En cada iteración se elige la mejor solución entre las permitidas y se añade a la lista tabú, donde se mantienen las soluciones recientes que se excluyen de las siguientes iteraciones.

La Búsqueda en Vecindario Variable (BVV) [144]. Este algoritmo es muy genérico, con muchos grados de libertad y permite variaciones y modificaciones particulares. Utiliza una estrategia de cambio entre diferentes estructuras del vecindario. Estas estructuras se definen en el comienzo del proceso algorítmico.

La Búsqueda Local Iterada (BLI) [145], se basa en que en cada iteración, a la solución actual se le aplica un cambio o modificación que da lugar a una solución intermedia. A esta nueva solución se le aplica una heurística base para mejorarla que suele ser un método de búsqueda local. Este nuevo óptimo local obtenido por el método de mejora puede ser aceptado como nueva solución actual si pasa un test de aceptación.

6.2.2.2. Metaheurísticas basadas en población

Las técnicas metaheurísticas basadas en población trabajan con un conjunto de individuos que representan otras tantas soluciones. Su eficiencia y resultado depende fundamentalmente de la forma con la que se manipula la población en cada iteración.

Seguidamente se describen algunas de las técnicas metaheurísticas basadas en población:

Los Algoritmos Evolutivos (AE) [146]. Este grupo de técnicas se inspiran en la capacidad de la evolución de seres o individuos para adaptarlos a los cambios de su entorno. Cada individuo representa una posible solución. El funcionamiento básico de estos algoritmos es el siguiente: La población se genera de forma aleatoria. Cada individuo de la población tiene asignado un valor de su bondad con respecto al problema considerado, por medio de una función de *aptitud*, capacidad, adaptabilidad o estado, también denominada con bastante frecuencia por la palabra inglesa “fitness”. El valor de la *aptitud* de un individuo es la información que el algoritmo utilizar para realizar la búsqueda. La modificación de la población se efectúa mediante la aplicación de tres operadores: selección, recombinación y mutación. En estos algoritmos se pueden distinguir la fase de selección, explotación de buenas soluciones, y la fase de reproducción, búsqueda de nuevas regiones. Se debe de mantener un equilibrio entre estas dos fases. La política de reemplazo permite la aceptación de nuevas soluciones que no necesariamente mejoran las existentes.

Los algoritmos evolutivos se pueden clasificar en las siguientes tres categorías: Programación Evolutiva (PE) [147], Estrategias Evolutivas (EE) [148], y los

Algoritmos Genéticos (AG), que constituyen una de las técnicas más conocidas, y que fueron introducidos por Holland [149].

La Búsqueda Dispersa (BD) [136,150], se basa en mantener un conjunto relativamente pequeño de soluciones, conjunto de referencia, que contiene buenas soluciones y otras soluciones diversas. A los diferentes subconjuntos de soluciones que se forman se les aplica operaciones de recombinación y mejora.

Los sistemas basados en Colonias de Hormigas, (ACO) [151], se inspiran en el comportamiento de las hormigas cuando buscan comida: inicialmente, las hormigas exploran el área cercana al hormiguero de forma aleatoria. Cuando una hormiga encuentra comida, la lleva al hormiguero. En el camino, la hormiga va depositando una sustancia química denominada feromona que guía al resto de hormigas a encontrar la comida. El rastro de feromona sirve a las hormigas para encontrar el camino más corto entre el hormiguero y la comida. Este rastro es simulado mediante un modelo probabilístico.

Los Algoritmos Basados en Nubes de Partículas o Particle Swarm Optimization (PSO) [29,137,138,152] son técnicas metaheurísticas inspiradas en el comportamiento del vuelo de las bandadas de aves o el movimiento de los bancos de peces. La toma de decisión por parte de cada individuo o partícula se realiza teniendo en cuenta una componente social y una componente individual, mediante las que se determina el movimiento de esta partícula para alcanzar una nueva posición. A continuación se describe con más detalle el algoritmo PSO.

6.3. Algoritmo PSO

6.3.1. Introducción al algoritmo PSO

Los algoritmos basados en nubes (también enjambre o cúmulos) de partículas se aplican en diferentes campos de investigación para la optimización de problemas complejos. Como ya se ha dicho anteriormente, el algoritmo PSO es una técnica metaheurística poblacional basada en la naturaleza (algoritmo bioinspirado), en concreto, en el comportamiento social del vuelo de las bandadas de aves y el movimiento de los bancos de peces. Es una técnica relativamente reciente [29,137, 138]. PSO fue originalmente desarrollado en Estados Unidos por el sociólogo James

Kennedy y por el ingeniero Russ C. Eberhart en 1995.

Estos autores describen el algoritmo PSO de la siguiente manera [152]: los individuos (partículas) que conviven en una sociedad tienen una “opinión” que es parte del espacio de búsqueda, compartido por todos los individuos. Cada individuo puede modificar su opinión según tres factores:

- El conocimiento del entorno o *ADAPTACIÓN*.
- Experiencias anteriores del individuo o *MEMORIA DEL INDIVIDUO*.
- Experiencias anteriores de los individuos del vecindario o *MEMORIA DEL VECINDARIO*.

Los individuos adaptan o modifican sus opiniones a las de los individuos con más éxito de su entorno. Con el tiempo, los individuos de un entorno tienen un conjunto de opiniones bastante relacionado.

El funcionamiento básico del PSO simula el comportamiento del vuelo de las bandadas de aves en busca de comida. La estrategia lógica a utilizar es seguir al ave que está más cerca de la comida. Cada ave se modela como una partícula con una solución en el espacio de búsqueda que está siempre en continuo movimiento y nunca se elimina o muere.

El PSO es un sistema multiagente. Las partículas son agentes simples que se mueven por el espacio de búsqueda, guardan y posiblemente comunican la mejor solución que han encontrado. El movimiento de las partículas por el espacio está guiado por las partículas que tienen la mejor solución del momento.



Figura 6.1. Ejemplo de “nube”. Banco de peces.

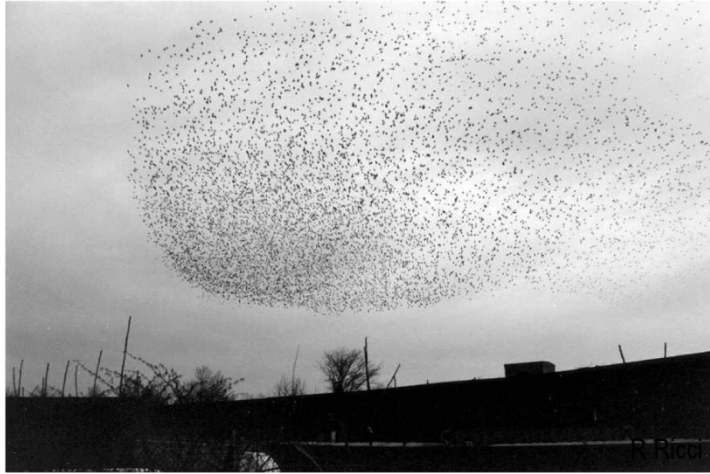


Figura 6.2. Ejemplo de “nube”. Bandada de aves.

Las principales características del algoritmo PSO son las siguientes [137]:

- En PSO los agentes de búsqueda (partículas) intercambian información. Las partículas modifican su dirección en función de las direcciones de las partículas de su vecindario.
- PSO almacena la experiencia propia o historia de cada agente. La partícula decide su nueva dirección en función de la mejor posición por la que pasó anteriormente.
- Suele tener una convergencia rápida a buenas soluciones.
- La población del algoritmo se inicia de forma aleatoria y evoluciona iteración tras iteración.
- La búsqueda persigue siempre la solución más óptima posible.
- La búsqueda se basa exclusivamente en los valores de la función objetivo.
- PSO trabaja con la información del problema codificada.
- Es una técnica estocástica referida en fases (inicialización y transformación).
- PSO tiene operadores de movimiento pero no de evolución como la mutación o el cruzamiento.
- PSO no crea nuevas partículas durante su ejecución, sino que siempre son las mismas partículas iniciales modificadas a lo largo del proceso.

6.3.2. Descripción del algoritmo PSO

Se inicia la descripción del algoritmo PSO estudiando la anatomía de la partícula. Una partícula está compuesta de tres vectores y dos valores de *aptitud* (también conocida como bondad, adaptación, capacidad, adecuación o “fitness”) con respecto al problema considerado:

1. Tres vectores:

- El vector $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,N})$ almacena la posición actual de la partícula.
- El vector $mejorpos_i = (mejorpos_{i,1}, mejorpos_{i,2}, \dots, mejorpos_{i,N})$ almacena la posición de la mejor solución encontrada por la partícula hasta el momento.
- El vector de velocidad $v_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,N})$ almacena la dirección según la cual se moverá la partícula.

2. Dos valores de *aptitud*:

- El valor de $aptitud_{x_i}$, almacena el valor de adaptación o adecuación de la posición actual correspondiente al vector x_i .
- El valor de $aptitud_{mejorpos_i}$, almacena el valor de adecuación de la partícula con mejor solución local encontrada hasta el momento, correspondiente al vector $mejorpos_i$.

La descripción del proceso algorítmico es la siguiente:

1. La nube se inicializa generando las posiciones (de forma aleatoria, regular o combinación de ambas).
2. Se generan las velocidades aleatoriamente en un intervalo establecido $[-v_{max}, v_{max}]$, no es conveniente fijarlas a cero [152].
3. Se calcula la *aptitud* de cada partícula y se actualizan los valores de $aptitud_{x_i}$ y $aptitud_{mejorpos_i}$.

4. Las partículas se mueven en cada iteración desde una posición del espacio de búsqueda hasta otra. Al vector de posición x_i se le añade el vector velocidad v_i para obtener un nuevo vector x_i .
5. Con la nueva posición de la partícula se calcula y actualiza $aptitud_x_i$.
6. Si el nuevo valor de $aptitud$ es el mejor encontrado hasta el momento, se actualizan los valores de $mejorpos_i$ y $aptitud_mejorpos_i$.
7. Si el nuevo valor de $aptitud_mejorpos_i$ es el mejor encontrado hasta el momento, se actualizan el valor de la mejor posición de la nube $mejorpos$ y su $aptitud_mejorpos$.
8. El vector velocidad de cada partícula es modificado en cada iteración utilizando la velocidad anterior, un componente cognitivo y un componente social. El modelo matemático resultante, y que representa el corazón del algoritmo PSO, viene representado por las siguientes ecuaciones:

$$v_i^t \leftarrow \omega^{t-1} \times v_i^{t-1} + \varphi_1 \times rand_1 \times (mejorpos_i - x_i^{t-1}) + \varphi_2 \times rand_2 \times (mejorpos - x_i^{t-1}) \quad (6.1)$$

$$x_i^t \leftarrow x_i^{t-1} + v_i^t \quad (6.2)$$

para $i = 1, 2, \dots, P$, donde:

- x_i^t \equiv vector posición de la partícula i en la iteración t .
- v_i^t \equiv vector velocidad de la partícula i en la iteración t .
- ω^t \equiv factor de inercia en la iteración t .
- φ_1, φ_2 \equiv son pesos que controlan los componentes cognitivo y social.
- $rand_1$ \equiv número aleatorio entre 0 y 1.
- $rand_2$ \equiv número aleatorio entre 0 y 1.
- $mejorpos_i$ \equiv mejor posición encontrada por la partícula i hasta el momento que posee la mejor solución.
- $mejorpos$ \equiv representa la posición de la partícula con la mejor solución o $aptitud$.
- P \equiv número de partículas que componen la nube.

La ecuación (6.1) actualiza el vector velocidad de cada partícula i en la iteración t . Igualmente, la ecuación (6.2) actualiza el vector de posición de la partícula i para cada

iteración.

El primer término de la ecuación (6.1) es el vector velocidad de la anterior iteración, lo que indica que el algoritmo PSO tiene memoria.

El componente cognitivo indica la decisión que tomará la partícula y depende de su propia experiencia, dicho de otra manera, representa la distancia entre la posición actual y la mejor conocida por esa partícula. El componente cognitivo en la ecuación (6.1) es el factor: $\varphi_1 \cdot rand_1 \cdot (mejorpos_i - x_i^{t-1})$.

El componente social apunta la decisión que tomará la partícula en base a la influencia del resto de partículas que componen la nube, es decir, representa la distancia entre la posición actual y la mejor posición encontrada por vecindario. El componente social se modela en la ecuación (6.1) como: $\varphi_2 \cdot rand_2 \cdot (mejorpos - x_i^{t-1})$.

En la Figura 6.3 se muestra el movimiento de una partícula en el espacio de soluciones. Las flechas de línea verde discontinua representan la dirección de los componentes cognitivo y social. La flecha azul discontinua representa la velocidad actual de la partícula. La flecha de línea continua representa la dirección que toma la partícula para moverse desde la posición actual x_i^{t-1} hasta la nueva posición x_i^t .

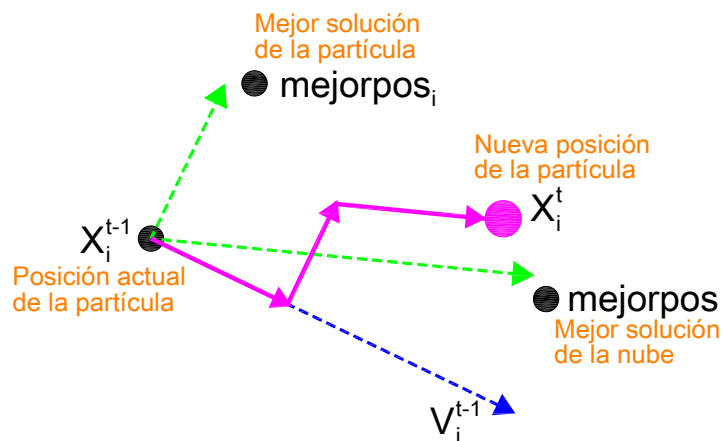


Figura 6.3. Representación gráfica del movimiento de una partícula.

Para conseguir un buen funcionamiento y eficiencia del algoritmo PSO, el valor de la velocidad no debe llegar a ser muy grande durante la ejecución. Limitando la velocidad máxima de cada vector velocidad ($v_{máx}$) y reduciendo gradualmente su valor se consigue mejorar el rendimiento del algoritmo. El control del vector velocidad se puede realizar mediante el ajuste dinámico del factor de inercia [153]. El factor inercia, ω , se puede ir

reduciendo progresivamente en cada iteración aplicando la siguiente ecuación:

$$\omega^t = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{t_{\max}} \cdot t \quad (6.3)$$

donde:

- ω_{\max} \equiv Factor de inercia inicial.
- ω_{\min} \equiv Factor de inercia final.
- t_{\max} \equiv Número de iteraciones máximo.
- t \equiv Número de iteración actual.

El tamaño de la nube de partículas juega también un papel importante, ya que, determina el equilibrio entre la calidad de las soluciones obtenidas y el número de iteraciones necesarias hasta llegar a una buena solución (tiempo computacional).

Por último, la interacción de las partículas con el resto depende de su entorno. Se pueden distinguir dos tipos de entornos:

- Geográficos: Calculan las distancias entre la partícula considerada y el resto. El entorno de cada partícula lo componen las más cercanas.
- Sociales: Definen para cada partícula un listado de partículas vecinas, la elección es independientemente de su posición en el espacio. Son los más empleados.

Cuando el tamaño del entorno es toda la nube de partículas, el entorno es a la vez geográfico y social.

6.4. Tipos de algoritmos PSO

Se pueden obtener diferentes tipos de PSO atendiendo a diversos factores de configuración:

- a. Según la importancia de los pesos cognitivo y social:
 - Completo: $\varphi_1, \varphi_2 > 0$. Tanto el componente cognitivo como el social intervienen en el movimiento.

- Cognitivo: $\varphi_1 > 0$ y $\varphi_2 = 0$. Sólo interviene el componente cognitivo en el movimiento.
- Social: $\varphi_1 = 0$ y $\varphi_2 > 0$. Sólo interviene el componente social en el movimiento.
- Social exclusivo: $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 > 0$ y $mejorpos \neq x_i$. La posición de la partícula en sí no puede ser la mejor de su entorno.

Para el PSO completo se recomiendan valores de $\varphi_1 = 2$ y $\varphi_2 = 2$, con ellos se obtiene una mayor eficacia y eficiencia del algoritmo en base a las experiencias y ensayos realizados [152].

b. Según el tipo de vecindario utilizado, es decir, la cantidad y posición de las partículas que intervienen en el cálculo de la distancia en la componente social:

- PSO Local, se calcula la distancia entre la posición actual de la partícula y la posición de la mejor partícula perteneciente al entorno local de aquella. El entorno local consiste en las partículas inmediatamente cercanas.
- PSO Global, la distancia se obtiene entre la posición actual de la partícula y la posición de la mejor partícula considerando la nube completa.

6.5. Pseudocódigos del algoritmo PSO

6.5.1. Pseudocódigo del algoritmo PSO clásico

El algoritmo PSO trabaja de forma iterativa modificando una nube de partículas mediante la aplicación de movimiento a cada una de ellas. El siguiente pseudocódigo describe el algoritmo PSO clásico:

ALGORITMO 1 – PSO CLASICO

```

 $t = 0$ 
Nube  $\leftarrow$  Inicializar Nube de Partículas
Mientras no se alcance la condición de parada hacer
     $t = t + 1$ 
    Para  $i = 1$  hasta tamaño (Nube) hacer
        Evaluar cada partícula  $x_i$  de la Nube
        Si  $aptitud_{x_i}$  es mejor que  $aptitud_{mejorpos_i}$  entonces
             $mejorpos_i \leftarrow x_i$ ;
             $aptitud_{mejorpos_i} \leftarrow aptitud_{x_i}$ 
        Fin Si
        Si  $aptitud_{mejorpos_i}$  es mejor que  $aptitud_{mejorpos}$  entonces
             $mejorpos \leftarrow mejorpos_i$ ;
             $aptitud_{mejorpos} \leftarrow aptitud_{mejorpos_i}$ 
        Fin Si
    Fin Para
    Para  $i = 1$  hasta tamaño (Nube) hacer
        Calcular la velocidad  $v_i$  de  $x_i$ , en base a los valores
         $x_i$ ,  $mejorpos_i$  y  $mejorpos$ 
        Calcular la nueva posición de  $x_i$ , de su valor actual y  $v_i$ 
    Fin Para
Fin Mientras
Salida: Devuelve la mejor solución encontrada.

```

Las variantes a este algoritmo dependen fundamentalmente de:

- La implementación de las partículas.
- Cálculo o actualización del vector velocidad.
- Cálculo o actualización del movimiento de las partículas.
- Representación de las soluciones.

A continuación se describen los pseudocódigos del PSO para problemas con codificación continua y con codificación binaria.

6.5.2. Pseudocódigo del PSO para codificación continua

El algoritmo PSO para codificación continua es la versión original y más utilizada, concebida en espacios de búsqueda con variables continuas. En el siguiente pseudocódigo ya se desarrolla la actualización de las velocidades de las partículas y sus nuevas posiciones.

ALGORITMO 2 – PSO PARA CODIFICACIÓN CONTINUA

```

t = 0
Nube ← Inicializar Nube de Partículas
Mientras no se alcance la condición de parada hacer
    t = t + 1
    Para i = 1 hasta tamaño (Nube) hacer
        Evaluar cada partícula  $x_i$  de la Nube
            Si  $aptitud_{x_i}$  es mejor que  $aptitud_{mejorpos_i}$  entonces
                 $mejorpos_i \leftarrow x_i$ ;
                 $aptitud_{mejorpos_i} \leftarrow aptitud_{x_i}$ 
            Fin Si
            Si  $aptitud_{mejorpos_i}$  es mejor que  $aptitud_{mejorpos}$  entonces
                 $mejorpos \leftarrow mejorpos_i$ ;
                 $aptitud_{mejorpos} \leftarrow aptitud_{mejorpos_i}$ 
            Fin Si
        Fin Para
        Para i = 1 hasta tamaño (Nube) hacer
             $v_i^t \leftarrow \omega^{t-1} \cdot v_i^{t-1} + \varphi_1 \cdot rand_1 \cdot (mejorpos_i - x_i^{t-1}) + \varphi_2 \cdot rand_2 \cdot (mejorpos - x_i^{t-1})$ 
             $x_i^t \leftarrow x_i^{t-1} + v_i^t$ 
        Fin Para
    Fin Mientras
Salida: Devuelve la mejor solución encontrada.
    
```

Este pseudocódigo es válido tanto para el PSO Local como PSO Global. Ambos se distinguen según la definición de la mejor partícula del vecindario, *mejorpos*, así:

- En PSO Local:

$mejorpos = mejorpos_l_i \equiv$ Posición de la mejor partícula perteneciente al entorno local, es decir, a las partículas inmediatamente cercanas a x_i .

- EN PSO Global:

$mejorpos = mejorpos_g \equiv$ Posición de la mejor partícula considerando la nube completa.

6.5.3. Pseudocódigo del PSO para codificación binaria

Existen muchos problemas de optimización que se plantean con espacios de búsqueda discretos. La resolución de estos problemas con algoritmos PSO requiere que sus partículas se representen de una forma que se adapte al espacio discreto. La codificación binaria es válida para afrontar la representación de las soluciones y la optimización del problema con garantías de éxito.

En un algoritmo con este tipo de codificación, las posiciones de las partículas en el espacio de búsqueda se representan mediante cadenas de bits, por lo que el algoritmo, y, sobre todo, los operadores, pueden variar respecto al PSO en versión continua. El movimiento consiste en el cambio de valor de algunos de los bits que representan a la partícula.

El primer algoritmo PSO binario fue propuesto por Kennedy y Eberhart en [29]. Estos autores representan la velocidad mediante un vector real. Su actualización viene dada por:

$$v_i^t \leftarrow \omega^{t-1} \cdot v_i^{t-1} + \varphi_1 \cdot rand_1 \cdot (mejorpos_i - x_i^{t-1}) + \varphi_2 \cdot rand_2 \cdot (mejorposg - x_i^{t-1}) \quad (6.4)$$

La velocidad del bit j de la partícula i , $v_{i,j}$, se interpreta como la probabilidad de que tome el valor de '1'. Si la velocidad es alta con respecto a un determinado valor umbral, el nuevo valor será 1, y si es baja tomará el valor de 0. El valor umbral, τ , está comprendido en el intervalo $[0, 1]$ y viene dado por la siguiente expresión:

$$\text{Si } \tau_i^t < sig(v_{i,j}^t) \text{ entonces } x_{i,j}^t = 1; \text{ para otro caso } x_{i,j}^t = 0 \quad (6.5)$$

donde $sig()$ es la función sigmoideal. Se emplea para transformar el valor de la velocidad dentro del rango del valor umbral establecido $[0, 1]$. La función sigmoideal viene dada por la siguiente ecuación:

$$sig(v_{i,j}^t) = \frac{1}{1 + \exp\{-v_{i,j}^t\}} \quad (6.6)$$

Por tanto, para cada iteración y partícula se obtiene una cadena completa de bits con valores de 0 ó 1.

ALGORITMO 3 – PSO BINARIO - VERSION KENNEDY Y EBERHART

```

t = 0
Nube ← Inicializar Nube de Partículas
Mientras no se alcance la condición de parada hacer
    t = t + 1
    Para i = 1 hasta tamaño (Nube) hacer
        Evaluar cada partícula  $x_i$  de la Nube
        Si  $aptitud_{x_i}$  es mejor que  $aptitud_{mejorpos_i}$  entonces
             $mejorpos_i \leftarrow x_i$ ;
             $aptitud_{mejorpos_i} \leftarrow aptitud_{x_i}$ 
        Fin Si
        Si  $aptitud_{mejorpos_i}$  es mejor que  $aptitud_{mejorposg}$  entonces
             $mejorposg \leftarrow mejorpos_i$ ;
             $aptitud_{mejorposg} \leftarrow aptitud_{mejorpos_i}$ 
        Fin Si
    Fin Para
    Para i = 1 hasta tamaño (Nube) hacer
         $v_i^t \leftarrow \omega^{t-1} \cdot v_i^{t-1} + \varphi_1 \cdot rand_1 \cdot (mejorpos_i - x_i^{t-1}) + \varphi_2 \cdot rand_2 \cdot (mejorposg - x_i^{t-1})$ 

        Si  $\tau_i^t < sig(v_{i,j}^t)$  entonces  $x_{i,j}^t = 1$ ; si no  $x_{i,j}^t = 0$ 
    Fin Para
Fin Mientras
Salida: Devuelve la mejor solución encontrada.
    
```

Esta primera versión binaria convierte toda la información de la dirección que lleva la partícula en dos únicos niveles de decisión, limitados por el valor umbral. En muchos casos, esta limitación provoca la pérdida de la eficiencia del algoritmo.

En los últimos años, han salido otras versiones que intentan mejorar la eficiencia del PSO binario inicialmente propuesto por Kennedy y Eberhart. Así, Afshinmanesh y sus colaboradores proponen una versión diferente en [154].

El algoritmo de Afshinmanesh y col. utiliza conceptos como la distancia de Hamming y los operadores lógicos AND (\cdot), OR ($+$) y XOR (\oplus). La distancia de Hamming, dH , se define como el número de bits que tienen que cambiarse para transformar una palabra de código válida en otra también válida. Si dos palabras o cadenas de bits se diferencian en una distancia de Hamming, dH , se necesitan dH errores para transformarse una en la otra. Las ecuaciones que definen la actualización de la posición de las partículas y la velocidad son las siguientes:

$$x_{i,j}^t = x_{i,j}^{t-1} \oplus v_{i,j}^t \quad (6.7)$$

$$v_{i,j}^t = c_{1i,j} \cdot dH_{1i,j}^{t-1} + c_{2i,j} \cdot dH_{2i,j}^{t-1} \quad (6.8)$$

donde:

- $x_{i,j}^t \equiv$ Valor del bit en la posición j del vector de posición de la partícula i , $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,N})$ en el momento o iteración t .
- $v_{i,j}^t \equiv$ Valor del bit en la posición j del vector de velocidad i , $v_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,N})$ en la iteración t .
- $c_{1i,j} \equiv$ Valor binario aleatorio perteneciente al vector $c_{1i} = (c_{1i,1}, c_{1i,2}, \dots, c_{1i,N})$.
- $c_{2i,j} \equiv$ Valor binario aleatorio perteneciente al vector $c_{2i} = (c_{2i,1}, c_{2i,2}, \dots, c_{2i,N})$.
- $dH_{1i,j}^t \equiv$ Es el bit en la posición j del vector $dH_{1i} = (dH_{1i,1}, dH_{1i,2}, \dots, dH_{1i,N})$ que denota la distancia de Hamming entre la posición de la partícula $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,N})$ y su mejor posición, $mejorpos_i = (mejorpos_{i,1}, mejorpos_{i,2}, \dots, mejorpos_{i,N})$ en la iteración t .
- $dH_{2i,j}^t \equiv$ Es el bit en la posición j del vector $dH_{2i} = (dH_{2i,1}, dH_{2i,2}, \dots, dH_{2i,N})$ que denota la distancia de Hamming entre la posición de la partícula $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,N})$ y la mejor posición, $mejorposg = (mejorposg_1, mejorposg_2, \dots, mejorposg_N)$ en la iteración t .

El cálculo de la distancia de Hamming se realiza mediante las siguientes ecuaciones:

$$dH_{1i,j} = mejorpos_{i,j} \oplus x_{i,j} \quad (6.9)$$

$$dH_{2i,j} = mejorposg_j \oplus x_{i,j} \quad (6.10)$$

ALGORITMO 4 – PSO BINARIO – VERSION AFSHINMANESH

```

t = 0
Nube ← Inicializar Nube de Partículas
Mientras no se alcance la condición de parada hacer
    t = t + 1
    Para i = 1 hasta tamaño (Nube) hacer
        Evaluar cada partícula xi de la Nube
            Si aptitud_xi es mejor que aptitud_mejorposi entonces
                mejorposi ← xi;
                aptitud_mejorposi ← aptitud xi
            Fin Si
            Si aptitud_mejorposi es mejor que aptitud_mejorposg
entonces
                mejorposg ← mejorposi;
                aptitud_mejorposg ← aptitud_mejorposi
            Fin Si
        Fin Para
    Para i = 1 hasta tamaño (Nube) hacer
        vit = c1i · dH1it-1 + c2i · dH2it-1
        xit = xit-1 ⊕ vit
    Fin Para
Fin Mientras
Salida: Devuelve la mejor solución encontrada.
    
```

En las publicaciones existentes se pueden encontrar otros modelos del algoritmo PSO para binario adaptados a problemas o para aplicaciones específicas, tales como los planteados en [155- 157].

6.6. Optimización en salto de rana

El enfoque de optimización en salto de rana (JFO, *Jumping Frog Optimization*) propuesto en [158-160] se basa en el punto de vista de partículas en lugar de las soluciones o posición de partículas. La JFO está inspirada en el comportamiento de un grupo de ranas que miran a su alrededor en busca de alimento mientras van saltando de nenúfar en nenúfar. Este grupo de ranas compite por alimentos saltando a las mejores ubicaciones, por lo que si una rana se coloca bien, luego otras ranas tienden a moverse hacia ella. El enfoque JFO utiliza un esquema interesante sin necesidad del vector velocidad para actualizar la posición de la partícula, como en el caso del PSO clásico. En su lugar, la posición se actualiza mediante un sistema “seguidor-atractor”. Cuando una partícula quiere saltar a una nueva y mejor posición, la partícula utiliza otra partícula mejor posicionada como referencia.

6.6.1. Algoritmo propuesto: *Jumping Frog PSO*

Este trabajo tiene como objetivo crear un novedoso algoritmo DPSO (*Discrete Particle Swarm Optimization*), el denominado *Jumping Frog Particle Swarm Optimization* (JFPSO), en el que cada partícula es una cadena de números binarios cuyos componentes son '0' o '1'. El algoritmo propuesto se basa en la siguiente ecuación:

$$x_i^t = rand_i^t \oplus pbest_i^{t-1} \oplus gbest_i^{t-1} \oplus x_i^{t-1} \quad (6.11)$$

donde:

$rand_i^t = [rand_{i,1}^t, rand_{i,2}^t, \dots, rand_{i,N}^t]$ es una cadena binaria aleatoria de longitud N , cuyos componentes son '0' o '1' con la misma probabilidad.

$x_i^{t-1} = [x_{i,1}^{t-1}, x_{i,2}^{t-1}, \dots, x_{i,N}^{t-1}]$ denota el vector binario de posición de la partícula i -ésima ($t-1$)-ésima iteración.

$pbest_i^{t-1} = [pbest_{i,1}^{t-1}, pbest_{i,2}^{t-1}, \dots, pbest_{i,N}^{t-1}]$ es la mejor solución lograda para la partícula i -ésima en la ($t-1$)-ésima iteración.

$gbest_i^{t-1} = [gbest_1^{t-1}, gbest_2^{t-1}, \dots, gbest_N^{t-1}]$ es la mejor posición encontrada para todas las partículas en el enjambre en la ($t-1$)-ésima iteración.

$pbest_i^{t-1}$, $gbest_i^{t-1}$ y x_i^{t-1} son cadenas binarias de longitud N . Cada bit x_i^{t-1} es calculado como:

$$x_{i,j}^t = \begin{cases} rand_{i,j}^t & \text{if } \rho_{i,j}^t \in [0, C_w^t) \\ pbest_{i,j}^{t-1} & \text{if } \rho_{i,j}^t \in [C_w^t, C_p^t) \\ gbest_{i,j}^{t-1} & \text{if } \rho_{i,j}^t \in [C_p^t, C_g^t) \\ x_{i,j}^{t-1} & \text{if } \rho_{i,j}^t \in [C_g^t, 1] \end{cases} \quad (6.12)$$

donde $\rho_{i,j}^t$ es una variable aleatoria entre 0 y 1, y

$$C_w^t = P_w^t \quad (6.13)$$

$$C_p^t = C_w^t + P_p^t \quad (6.14)$$

$$C_g^t = C_p^t + P_g^t \quad (6.15)$$

Los coeficientes de inercia C_w^t , C_p^t y C_g^t cambian acorde a las probabilidades inerciales P_w^t , P_p^t y P_g^t que evolucionan en cada iteración. Éstas son definidas por las siguientes ecuaciones:

$$P_\omega^t = p_{\omega, \max} - \frac{(t-1) \cdot (p_{\omega, \max} - p_{\omega, \min})}{(t_{\max} - 1)} \quad t = 1, 2, \dots, t_{\max} \quad (6.16)$$

$$P_p^t = (1 - P_\omega^t) \cdot p_p \quad (6.17)$$

$$P_g^t = (1 - P_\omega^t) \cdot p_g \quad (6.18)$$

donde $p_{w, \max}$, $p_{w, \min}$, p_p y p_g son constantes, y P_ω^t se calcula por medio de una función lineal decreciente.

El proceso de actualización de una partícula en la iteración t es el siguiente:

1. Calcular P_ω^t desde t , $p_{w, \max}$, $p_{w, \min}$ y t_{\max} .
2. Calcular P_p^t y P_g^t .
3. Calcular C_w^t , C_p^t y C_g^t .
4. Calcular $x_{i,j}^t$ de acuerdo con la ecuación (6.12).

La actualización de la velocidad y posiciones son las partes más importantes de PSO. Juegan un papel importante en el intercambio de información entre partículas. Ello conduce a una efectiva combinación de soluciones parciales en otras partículas y acelera el procedimiento de búsqueda en la etapa de generación. En el PSO tradicional, cada

partícula necesita utilizar más de dos ecuaciones, generar tres números aleatorios, multiplicaciones de cinco y tres sumatorias para avanzar a la siguiente posición. Sin embargo, la propuesta JFPSO no necesita utilizar la velocidad, sólo utiliza un aleatorio, tres multiplicaciones y una comparación después de C_w , C_p y C_g . Por lo tanto, el algoritmo propuesto es más eficiente.

6.6.2. Método híbrido JFPSO-PRLF

Este método combina el algoritmo JFPSO con el flujo de cargas radial probabilista (PRLF, *Probabilistic radial load flow*) visto en el capítulo 4.

El método híbrido debe definir los nudos en los cuales se conectan los generadores fotovoltaicos y su potencia media, en base a una minimización de pérdidas en el sistema. El algoritmo empleado, JFPSO, genera combinaciones de lugares disponibles en la red y los valores de potencia media. Una partícula está compuesta por una cadena binaria de longitud N que se divide en varias sub-cadenas. Las sub-cadenas binarias representan tanto a los nudos de conexión de los generadores fotovoltaicos como a la potencia media de éstos. Para cada partícula se realiza un PRLF que genera un valor de la función objetivo seleccionada, en este caso la minimización de pérdidas del sistema.

El método debe determinar las mejores ubicaciones, así como las capacidades disponibles para un determinado número de generadores fotovoltaicos. El cumplimiento de límites asociados a restricciones técnicas es un objetivo subyacente para sistemas de generación distribuida, que requieren una atención particular. Se puede encontrar la mejor solución en términos de otros objetivos, pero si esta solución viola las restricciones técnicas del sistema de generación distribuida, no sería factible.

Ejemplos de restricciones técnicas en el sistema pueden ser que las tensiones estén dentro de unos límites especificados y los flujos de potencia por las líneas no sobrepasen el límite térmico de las mismas.

La Figura 6.4 muestra el diagrama de flujo para el algoritmo híbrido propuesto.

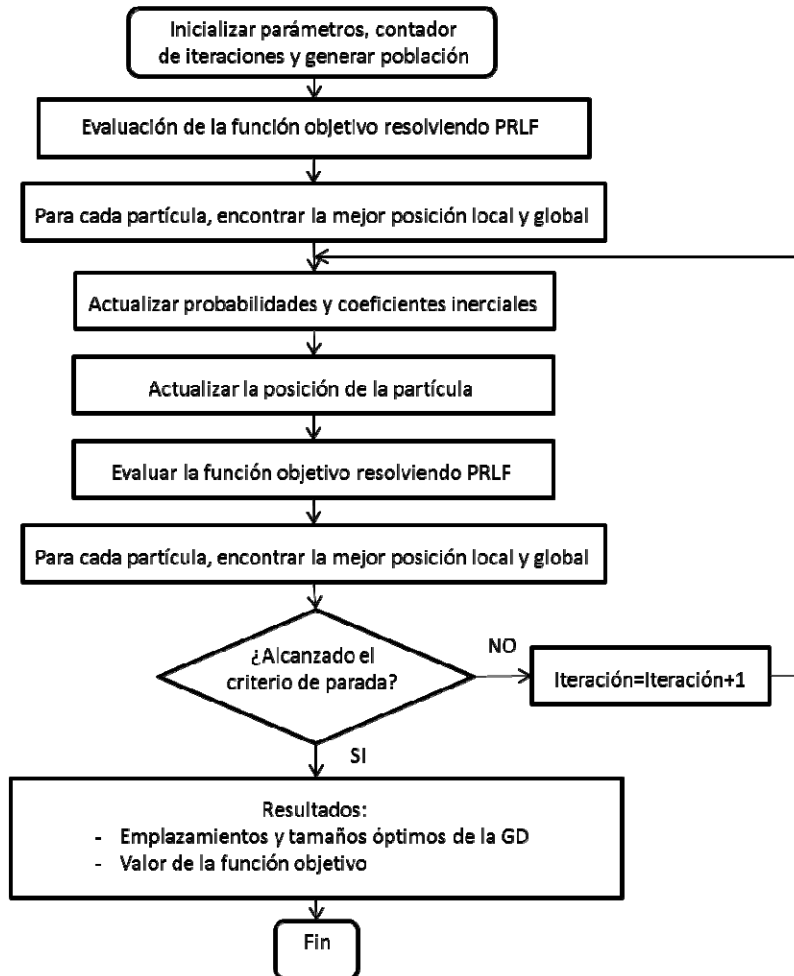


Figura 6.4. Diagrama de flujo del algoritmo JFPSO-PRLF.

CAPÍTULO 7

Análisis, simulación y resultados

7.1. Introducción. Caso de estudio propuesto.

Con objeto de analizar las técnicas propuestas en esta tesis se ha usado un sistema radial equilibrado. Este es el sistema de 33 nudos y 32 líneas del IEEE [161], cuyas características se verán a continuación. El análisis y simulaciones de las técnicas propuestas se han realizado mediante MatLab.

En la Figura 7.1 puede verse el esquema unifilar del sistema considerado para el estudio.

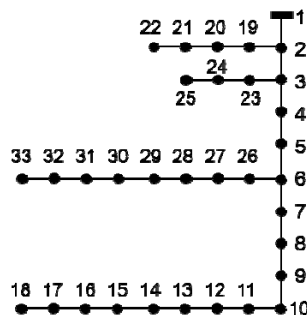


Figura 7.1. Esquema del sistema a estudiar.

En la Tabla 7.1 se muestran los datos de resistencia, reactancia y susceptancia shunt, en p.u., de las líneas del sistema del IEEE de 33 nudos. Estos datos están referidos a una potencia base de 100 MVA y una tensión base de 12.66 kV.

La Tabla 7.2 muestra los valores de la media y desviación típica de la carga, en p.u., en todos los nudos del sistema estudiado. Las cargas están representadas por distribuciones de probabilidad normales, con sus parámetros calculados tal como se explicó en la sección 5.2.

Se considera en este estudio la carga para un día representativo de verano e invierno a las 12 del mediodía. Por simplicidad en el análisis se considerarán las mismas cargas en verano y en invierno.

Tabla 7.1. Datos para el sistema del IEEE de 33 nudos.

Línea	Desde nudo	a nudo	Resistencia (p.u.)	Reactancia (p.u.)	Susceptancia (p.u.)
1	1	2	0.0575	0.0293	0
2	2	3	0.3076	0.1566	0
3	3	4	0.2284	0.1163	0
4	4	5	0.2378	0.1211	0
5	5	6	0.5110	0.4411	0
6	6	7	0.1168	0.3861	0
7	7	8	1.0680	0.7710	0
8	8	9	0.6426	0.4617	0
9	9	10	0.6514	0.4617	0
10	10	11	0.1227	0.0406	0
11	11	12	0.2336	0.0772	0
12	12	13	0.9159	0.7206	0
13	13	14	0.3379	0.4448	0
14	14	15	0.3687	0.3282	0
15	15	16	0.4656	0.3400	0
16	16	17	0.8042	1.0738	0
17	17	18	0.4567	0.3581	0
18	2	19	0.1023	0.0976	0
19	19	20	0.9385	0.8457	0
20	20	21	0.2555	0.2985	0
21	21	22	0.4423	0.5848	0
22	3	23	0.2815	0.1924	0
23	23	24	0.5603	0.4424	0
24	24	25	0.5590	0.4374	0
25	6	26	0.1267	0.0645	0
26	26	27	0.1773	0.0903	0
27	27	28	0.6607	0.5826	0
28	28	29	0.5018	0.4371	0
29	29	30	0.3166	0.1613	0
30	30	31	0.6080	0.6008	0
31	31	32	0.1937	0.2258	0
32	32	33	0.2128	0.3308	0

Tabla 7.2. Cargas en los nudos para el sistema para un día laboral a las 12:00 a.m

Nudo	Tipo	Potencia activa		Potencia reactiva	
		μ (p.u.)	σ	μ (p.u.)	σ
1	Slack	0	0	0	0
2	PQ	0.0010	0.05	0.0006	0.04
3	PQ	0.0009	0.06	0.0004	0.06
4	PQ	0.0012	0.06	0.0008	0.06
5	PQ	0.0006	0.06	0.0003	0.06
6	PQ	0.0006	0.06	0.0002	0.06
7	PQ	0.0020	0.06	0.0010	0.06
8	PQ	0.0020	0.05	0.0010	0.04
9	PQ	0.0006	0.07	0.0002	0.04
10	PQ	0.0006	0.10	0.0002	0.10
11	PQ	0.00045	0.09	0.0003	0.09
12	PQ	0.0006	0.07	0.00035	0.08
13	PQ	0.0006	0.05	0.00035	0.07
14	PQ	0.0012	0.09	0.0008	0.09
15	PQ	0.0006	0.06	0.0001	0.06
16	PQ	0.0006	0.11	0.0002	0.09
17	PQ	0.0006	0.08	0.0002	0.045
18	PQ	0.0009	0.06	0.0004	0.06
19	PQ	0.0009	0.06	0.0004	0.06
20	PQ	0.0009	0.05	0.0004	0.04
21	PQ	0.0009	0.07	0.0004	0.04
22	PQ	0.0009	0.10	0.0004	0.10
23	PQ	0.0009	0.06	0.0005	0.06
24	PQ	0.0042	0.07	0.0020	0.08
25	PQ	0.0042	0.06	0.0020	0.06
26	PQ	0.0006	0.09	0.00025	0.09
27	PQ	0.0006	0.10	0.00025	0.10
28	PQ	0.0006	0.11	0.0002	0.09
29	PQ	0.0012	0.08	0.0007	0.045
30	PQ	0.0020	0.06	0.0060	0.06
31	PQ	0.0015	0.06	0.0007	0.06
32	PQ	0.0021	0.06	0.0010	0.06
33	PQ	0.0006	0.07	0.0004	0.04

7.2. Comprobación de la bondad de los métodos propuestos

El método de Monte Carlo se usa en esta Tesis como método de validación para las técnicas propuestas. Antes de usarlo como tal se debe realizar un estudio del mismo para averiguar cuál es el número de simulaciones necesario para conseguir unos resultados suficientemente precisos. Esto se puede cuantificar por medio del error relativo del método de Monte Carlo, ε_{MC} , para un número dado de simulaciones, n .

En la Figura 7.2 se muestran los resultados de error relativo, ecuación (4.52), y los tiempos de computación del método de Monte Carlo en función del número de

simulaciones, para el sistema de 33 nudos considerado, sin incluir generación distribuida. En esta figura el número de grupos de simulaciones, n_T , del método de Monte Carlo para cada número de simulaciones es 50.

Como se puede observar en la Figura 7.2, la elección de 10000 simulaciones en el método de Monte Carlo garantiza que su error relativo es menor que el 0.005%. En este sentido se puede dar por válido el nivel de exactitud requerido para el método de referencia.

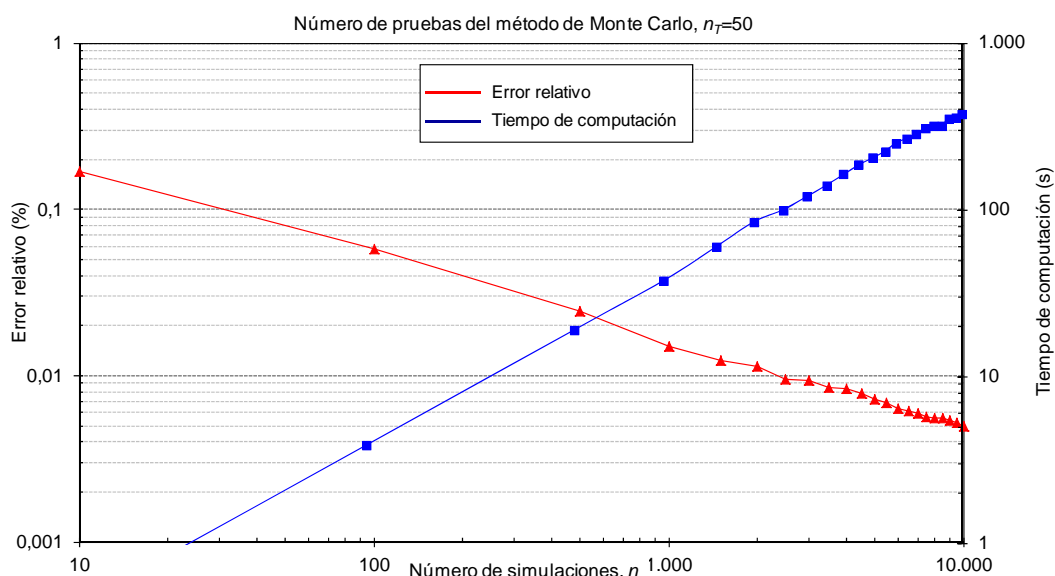


Figura 7.2. Exactitud y tiempo de computación del método de Monte Carlo.

En la Figura 7.3 puede verse como a medida que aumenta el número de simulaciones en el método de Monte Carlo la solución tiende a converger al valor teórico real.

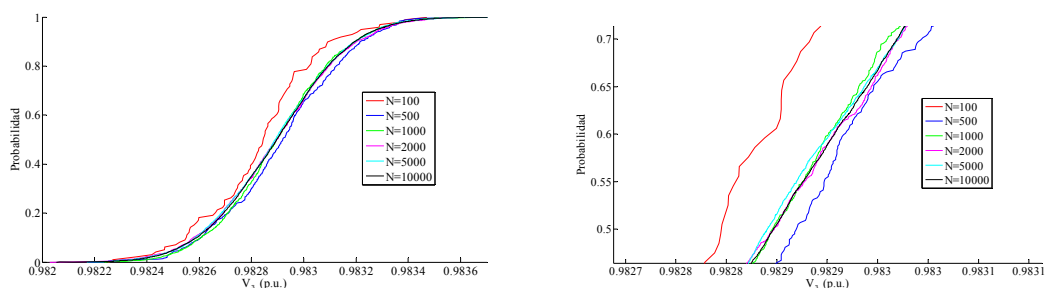


Figura 7.3. CDF para la tensión en el nudo 3 obtenida mediante el método de Monte Carlo, para diferente número de simulaciones.

El siguiente paso es determinar el número de cumulantes adecuado en el método analítico de resolución del flujo de carga. La reconstrucción de las funciones de distribución, tanto PDF como CDF, de las variables aleatorias de salida del problema de flujo de carga probabilista, se realizará por dos métodos distintos: método de Gram-Charlier y método de Cornish-Fisher. Se habrá de determinar el número de cumulantes adecuado para ambos métodos.

Esto se puede cuantificar por medio del índice de error estadístico [110], que para el caso del método de Gram-Charlier es:

$$\varepsilon_{GC} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} (GC_i - MC_i)^2 / MC_i^2}}{N_x} 100 \quad (7.1)$$

donde GC_i y MC_i son el valor del i -ésimo punto en la CDF usando el método de Gram-Charlier y el método de Monte Carlo, respectivamente, y N_x es el número de puntos considerados en el eje abscisas de la CDF.

Para el caso del método de Cornish-Fisher se tiene una ecuación similar:

$$\varepsilon_{CF} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} (CF_i - MC_i)^2 / MC_i^2}}{N_x} 100 \quad (7.2)$$

donde CF_i es el valor del i -ésimo punto de la CDF utilizando el método de Cornish-Fisher.

La Tabla 7.3 muestra el error máximo de las tensiones en todos los nudos usando los métodos de Gram-Charlier y Cornish-Fisher, cuando se usan 3, 5, 7 y 9 cumulantes en sus respectivas expansiones.

Se puede ver que cuanto mayor es el número de cumulantes usados, mayor es la exactitud conseguida. Sin embargo, como el tiempo de computación se ve incrementado

con el número de cumulantes, un buen nivel de exactitud con un coste computacional aceptable se consigue usando 7 cumulantes para la expansión de Gram-Charlier y 5 cumulantes para la expansión de Cornish-Fisher.

El tiempo de computación en ambos casos es muy parecido, aunque mucho menor que el requerido en el método de Monte Carlo, que es de 378.62 segundos.

Tabla 7.3. Error máximo y tiempo de computación en la reconstrucción de las funciones de distribución por los métodos de Gram-Charlier y Cornish-Fisher.

	Expansión de Gram-Charlier		Expansión de Cornish-Fisher	
	Máximo ε_{GC} de tensiones en nudos (%)	Tiempo Computación (s)	Máximo ε_{CF} de tensiones en nudos (%)	Tiempo computación (s)
3 cumulantes	0.389	0.218	0.234	0.195
5 cumulantes	0.098	0.301	0.025	0.238
7 cumulantes	0.033	0.388	0.021	0.315
9 cumulantes	0.031	0.437	0.019	0.398

En la Figura 7.4 y la Figura 7.5 se muestran gráficamente los resultados obtenidos para los errores relativos de los métodos de Gram-Charlier y Cornish-Fisher frente al número de cumulantes, así como el tiempo de computación correspondiente.

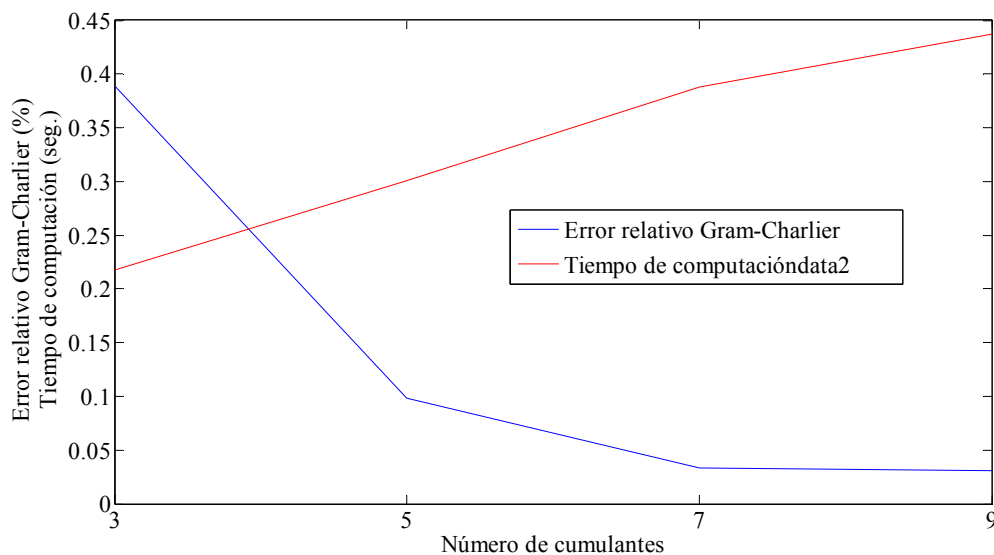


Figura 7.4. Error relativo y tiempo de computación en función del número de cumulantes, método Gram Charlier.

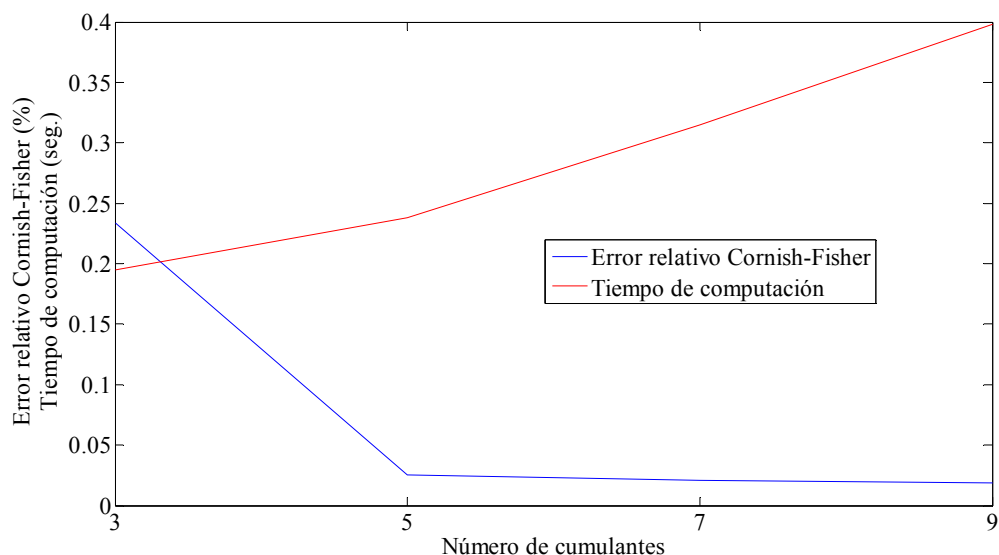


Figura 7.5. Error relativo y tiempo de computación en función del número de cumulantes, método Cornish-Fisher.

7.3. Obtención de resultados sin generación distribuida

En este punto se muestran los resultados obtenidos para el sistema sin incluir generación distribuida, es decir, con generación de energía solamente en el nudo raíz.

Los resultados son obtenidos tanto por el método analítico propuesto como por el método de Monte Carlo.

Se comparan los resultados de los métodos para demostrar la validez del método analítico.

En la Tabla 7.4 se pueden ver la media y la desviación típica de las distribuciones de probabilidad que representan a la tensión en todos los nudos del sistema, ambas determinadas por los dos métodos comentados con anterioridad.

Se puede observar en esta tabla como los valores mostrados son prácticamente coincidentes por ambos métodos.

Tabla 7.4. Media y desviación típica de la tensión en todos los nudos del sistema, sin GD.

Tensión	Técnica analítica propuesta		Método Monte Carlo	
	μ (p.u.)	σ	μ (p.u.)	σ
V_2	0.9970	3.81e-5	0.9970	3.82e-5
V_3	0.9828	2.36e-4	0.9828	2.37e-4
V_4	0.9753	3.26e-4	0.9753	3.28e-4
V_5	0.9679	4.26e-4	0.9679	4.29e-4
V_6	0.9494	6.98e-4	0.9494	7.01e-4
V_7	0.9459	7.29e-4	0.9459	7.32e-4
V_8	0.9322	9.10e-4	0.9322	9.14e-4
V_9	0.9259	1.01e-3	0.9259	1.01e-3
V_{10}	0.9201	1.11e-3	0.9201	1.12e-3
V_{11}	0.9192	1.13e-3	0.9192	1.14e-3
V_{12}	0.9177	1.16e-3	0.9177	1.17e-3
V_{13}	0.9115	1.13e-3	0.9115	1.30e-3
V_{14}	0.9092	1.35e-3	0.9092	1.36e-3
V_{15}	0.9078	1.38e-3	0.9078	1.38e-3
V_{16}	0.9074	1.40e-3	0.9064	1.41e-3
V_{17}	0.9043	1.44e-3	0.9043	1.45e-3
V_{18}	0.9037	1.45e-3	0.9037	1.46e-3
V_{19}	0.9964	4.34e-5	0.9964	4.33e-5
V_{20}	0.9929	1.45e-4	0.9929	1.43e-4
V_{21}	0.9922	1.73e-4	0.9922	1.71e-4
V_{22}	0.9915	2.11e-4	0.9915	2.08e-4
V_{23}	0.9793	3.30e-4	0.9793	3.31e-4
V_{24}	0.9726	5.52e-4	0.9726	5.51e-4
V_{25}	0.9693	6.60e-4	0.9693	6.60e-4
V_{26}	0.9475	7.34e-4	0.9474	7.37e-4
V_{27}	0.9449	7.85e-4	0.9449	7.88e-4
V_{28}	0.9335	1.05e-3	0.9335	1.05e-3
V_{29}	0.9253	1.25e-3	0.9253	1.25e-3
V_{30}	0.9217	1.34e-3	0.9217	1.34e-3
V_{31}	0.9176	1.40e-3	0.9175	1.41e-3
V_{32}	0.9166	1.42e-3	0.9166	1.42e-3
V_{33}	0.9164	1.42e-3	0.9163	1.42e-3

En la Figura 7.6 y Figura 7.7 se pueden ver las funciones de distribución de las tensiones en los nudos 2 y 16, respectivamente. Las funciones de densidad de probabilidad (PDF) han sido dibujadas por los métodos analíticos, Gram-Charlier y Cornish-Fisher, ya que obtener la PDF por el método de Monte Carlo resulta laborioso y no da más información. Sin embargo la función de distribución acumulativa (CDF) ha sido representada por los tres métodos usados, Gram-Charlier , Cornish-Fisher y Monte Carlo.

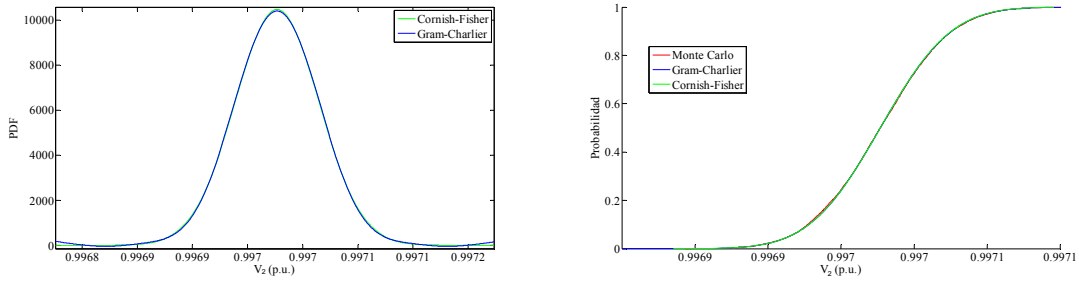


Figura 7.6. PDF y CDF de la tensión en el nudo 2 sin generación distribuida.

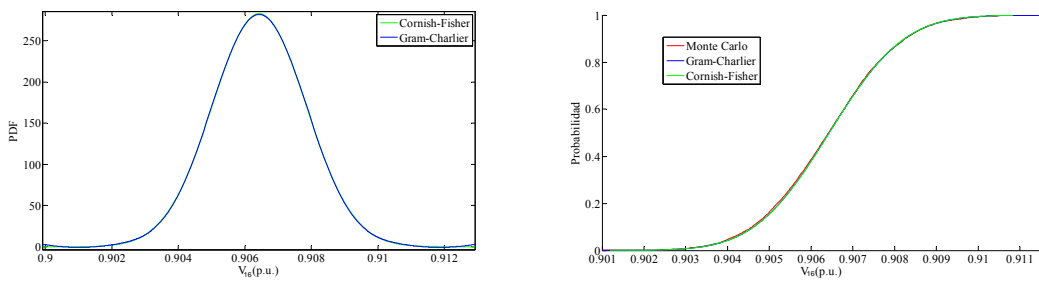


Figura 7.7. PDF y CDF de la tensión en el nudo 16 sin generación distribuida.

Como se aprecia en las anteriores figuras, los tres métodos proporcionan resultados casi idénticos, con lo que pueden validarse los métodos analíticos propuestos.

La Tabla 7.5 muestra la media y desviación típica de las distribuciones de probabilidad de los flujos de potencia aparente por las líneas, determinadas por el método de Monte Carlo y por la técnica analítica propuesta.

En la Figura 7.8 y Figura 7.9 se pueden ver las funciones de distribución de los flujos de potencia aparente por las líneas 11 (11-12) y 23 (23-24), respectivamente. Las funciones de densidad de probabilidad (PDF) han sido dibujadas por los métodos analíticos, Gram-Charlier y Cornish-Fisher, ya que obtener la PDF por el método de Monte Carlo resulta laborioso y no da más información. Sin embargo la función de distribución acumulativa (CDF) ha sido representada por los tres métodos usados, Gram-Charlier, Cornish-Fisher y Monte Carlo.

Tabla 7.5. Media y desviación típica de los flujos de potencia aparente en todas las líneas del sistema, sin GD.

Flujo	Técnica analítica propuesta		Método Monte Carlo	
	μ (p.u.)	σ	μ (p.u.)	σ
S_1	0.0462	5.84e-4	0.0462	5.81e-4
S_2	0.0410	5.67e-4	0.0410	5.65e-4
S_3	0.0291	4.19e-4	0.0291	4.18e-4
S_4	0.0274	4.08e-4	0.0274	4.07e-4
S_5	0.0266	4.01e-4	0.0266	3.99e-4
S_6	0.0123	2.33e-4	0.0123	2.33e-4
S_7	0.0099	2.03e-4	0.0099	2.03e-4
S_8	0.0076	1.75e-4	0.0076	1.76e-4
S_9	0.0069	1.68e-4	0.0069	1.69e-4
S_{10}	0.0062	1.56e-4	0.0062	1.58e-4
S_{11}	0.0057	1.52e-4	0.0057	1.53e-4
S_{12}	0.0050	1.46e-4	0.0050	1.47e-4
S_{13}	0.0043	1.42e-4	0.0043	1.43e-4
S_{14}	0.0029	1.00e-4	0.0029	9.96e-5
S_{15}	0.0022	9.26e-5	0.0022	9.22e-5
S_{16}	0.0016	6.81e-5	0.0016	6.81e-5
S_{17}	0.0009	5.04e-5	0.0009	5.03e-5
S_{18}	0.0039	1.22e-4	0.0039	1.22e-4
S_{19}	0.0029	1.11e-4	0.0029	1.11e-4
S_{20}	0.0019	1.02e-4	0.0019	1.02e-4
S_{21}	0.0009	8.39e-5	0.0009	8.44e-5
S_{22}	0.0104	3.71e-4	0.0104	3.68e-4
S_{23}	0.0094	3.65e-4	0.0094	3.62e-4
S_{24}	0.0047	2.34e-4	0.0047	2.32e-4
S_{25}	0.0136	3.36e-4	0.0136	3.36e-4
S_{26}	0.0129	3.35e-4	0.0129	3.35e-4
S_{27}	0.0124	3.33e-4	0.0124	3.33e-4
S_{28}	0.0117	3.25e-4	0.0117	3.25e-4
S_{29}	0.0103	3.19e-4	0.0103	3.19e-4
S_{30}	0.0047	1.48e-4	0.0047	1.48e-4
S_{31}	0.0030	1.21e-4	0.0030	1.21e-4
S_{32}	0.0007	3.61e-5	0.0007	3.59e-5

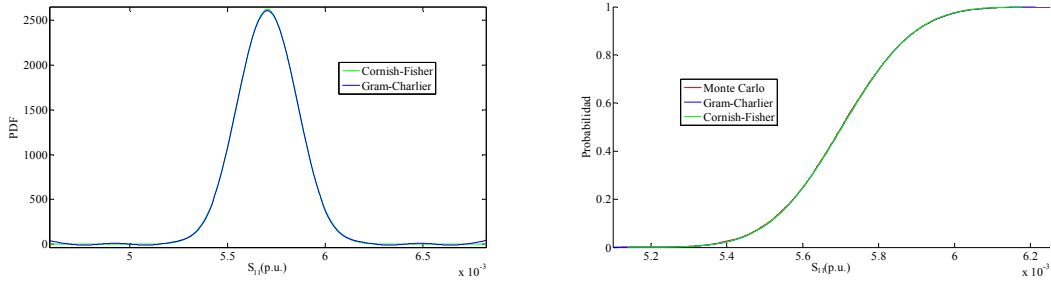


Figura 7.8. PDF y CDF del flujo de potencia aparente en la línea 11 sin generación distribuida.

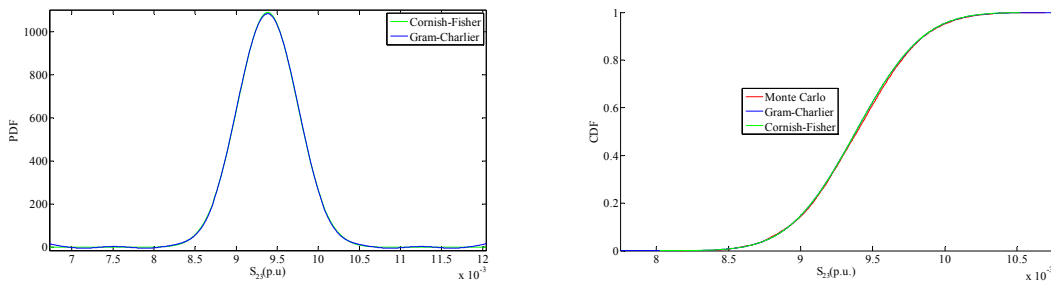


Figura 7.9. PDF y CDF del flujo de potencia aparente en la línea 23 sin generación distribuida.

Tal como ocurre en el caso de las tensiones, como se puede apreciar en las anteriores figuras, los tres métodos proporcionan resultados casi idénticos para las distribuciones de los flujos de potencia por las líneas.

En la Figura 7.10 puede verse el perfil de tensiones del sistema, realizado con los valores medios de las tensiones en cada nudo, tanto por el método analítico como por el método de Monte Carlo.

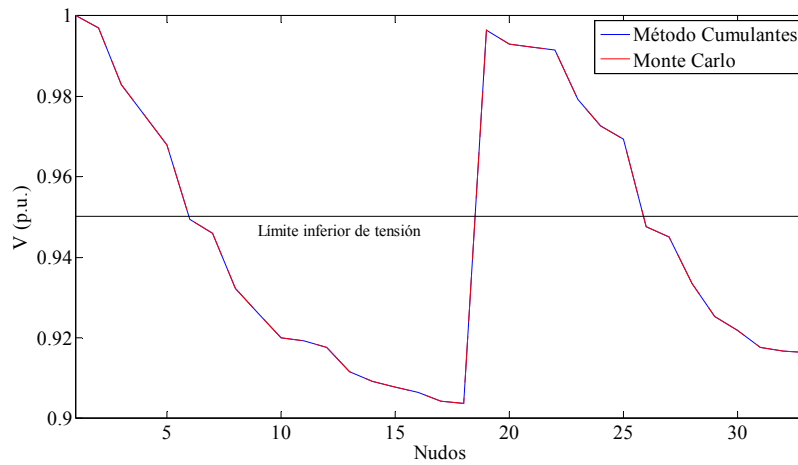


Figura 7.10. Perfil de tensiones del sistema.

Se puede observar en esta figura como los perfiles dibujados por ambos métodos, analítico y Monte Carlo, son coincidentes, cosa que se podía prever a la vista de los resultados de la Tabla 7.4.

La norma EN 50160 [13], el Real Decreto 1955/2000 [162] o la recomendación de ABB [163], establecen límites de tensión para diferentes situaciones. En esta Tesis se eligen unos límites de tensión de $\pm 5\%$ de la tensión nominal. Se puede ver en la Tabla 7.4 como las tensiones en algunos nudos están por debajo del límite inferior permitido, 0.95 p.u.

A partir de la función de distribución acumulativa (CDF) correspondiente a la tensión en un nudo i , es posible calcular la probabilidad de encontrar la tensión dentro de los límites permitidos. Considerar la Figura 7.11, la probabilidad de que la tensión del nudo i sea menor que su límite superior, L_i^{sup} , y mayor que su límite inferior, L_i^{inf} , está dada por [164]:

$$P[L_i^{\text{inf}} \leq X \leq L_i^{\text{sup}}] = F(L_i^{\text{sup}}) - F(L_i^{\text{inf}}) \quad (7.3)$$

donde X es la variable aleatoria de la tensión en el nudo i , y $F(x)$ es la función de distribución acumulativa (CDF) de la tensión en el nudo i .

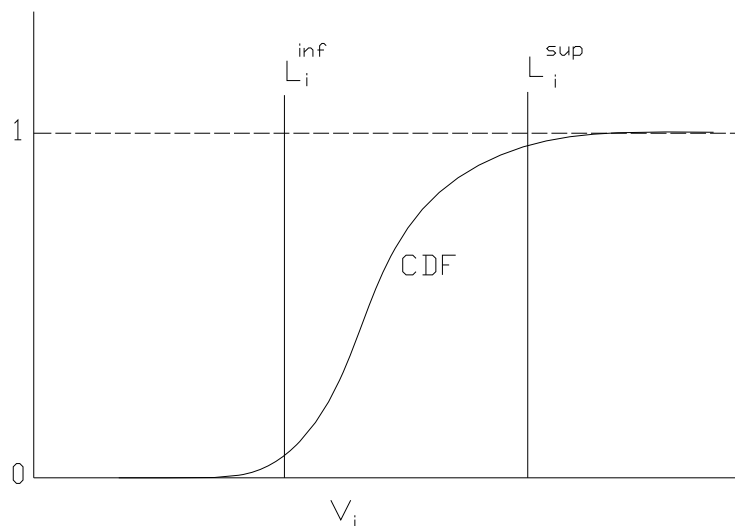


Figura 7.11. Función de distribución acumulativa de la tensión en un nudo genérico i .

En base a esto la Tabla 7.6 muestra la probabilidad de tensión normal en todos los nudos del sistema, siendo el límite inferior, L_i^{inf} , igual a 0.95 p.u., y el límite superior, L_i^{sup} , igual a 1.05 p.u.

Tabla 7.6. Probabilidad de tensión normal en los nudos del sistema sin GD.

Nudo	$P[0.95 \leq X \leq 1.05]$	Nudo	$P[0.95 \leq X \leq 1.05]$
2	1	18	0
3	1	19	1
4	1	20	1
5	1	21	1
6	0.2136	22	1
7	0.0002	23	1
8	0	24	1
9	0	25	1
10	0	26	0.0005
11	0	27	0
12	0	28	0
13	0	29	0
14	0	30	0
15	0	31	0
16	0	32	0
17	0	33	0

Puede verse como los nudos que están por debajo del límite inferior en la Figura 7.10 tienen una probabilidad de tensión normal nula, mientras que los que están por encima tienen una probabilidad 1 de tener la tensión dentro de los límites. Los nudos que están demasiado próximos a la línea que representa el límite inferior, ya sea por debajo o por encima, presentan cierta probabilidad de mantener su tensión dentro de los límites especificados.

Como último punto de esta sección se presentan en la Tabla 7.7 los tiempos de computación invertidos en los cálculos por los métodos utilizados, analítico y Monte Carlo.

Tabla 7.7. Tiempos de computación sin GD.

Técnica analítica propuesta (s)	Método Monte Carlo (s)
0.350	378.62

Como se puede ver en la Tabla 7.7 el tiempo de computación con el método analítico es mucho menor que con el método de Monte Carlo, siendo los resultados obtenidos prácticamente iguales.

7.4. Obtención de resultados con generación distribuida

En esta sección se presentarán los resultados obtenidos para el sistema estudiado introduciendo generadores fotovoltaicos en algunos nudos. Este tipo de generación será introducida como cargas negativas [8], por tanto, los nudos en los que estén situados este tipo de generadores seguirán teniendo la consideración de nudos PQ.

La finalidad es mejorar el perfil de tensiones en el sistema, entonces, por tratarse de un sistema radial, se elegirán nudos que estén cercanos a los nudos extremos, que es donde en principio se dan las menores tensiones.

Los nudos elegidos para la colocación de generación distribuida son: 12, 17, 21, 24 y 32, tal como se ve en la Figura 7.12.

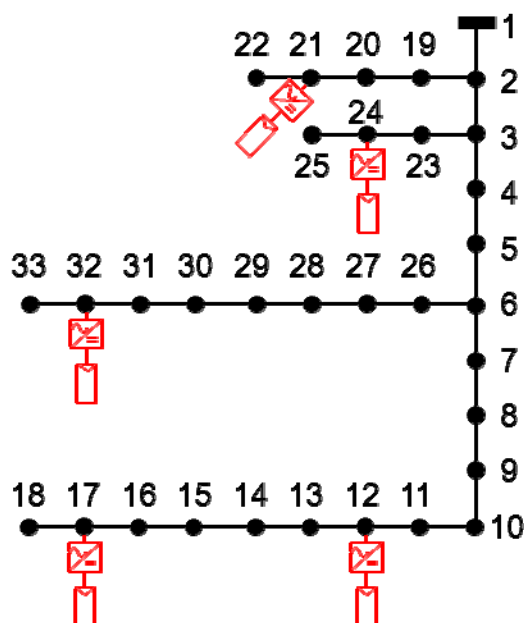


Figura 7.12. Posición de los generadores fotovoltaicos en el sistema.

Todos los generadores serán iguales, con los datos que se ven en la Tabla 7.8.

Tabla 7.8. Datos de los generadores fotovoltaicos.

	Verano	Invierno
Longitud (°)	3	3
Latitud (°)	40	40
Hora	11:30-12:30 h	11:30-12:30 h
Mes	Julio	Enero
Día del año	185	15
Inclinación paneles (°)	30	40
Superficie captación (m ²)	4500	4500

Aplicando lo expuesto en el capítulo 5 se obtienen las funciones de distribución para la potencia de salida del generador que se ven en la Figura 7.13, para un día representativo de verano, tanto por el método de Saunier como por el método de Hollands y Huget.

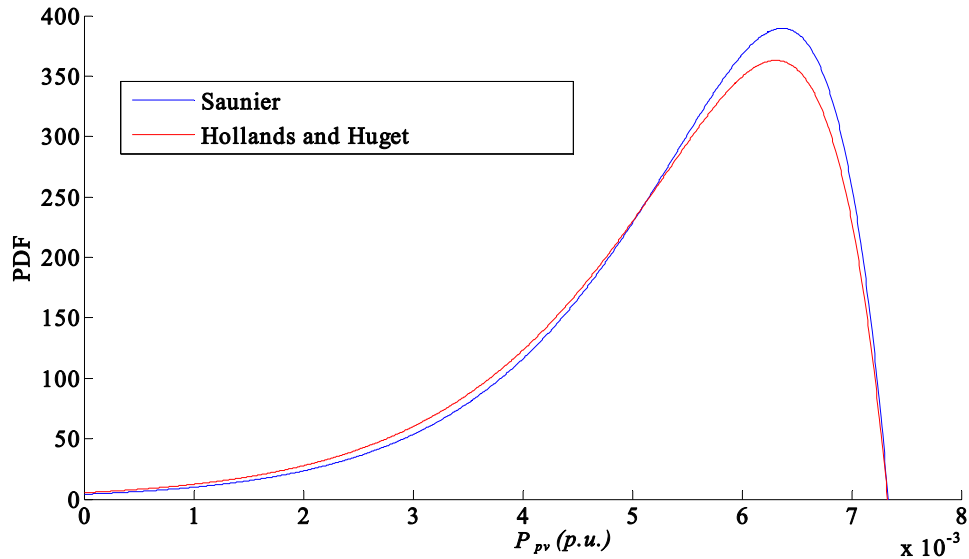


Figura 7.13. PDF de la potencia activa de salida de los generadores fotovoltaicos en verano.

Se puede ver en esta figura como los dos modelos considerados, Saunier y Hollands/Huget, dan prácticamente los mismos resultados. Se seguirá en lo sucesivo el modelo de Saunier, por tratarse de una versión mejorada respecto al modelo de Hollands/Huget.

Los siete primeros cumulantes de la variable aleatoria P_{pv} según el modelo de Saunier se expresan en la Tabla 7.9.

Tabla 7.9. Cumulantes de la variable P_{pv} para un día de verano.

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7
0.0054	1.6994e-6	-2.5115e-9	3.6023e-12	1.0676e-15	-4.8422e-17	2.7181e-19

En la Figura 7.14 puede verse la función de densidad de probabilidad para la potencia de salida del generador fotovoltaico para un día representativo de invierno.

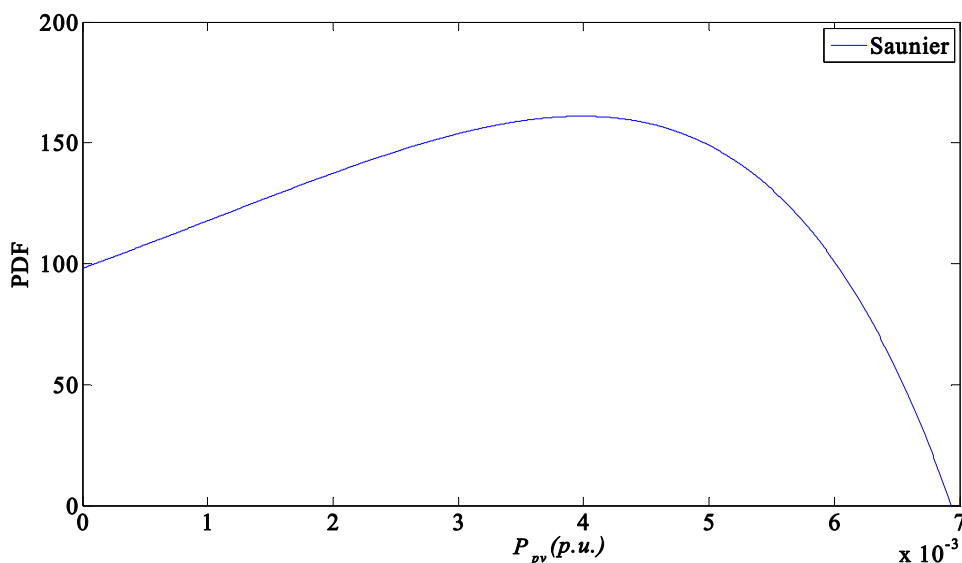


Figura 7.14. PDF de la potencia activa de salida de los generadores fotovoltaicos en invierno.

En la Tabla 7.10 se muestran los siete primeros cumulantes de la potencia de salida de los generadores para el caso de un día representativo de invierno.

Tabla 7.10. Cumulantes de la variable P_{pv} para un día de invierno.

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7
0.0028	4.45551e-6	-1.6341e-9	-1.9238e-12	3.9604e-15	3.9374e-17	-1.9787e-19

La Tabla 7.11 muestra los resultados de la media y la desviación típica de las tensiones en los nudos representativos del sistema, tanto en verano como en invierno, determinados a través de la técnica analítica.

Si se comparan los valores con los de la Tabla 7.4 se puede observar como las tensiones han mejorado respecto al sistema sin GD. Este hecho se pone de relieve si se representan los perfiles de tensión para los tres casos, sin GD y con GD en verano e invierno, tal como se puede ver en la Figura 7.15. Estos perfiles se han obtenido utilizando los valores medios de la tensión en los nudos calculados con la técnica analítica.

Tabla 7.11. Media y desviación típica de tensiones representativas con GD.

Técnica analítica propuesta					
Verano			Invierno		
Tensión	μ (p.u.)	σ	Tensión	μ (p.u.)	σ
V_3	0.9923	1.13e-3	V_3	0.9878	1.81e-3
V_5	0.9864	2.34e-3	V_5	0.9775	3.74e-3
V_7	0.9763	3.99e-3	V_7	0.9617	6.40e-3
V_9	0.9782	7.40e-3	V_9	0.9531	1.19e-2
V_{11}	0.9813	8.99e-3	V_{11}	0.9514	1.44e-2
V_{13}	0.9825	1.05e-2	V_{13}	0.9484	1.69e-2
V_{15}	0.9833	1.13e-2	V_{15}	0.9470	1.83e-2
V_{17}	0.9878	1.29e-2	V_{17}	0.9476	2.08e-2
V_{19}	0.9988	2.78e-4	V_{19}	0.9977	4.46e-4
V_{21}	1.0010	1.80e-3	V_{21}	0.9968	2.91e-3
V_{23}	0.9904	1.37e-3	V_{23}	0.9950	2.17e-3
V_{25}	0.9836	2.04e-3	V_{25}	0.9767	3.20e-3
V_{27}	0.9756	4.04e-3	V_{27}	0.9608	6.46e-3
V_{29}	0.9637	5.45e-3	V_{29}	0.9452	8.67e-3
V_{31}	0.9618	6.61e-3	V_{31}	0.9405	1.05e-2
V_{33}	0.9618	6.86e-3	V_{33}	0.9399	1.10e-2

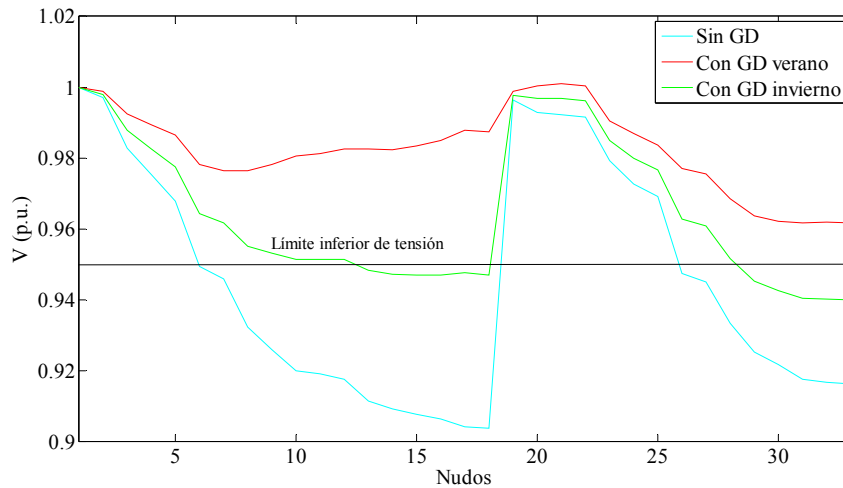


Figura 7.15. Perfiles de tensión sin GD y con GD.

Se puede observar como en invierno aún quedan algunos nudos por debajo de la línea del límite inferior de tensión, pero con mayores valores que en el caso sin GD.

En la Tabla 7.12 se muestra la probabilidad de tensión normal con GD en invierno y

verano en los nudos que, en el caso sin GD tienen una probabilidad nula de mantener la tensión dentro de los límites.

Tabla 7.12. Probabilidad de tensión normal en los nudos del sistema.

Nudo	$P[0.95 \leq X \leq 1.05]$	
	Verano	Invierno
8	0.9997	0.7041
9	0.9987	0.6080
10	0.9972	0.5505
11	0.9971	0.5472
12	0.9968	0.5403
13	0.9937	0.4688
14	0.9921	0.4446
15	0.9915	0.4466
16	0.9910	0.4487
17	0.9908	0.4640
18	0.9898	0.4527
27	1.0000	0.9515
28	0.9990	0.5961
29	0.9833	0.3005
30	0.9638	0.2217
31	0.9396	0.1888
32	0.9368	0.1914
33	0.9336	0.1815

Puede verse como en los casos con GD se mejora la probabilidad de tensión normal en todos los nudos, aunque ésta es baja en algunos de ellos en el caso de invierno.

Para validar los resultados del método analítico se usa, como es sabido, el método de referencia o método de Monte Carlo. En el caso de la inclusión de la GD en el sistema se han comparado los momentos estadísticos de orden superior de las distribuciones de las tensiones en los nudos, además de los dos primeros que representan a la media y desviación típica. Esto se hace por medio del error relativo para cada orden, r , de momento en cada nudo, $\varepsilon_{\mu_{V_i}^r}$, y su valor medio para todos los nudos, $\varepsilon_{\mu_V^r}$, dado por las siguientes expresiones [110]:

$$\varepsilon_{\mu_{V_i}^r} = \frac{100 \cdot \left| \mu_{V_i}^{r, \text{an}} - \mu_{V_i}^{r, \text{MC}} \right|}{\mu_{V_i}^{r, \text{MC}}} \quad \varepsilon_{\mu_V^r} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \varepsilon_{V_i}^r}{N} \quad (7.4)$$

donde $\varepsilon_{\mu_{V_i}^r}$ es el error relativo del momento central de orden r para la tensión en el nudo i , $\varepsilon_{\mu_V^r}$ es el error relativo medio del momento central de orden r para la tensión en todos los nudos del sistema, $\mu_{V_i}^{r, \text{an}}$ es el momento central de orden r para la tensión en el

nudo i obtenido según el método analítico y $\mu_{V_i}^{r,MC}$ es el momento central de orden r para la tensión en el nudo i obtenido según el método de Monte Carlo.

La Tabla 7.13 muestra los valores del error relativo para los siete primeros momentos centrales de las tensiones en todos los nudos.

Tabla 7.13. Error relativo en los momentos centrales.

	Error relativo (%)						
	$\mathcal{E}_{\mu_{V_i}^1}$	$\mathcal{E}_{\mu_{V_i}^2}$	$\mathcal{E}_{\mu_{V_i}^3}$	$\mathcal{E}_{\mu_{V_i}^4}$	$\mathcal{E}_{\mu_{V_i}^5}$	$\mathcal{E}_{\mu_{V_i}^6}$	$\mathcal{E}_{\mu_{V_i}^7}$
V_2	0.001	2.713	4.257	6.893	8.409	7.463	7.735
V_3	0.006	3.215	7.749	8.692	9.128	6.994	13.499
V_4	0.010	3.634	4.926	10.209	5.738	6.550	9.700
V_5	0.014	3.762	4.113	10.791	4.879	6.337	9.175
V_6	0.024	3.993	3.156	11.636	4.155	6.058	9.002
V_7	0.027	4.320	2.943	12.722	4.720	5.742	10.819
V_8	0.040	4.477	2.826	13.988	6.565	5.204	16.189
V_9	0.048	4.438	3.043	14.081	7.168	5.100	17.253
V_{10}	0.055	4.338	3.226	13.948	7.531	5.088	17.701
V_{11}	0.056	4.312	3.251	13.888	7.560	5.099	17.676
V_{12}	0.058	4.262	3.306	13.772	7.619	5.121	17.636
V_{13}	0.064	4.347	3.201	14.374	7.908	4.906	18.079
V_{14}	0.067	4.369	3.196	14.604	8.049	4.823	18.287
V_{15}	0.069	4.370	3.225	14.796	8.199	4.748	18.462
V_{16}	0.071	4.353	3.285	14.993	8.403	4.667	18.734
V_{17}	0.076	4.497	3.416	15.264	8.729	4.545	19.120
V_{18}	0.076	4.306	3.416	15.268	8.722	4.545	19.095
V_{19}	0.001	1.477	4.975	4.775	5.379	7.802	8.018
V_{20}	0.002	0.494	23.261	4.867	8.145	7.558	2.267
V_{21}	0.002	0.461	25.419	4.820	8.659	7.564	2.417
V_{22}	0.002	0.460	23.793	4.784	8.252	7.579	2.138
V_{23}	0.007	2.358	19.212	6.483	19.932	7.498	29.343
V_{24}	0.007	1.418	45.266	5.128	29.733	7.701	41.201
V_{25}	0.007	1.354	33.600	4.793	24.435	7.810	34.936
V_{26}	0.025	3.889	3.365	11.320	3.898	6.145	8.011
V_{27}	0.025	3.744	3.719	10.932	3.647	6.247	6.829
V_{28}	0.028	3.295	4.779	10.003	3.070	6.484	3.866
V_{29}	0.030	3.024	5.427	9.630	3.129	6.564	2.975
V_{30}	0.032	2.878	6.019	9.476	3.383	6.586	2.785
V_{31}	0.034	2.665	7.322	9.393	4.188	6.558	3.031
V_{32}	0.034	2.603	7.708	9.363	4.436	6.552	3.126
V_{33}	0.034	2.604	7.696	9.364	4.432	6.552	3.128
	$\mathcal{E}_{\mu_V^1}$	$\mathcal{E}_{\mu_V^2}$	$\mathcal{E}_{\mu_V^3}$	$\mathcal{E}_{\mu_V^4}$	$\mathcal{E}_{\mu_V^5}$	$\mathcal{E}_{\mu_V^6}$	$\mathcal{E}_{\mu_V^7}$
	0.032	3.196	8.878	10.470	8.069	6.194	12.882

En la Tabla 7.13 se ve el alto nivel de exactitud de la técnica analítica propuesta para la media y la varianza (momentos 1 y 2, respectivamente). Sin embargo para momentos de orden superior esta exactitud es menor, pero también aceptable, ya que a medida que el orden del momento se incrementa, va disminuyendo su influencia en los resultados.

Esto se pone de manifiesto en la Figura 7.16 a Figura 7.19, donde se ven las funciones de distribución acumulativa de la tensión en el nudos 24 y las funciones de distribución acumulativa del flujo de potencia aparente por la línea 20, ambas en verano y en invierno.

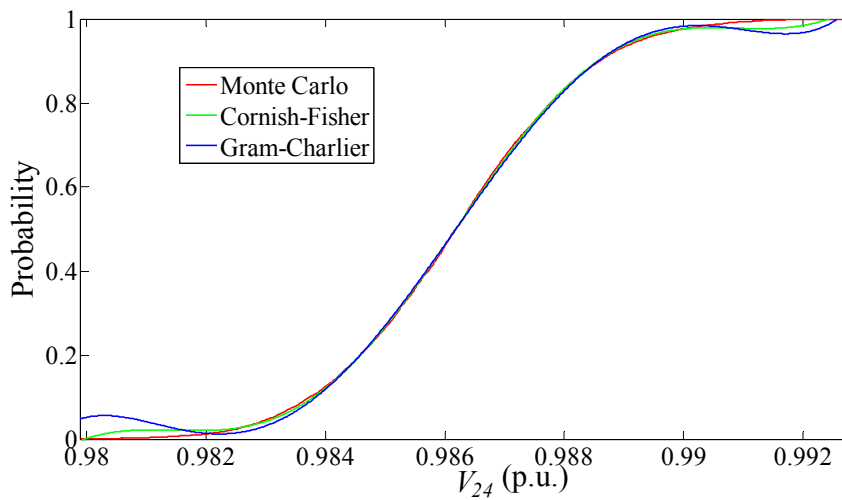


Figura 7.16. CDF de la tensión en el nudo 24 con GD en verano.

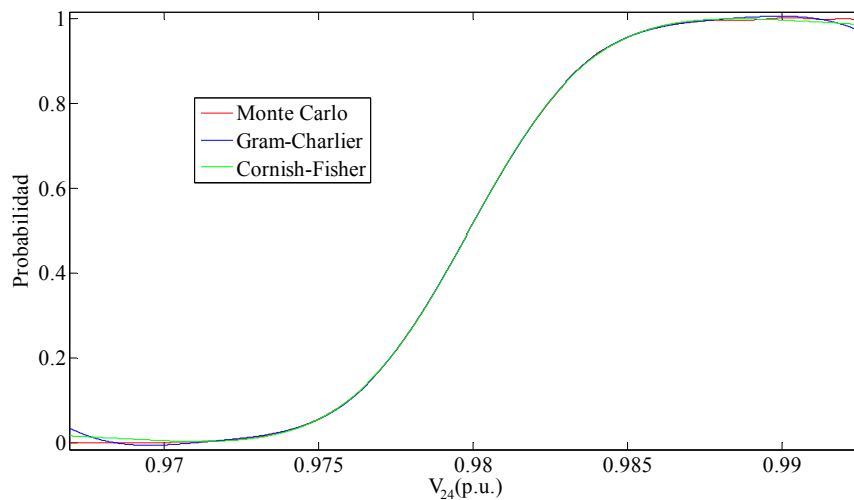


Figura 7.17. CDF de la tensión en el nudo 24 con GD en invierno.

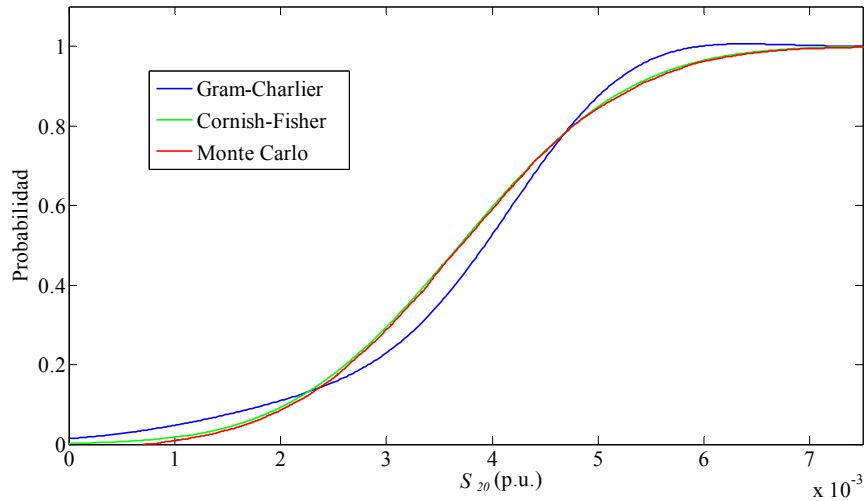


Figura 7.18. CDF del flujo de potencia aparente en la línea 20 con GD en verano.

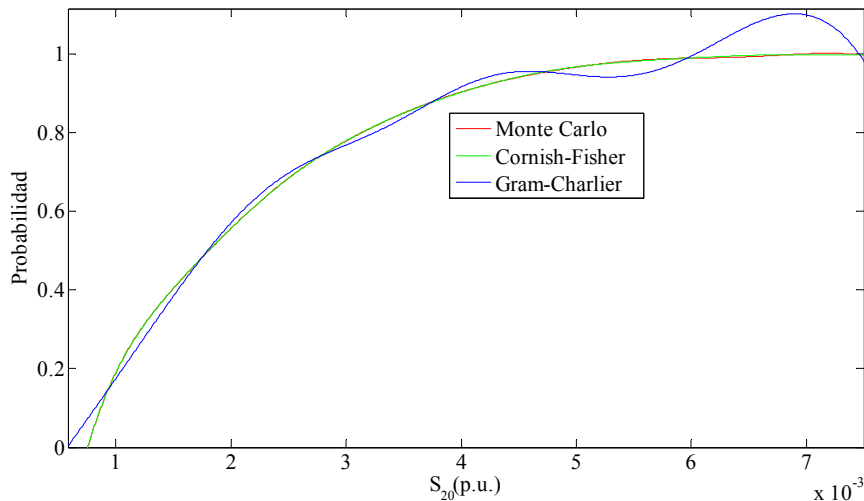


Figura 7.19. CDF del flujo de potencia aparente en la línea 20 con GD en invierno.

Puede verse en las figuras anteriores como el método de reconstrucción de funciones de distribución basado en la expansión de Cornish-Fisher se ajusta mejor al método de referencia (Monte Carlo) que el método de Gram-Charlier. Esto es debido a que el método de Gram-Charlier tiene un mal comportamiento a medida que las variables implicadas en el problema se alejan de la forma gaussiana, tal como ocurre con las funciones de distribución de los generadores fotovoltaicos.

Por tanto, el método de Cornish-Fisher presenta mejores resultados y en un tiempo computacional semejante al de Gram-Charlier, tal como ve en la Tabla 7.7 y Tabla 7.14.

Tabla 7.14. Tiempo computacional con GD.

	Técnica analítica propuesta (s)	Método Monte Carlo (s)
Verano	36.05	14716
Invierno	32.53	14400

Puesto que, como se ha dicho, el método de Cornish-Fisher presenta mejores resultados, se representarán por este método las funciones de densidad de probabilidad de las tensiones en los nudos 2 y 16, en los tres casos estudiados, sin GD y con GD en verano y en invierno (Figura 7.20 y Figura 7.21).

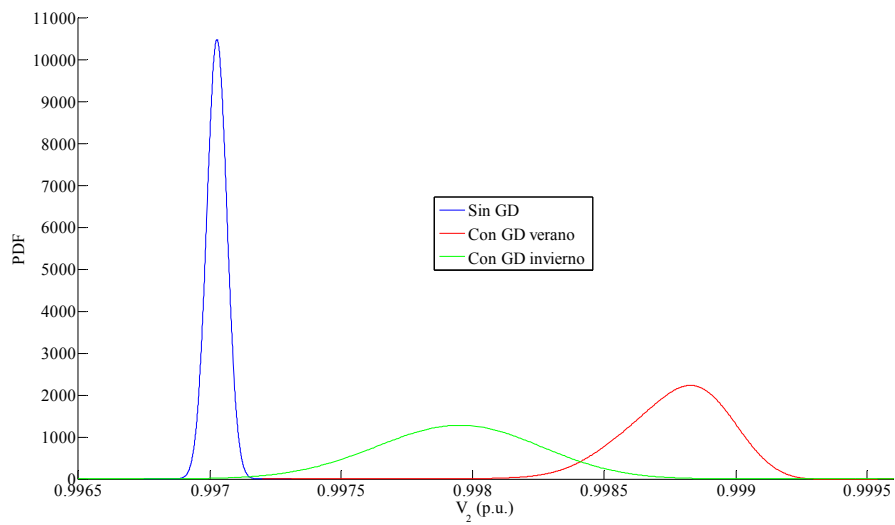


Figura 7.20. Comparación PDFs de tensión en el nudo 2.

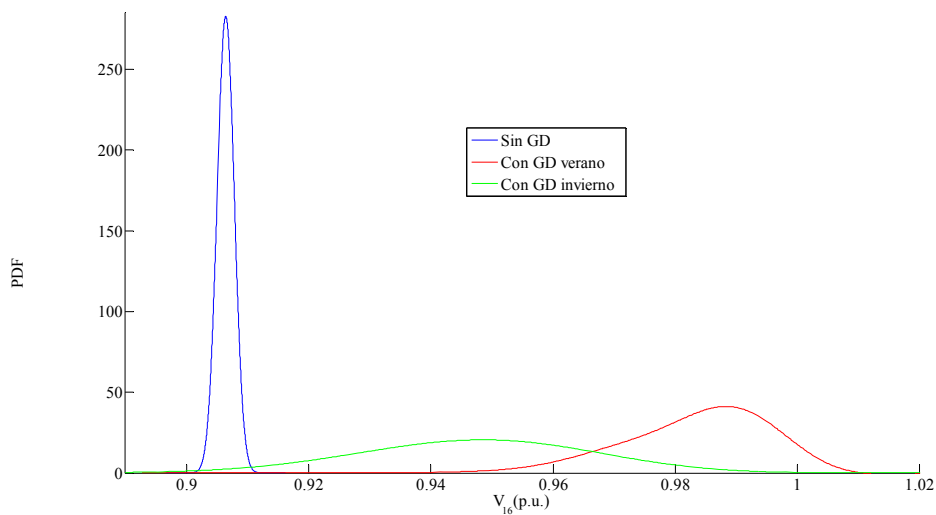


Figura 7.21. Comparación PDFs de tensión en el nudo 16.

Puede verse en estas figuras como la introducción de GD en el sistema hace que la tensión aumente en los nudos, hasta el punto de que en el nudo 16 pasa de ser inaceptable a aceptable. Por el contrario se ve como cuando se introducen los generadores fotovoltaicos la dispersión de las distribuciones de las tensiones en los nudos aumenta. Esto es debido a que cada generador conectado al sistema introduce una nueva incertidumbre que incrementa la dispersión de los resultados.

7.5. Uso del método híbrido JFPSO-PRLF

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para la optimización de la posición y tamaño de los generadores fotovoltaicos en el sistema de 33 nudos del IEEE considerado, en base a obtener una minimización en las pérdidas del mismo. Las simulaciones se realizarán para un día representativo de verano a las 12 a.m.

En principio el número de generadores podría ser cualquiera, pero en términos prácticos este número es limitado. Por tanto se elige un conjunto de cinco generadores para realizar este estudio. Además los resultados pueden ser directamente comparables con los estudios realizados en las secciones anteriores, por tratarse del mismo número de generadores.

Se han realizado una serie de simulaciones para determinar los puntos de conexión óptima y capacidad del conjunto de los cinco generadores. Dadas las 32 posibles localizaciones (se excluye el nudo raíz o slack) y los 8 posibles niveles de potencia considerados para los generadores (100, 200, 300, 400, 450, 500, 550 y 600 kW), esto representa un espacio de búsqueda de $1.626 \cdot 10^8$ combinaciones posibles. Cada simulación es un proceso bastante largo, pero la duración es razonable, dada la naturaleza estratégica del proceso. El tamaño de la población y el número de generaciones han sido seleccionados para garantizar la convergencia de los algoritmos a una solución satisfactoria. Los valores de los parámetros constantes del algoritmo son: $p_{w,max}=0.50$, $p_{w,min}=0.01$, $p_p=0.4$ y $p_g=0.4$.

La función objetivo, es decir, las función de distribución de las pérdidas de potencia activa en el sistema cuando no están conectados los generadores fotovoltaicos son 190 kW y $5.23 \cdot 10^{-5}$ desviación típica de p.u.

Las ubicaciones y capacidades óptimas son las que se muestran en la Tabla 7.15. Estos resultados se alcanzaron en un tiempo de 3923 seg y 40 iteraciones en el

algoritmo JFPSO-PRLF.

Tabla 7.15. Localización y capacidades óptimas de GD.

Localización (Nudo)	8	15	25	27	31
Potencia media (kW)	600	550	600	600	600
Potencia perdida media (kW)	61.7551				

Los nudos 8, 15, 25, 27 y 31 aparecen como las mejores ubicaciones. Las pérdidas de potencia total del sistema se reducen con la incorporación de la GD.

En la Figura 7.22 se muestran los perfiles de tensión, a partir de la tensión media, para el sistema sin GD, con GD en verano según la sección anterior y con GD óptima según el método JFPSO-PRLF.

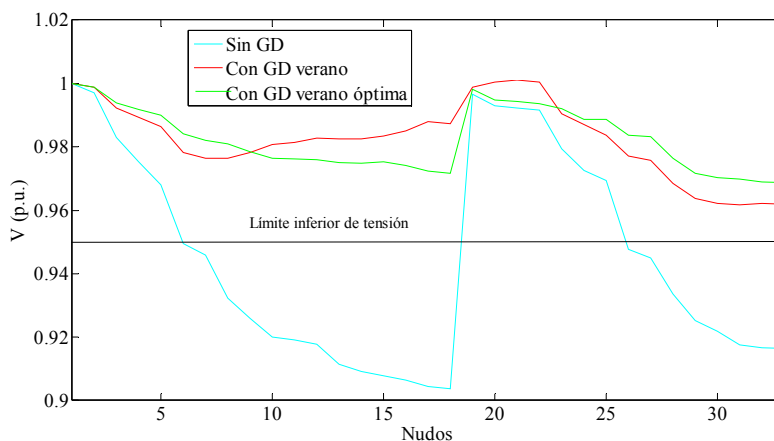


Figura 7.22. Perfiles de tensión del sistema.

Puede verse en esta figura como el perfil de tensiones para la GD optimizando las pérdidas ha mejorado sustancialmente con respecto al perfil sin GD, de tal manera que las tensiones en todos los nudos están dentro de los límites especificados.

Sin embargo, si se compara el perfil de tensiones optimizado con el perfil en verano sin optimizar, puede verse que en algunos nudos las tensiones son menores que en el caso sin optimizar, aunque siempre dentro de los límites adecuados. La clara ventaja del método híbrido respecto al caso sin optimizar radica en la minimización de las pérdidas del sistema. En el caso del método híbrido éstas son de 61.7551 kW, mientras que en el caso de GD en verano sin optimizar el valor medio de las pérdidas fue 116.8601 kW.

La Figura 7.23 muestra la curva de convergencia de los valores esperados de la función objetivo frente al número de iteraciones del algoritmo utilizado.

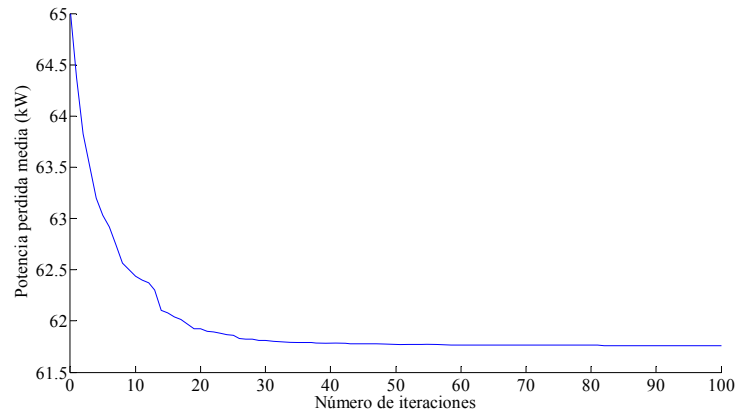


Figura 7.23. Curva de convergencia del algoritmo JFPSO-PRLF.

Puede observarse como a partir de, aproximadamente, 40 iteraciones, el resultado de la función objetivo se estabiliza en el valor mínimo buscado.

CAPÍTULO 8

Conclusiones y futuras líneas de investigación

8.1. Conclusiones y aportaciones de la Tesis

En esta Tesis Doctoral se ha presentado un método para evaluar de forma estocástica redes eléctricas radiales con generación distribuida fotovoltaica. Las principales conclusiones del trabajo se resumen a continuación, como aportaciones originales de la Tesis.

Las redes de distribución, presentan un valor elevado del cociente entre su resistencia y reactancia. Además dada su estructura radial, caen dentro de la categoría de sistemas eléctricos mal condicionados para su resolución mediante algoritmos de flujo de carga clásicos. La experiencia muestra que el uso del método básico de Newton-Raphson para la resolución de redes de distribución no alcanza la convergencia para la mayoría de las redes estudiadas.

En esta Tesis Doctoral se propone un método analítico para resolver el flujo de carga probabilista que tiene en cuenta las características especiales de los sistemas radiales. Esta técnica se basa en el uso combinado del método de los cumulantes con las expansiones de Gram-Charlier y Cornish-Fisher. Las cargas en el sistema son

modeladas como variables aleatorias normales, en las que la media representa el valor estimado y la desviación típica el error asociado al método de estimación utilizado.

El método de los cumulantes resuelve el flujo de carga probabilista en sí. Es necesario incorporar en este procedimiento un método de resolución de flujo de carga radial de forma determinista. Las expansiones de Gram-Charlier y Cornish-Fisher reconstruyen las funciones de distribución de las variables aleatorias de salida, una vez resuelto el flujo de carga radial probabilista mediante el método de los cumulantes.

Se ha utilizado la simulación de Monte Carlo como el método para la validación de los resultados, al considerar que éste proporciona los resultados “exactos”. La validación consiste en la comparación de resultados entre el método de Monte Carlo y la técnica analítica propuesta en esta Tesis Doctoral. Para las simulaciones realizadas con el método de Monte Carlo se ha utilizado un procedimiento de resolución del flujo de carga radial determinista.

Los resultados obtenidos mediante el método analítico, tanto en funciones de distribución para las tensiones en los nudos como para los flujos de potencia aparente por las líneas, son suficientemente aproximados a los obtenidos mediante el método de simulación de Monte Carlo, con un coste computacional mucho menor, lo que valida la técnica analítica propuesta en esta Tesis Doctoral.

Por otro lado, se ha incorporado al sistema estudiado (el sistema de 33 nudos y 32 líneas del IEEE) una serie de generadores fotovoltaicos, a modo de generación distribuida. Para incorporar esta generación al método de flujo de carga radial probabilista ha sido preciso modelar dichos generadores fotovoltaicos como una variable aleatoria. El modelo que se presenta en esta Tesis Doctoral tiene en cuenta la naturaleza aleatoria de la radiación solar, dependiente del emplazamiento geográfico en que están instalados los paneles fotovoltaico, y de la hora y día del año en que se está realizando la simulación. Este planteamiento posibilita determinar la potencia de salida de un generador fotovoltaico en cualquier lugar y hora como variable aleatoria.

Se ha realizado un estudio en un día representativo de verano y otro de invierno, ya que la generación fotovoltaica depende mucho de la época del año. La inclusión de la generación fotovoltaica en el sistema mejora el perfil de tensiones del sistema. Dado que en verano la radiación solar es más intensa, los resultados obtenidos para el perfil de tensiones en verano es mejor que en invierno, quedando su valor medio dentro de los límites especificados. Aun así, los resultados en invierno son mejores que sin GD, en lo

que se refiere a que aumenta la probabilidad de que las tensiones en los nudos se mantengan dentro de los límites especificados.

Se ha demostrado también el mejor comportamiento de la expansión de Cornish-Fisher frente a la expansión de Gram-Charlier cuando los generadores fotovoltaicos son conectados a la red. La expansión de Gram-Charlier presenta problemas cuando las variables aleatorias que influyen en el problema son no gaussianas, como es el caso de los generadores fotovoltaicos.

Se ha formulado también en esta Tesis Doctoral un método híbrido que combina la optimización PSO con el flujo de cargas radial probabilista, el método denominado JFPSO-PRLF. Con este método se pretende minimizar la media de la variable aleatoria que representa a las pérdidas del sistema mediante la ubicación y tamaño óptimo de los generadores fotovoltaicos.

Se ha visto como la aplicación de esta técnica mejora el perfil de tensiones respecto al sistema sin GD y minimiza las pérdidas en el mismo.

Otras conclusiones, más generales, que se pueden extraer al término de esta Tesis se citan a continuación:

Los SFCRs sirven de apoyo a la red de distribución y su instalación conlleva mejoras en las subestaciones eléctricas, en los centros de transformación y líneas lo que revierte en una superior calidad de suministro para el usuario final, en particular, en zonas rurales donde la calidad es peor y el coste asociado a la potencial mejora, en muchos casos, no justifica la inversión necesaria.

Para las compañías eléctricas instalar SFCRs, dado su carácter modular, representa una ventaja adicional al no tener que planificar nuevas centrales de generación de grandes dimensiones, además, de lograr mejorar los parámetros de calidad en sus propias redes.

8.2. Futuras líneas de investigación

El crecimiento continuo de los SFCRs tanto en número de instalaciones, como en el incremento de la potencia unitaria, plantea la necesidad de que éstos deban ser considerados en el diseño futuro de redes eléctricas de distribución. A partir de esta consideración y de los resultados obtenidos en la Tesis Doctoral, se sugieren los

siguientes trabajos como futuras líneas de investigación:

Considerar la *dependencia* entre generadores fotovoltaicos conectados a la misma red. Dado que en las redes de distribución los nudos están relativamente cerca unos de otros, la irradiación que incide sobre generadores fotovoltaicos próximos está correlacionada.

Realizar *simulaciones para un año completo*. Resultaría interesante conocer cuál es el comportamiento de los generadores fotovoltaicos a lo largo de todo un año, por ser su potencia de salida dependiente de la época del año. A su vez, la carga del sistema también es dependiente de este parámetro. Si se desea conocer la mejora de los parámetros eléctricos de la red (tensión en nudos, potencia por las líneas...) es necesario hacer esta evaluación a lo largo de todo el año y sobre períodos de 10 minutos como establece la normativa.

Desarrollar un *método para analizar la fiabilidad de un sistema radial*. Existen métodos probabilísticos para evaluar la fiabilidad de sistemas mallados que contemplan la posibilidad de fallo en las líneas, hecho que no tiene mucho sentido en una red radial, ya que deja sin servicio a parte del sistema. Pero con la inclusión de la GD es posible que el fallo de una línea pueda dejar una parte del sistema funcionando en isla, con lo que el sistema no cae.

Incluir *más restricciones* en la técnica de optimización. Además de minimizar las pérdidas, sería interesante incluir restricciones tales como flujo de potencia máximo por las líneas, costes de generación, reducción de desequilibrios, etc.

Evaluar el *impacto económico* ocasionado por los SFCRs sobre la red debido a la *disminución del tiempo de funcionamiento* de los sistemas de regulación de tensión (Custom powers, baterías de condensadores, transformadores con tomas intermedias...).

Analizar *cómo los SFCRs influyen sobre la calidad de la red*. Por lo general, los programas de cálculo empleados por las compañías eléctricas no han sido diseñados para trabajar con fuentes de GD. Así, ante una contingencia, es importante determinar la interacción entre red, SFCRs y dispositivos de protección para analizar la fluctuación de los parámetros que definen la calidad. Una fluctuación en la tensión la puede ocasionar tanto la propia red de distribución como el SFCR en su modo de operación.

Diseñar *SFCRs para reducir los picos de demanda de carga* considerando diversos escenarios: elevada radiación y elevada demanda de carga y otro más pesimista,

radiación baja y demanda máxima. El primer escenario es más interesante desde el punto de vista económico, dado un mayor ajuste entre generación y carga. El segundo, supone instalar dispositivos adicionales de almacenamiento de la energía solar (baterías, pilas de combustible, etc.). En ambos casos, la aplicación de un método probabilístico de pérdida de carga permitiría efectuar un estudio económico donde se evaluara la inversión necesaria frente a la mejora lograda en la red.

El estudio de SFCRs para la mejora de redes desequilibradas es una posible línea de investigación futura, pudiéndose instalar SFCRs en aquellas líneas más cargadas con el objetivo de equilibrar la red, además de lograr mejorar las pérdidas globales de la red.

ANEXOS

Anexo 1

A1. Cálculo de momentos y cumulantes

A1.1. Variables aleatorias en el flujo de cargas probabilista

Las variables aleatorias más utilizadas en el flujo de cargas probabilista son las siguientes:

- **Distribución normal.** Es una distribución continua que queda determinada únicamente con dos parámetros: la media y la desviación típica. Este tipo de distribución es normalmente utilizado para describir el comportamiento de las cargas, con un valor esperado igual a la media y una variación en torno a este valor definida por la desviación típica.
- **Distribución de Bernoulli.** Es una distribución discreta que tiene dos posibles resultados, éxito o fracaso, de manera que el valor de éxito ocurre con una probabilidad p , y el de fracaso con una probabilidad $q=1-p$, con $0 < p < 1$. Esta distribución es empleada normalmente para definir la generación de centrales con un único grupo de producción y con una tasa de fallo q .
- **Distribución binomial.** Es una distribución discreta que da la probabilidad de obtener n éxitos en N experimentos de Bernoulli independientes de probabilidad de éxito p . Se emplea generalmente para determinar la producción de centrales con N grupos de producción y con una tasa de fallo de cada grupo igual a $1-p$. La distribución binomial da la probabilidad de que haya n grupos funcionando.

A1.2. Cálculo de los momentos centrales de las distribuciones más frecuentemente usadas en el flujo de cargas probabilista

A1.2.1. Distribución normal

Los siete primeros momentos centrales $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7$ de una distribución normal de media μ y desviación típica σ son:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= 0 \\ \mu_2 &= \sigma^2 \\ \mu_3 &= 0 \\ \mu_4 &= 3\sigma^4 \\ \mu_5 &= 0 \\ \mu_6 &= 15\sigma^6 \\ \mu_7 &= 0\end{aligned}\tag{A1.1}$$

A1.2.2. Distribución de Bernouilli

Los siete primeros momentos centrales $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7$ de una distribución de Bernouilli que representa un centro de generación con una producción P y una tasa de fallo q son:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= 0 \\ \mu_2 &= (P - \mu)^2 (1 - q) + \mu^2 q \\ \mu_3 &= (P - \mu)^3 (1 - q) - \mu^3 q \\ \mu_4 &= (P - \mu)^4 (1 - q) + \mu^4 q \\ \mu_5 &= (P - \mu)^5 (1 - q) - \mu^5 q \\ \mu_6 &= (P - \mu)^6 (1 - q) + \mu^6 q \\ \mu_7 &= (P - \mu)^7 (1 - q) - \mu^7 q\end{aligned}\tag{A1.2}$$

donde $\mu = P(1 - q)$ es el valor esperado o media que toma la distribución.

A1.2.3. Distribución binomial

Los siete primeros momentos centrales $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7$ de una distribución binomial que representa una central de N grupos con una producción P por grupo y una tasa de fallo q por grupo son:

$$\begin{aligned}
\mu_1 &= 0 \\
\mu_2 &= \sum_{n=0}^N (nP - \mu)^2 \frac{N!}{(N-n)!n!} (1-q)^n q^{N-n} \\
\mu_3 &= \sum_{n=0}^N (nP - \mu)^3 \frac{N!}{(N-n)!n!} (1-q)^n q^{N-n} \\
\mu_4 &= \sum_{n=0}^N (nP - \mu)^4 \frac{N!}{(N-n)!n!} (1-q)^n q^{N-n} \\
\mu_5 &= \sum_{n=0}^N (nP - \mu)^5 \frac{N!}{(N-n)!n!} (1-q)^n q^{N-n} \\
\mu_6 &= \sum_{n=0}^N (nP - \mu)^6 \frac{N!}{(N-n)!n!} (1-q)^n q^{N-n} \\
\mu_7 &= \sum_{n=0}^N (nP - \mu)^7 \frac{N!}{(N-n)!n!} (1-q)^n q^{N-n}
\end{aligned} \tag{A1.3}$$

donde $\mu = NP(1-q)$ es el valor esperado o media que toma la distribución.

A1.3. Relación entre los momentos en torno al origen y los momentos centrales

Los momentos en torno al origen μ'_r de una función de distribución pueden obtenerse a partir de los momentos centrales μ_r de la misma según la siguiente relación [101]:

$$\mu'_r = \sum_{k=0}^r \frac{r!}{(r-k)!} \mu_k \mu^{r-k} \tag{A1.4}$$

donde μ es el valor esperado o media de la distribución y r el orden del momento que se desea calcular.

A1.4. Cálculo de los cumulantes a partir de los momentos estadísticos y viceversa

A1.4.1. Cálculo de los cumulantes a partir de los momentos centrales

Las siguientes relaciones permiten calcular los siete primeros cumulantes k_1, k_2, \dots, k_7 de una variable aleatoria a partir de sus siete primeros momentos centrales $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7$ [101]:

$$\begin{aligned}k_1 &= \mu \\k_2 &= \mu_2 \\k_3 &= \mu_3 \\k_4 &= \mu_4 - 3\mu_2^2 \\k_5 &= \mu_5 - 10\mu_3\mu_2 \\k_6 &= \mu_6 - 15\mu_4\mu_2 - 10\mu_3^2 + 30\mu_2^3 \\k_7 &= \mu_7 - 21\mu_5\mu_2 - 35\mu_4\mu_3 + 210\mu_3\mu_2^2\end{aligned}\tag{A1.5}$$

A1.4.2. Cálculo de los momentos centrales a partir de los cumulantes

Las siguientes relaciones permiten calcular los siete primeros momentos centrales $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7$ de una variable aleatoria a partir de sus siete primeros cumulantes k_1, k_2, \dots, k_7 [101]:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= 0 \\ \mu_2 &= k_2 \\ \mu_3 &= k_3 \\ \mu_4 &= k_4 + 3k_2^2 \\ \mu_5 &= k_5 + 10k_3k_2 \\ \mu_6 &= k_6 + 15k_4k_2 + 10k_3^2 + 15k_2^3 \\ \mu_7 &= k_7 + 21k_5k_2 + 35k_4k_3 + 105k_3k_2^2\end{aligned}\tag{A1.6}$$

A1.4.3. Cálculo de los cumulantes a partir de los momentos en torno a cero

Las siguientes relaciones permiten calcular los siete primeros cumulantes k_1, k_2, \dots, k_7 de una variable aleatoria a partir de sus siete primeros momentos en torno a cero $\mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_7$ [101]:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \mu'_1 \\
 k_2 &= \mu'_2 - \mu_1'^2 \\
 k_3 &= \mu'_3 - 3\mu_2'\mu_1' + 2\mu_1'^3 \\
 k_4 &= \mu'_4 - 4\mu_3'\mu_1' - 3\mu_2'^2 + 12\mu_2'\mu_1'^2 - 6\mu_1'^4 \\
 k_5 &= \mu'_5 - 5\mu_4'\mu_1' + 10\mu_3'\mu_2' + 20\mu_3'\mu_1'^2 + 30\mu_2'^2\mu_1' + 60\mu_2'\mu_1'^3 - 24\mu_1'^5 \\
 k_6 &= \mu'_6 - 6\mu_5'\mu_1' + 30\mu_4'\mu_1'^2 - 10\mu_3'^2 + 120\mu_3'\mu_2'\mu_1' - 120\mu_3'\mu_1'^3 + 30\mu_2'^2 - 270\mu_2'^2\mu_1'^2 \\
 &\quad + 360\mu_2'\mu_1'^4 - 120\mu_1'^6 \\
 k_7 &= \mu'_7 - 7\mu_6'\mu_1' - 21\mu_5'\mu_2' + 42\mu_5'\mu_1'^2 - 35\mu_4'\mu_3' + 210\mu_4'\mu_2'\mu_1' - 210\mu_4'\mu_1'^3 \\
 &\quad + 140\mu_3'^2\mu_1' + 210\mu_3'\mu_2'^2 - 1260\mu_3'\mu_2'\mu_1' + 840\mu_3'^3\mu_1'^4 - 630\mu_2'^3\mu_1' \\
 &\quad + 2520\mu_2'^2\mu_1'^3 - 2520\mu_2'\mu_1'^5 + 720\mu_1'^7
 \end{aligned} \tag{A1.7}$$

A1.4.4. Cálculo de los momentos en torno a cero a partir de los cumulantes

Las siguientes relaciones permiten calcular los siete primeros momentos en torno a cero $\mu'_1, \mu'_2, \dots, \mu'_7$ de una variable aleatoria a partir de sus siete primeros cumulantes k_1, k_2, \dots, k_7 [101]:

$$\begin{aligned}
 \mu'_1 &= k_1 \\
 \mu'_2 &= k_2 + k_1^2 \\
 \mu'_3 &= k_3 + 3k_2k_1 + k_1^3 \\
 \mu'_4 &= k_4 + 4k_3k_1 + 3k_2^2 + 6k_2k_1^2 + k_1^4 \\
 \mu'_5 &= k_5 + 5k_4k_1 + 10k_3k_2 + 10k_3k_1^2 + 15k_2^2k_1 + 10k_2k_1^3 + k_1^5 \\
 \mu'_6 &= k_6 + 6k_5k_1 + 15k_4k_2 + 15k_4k_1^2 + 10k_3^2 + 60k_3k_2k_1 + 20k_3k_1^3 + 15k_2^3 + 45k_2^2k_1^2 \\
 &\quad + 15k_2k_1^4 + k_1^6 \\
 \mu'_7 &= k_7 + 7k_6k_1 + 21k_5k_2 + 21k_5k_1^2 + 35k_4k_3 + 105k_4k_2k_1 + 35k_4k_1^3 + 70k_3^2k_1 \\
 &\quad + 105k_3k_2^2 + 210k_3k_2k_1^2 + 35k_3k_1^4 + 105k_2^3k_1 + 105k_2^2k_1^3 + 21k_2k_1^5 + k_1^7
 \end{aligned} \tag{A1.8}$$

Anexo 2

A2. Datos de la radiación solar

A2.1. Magnitudes importantes en la radiación solar

Definiendo la latitud, ϕ , como positiva en el hemisferio norte y negativa en el hemisferio sur, las coordenadas angulares del sol en un instante determinado vienen dadas por [132]:

$$\cos \theta_{zs} = \text{sen } \delta \text{sen } \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega \quad (\text{A2.1})$$

donde ω es la hora solar verdadera y δ es la declinación solar, calculada como:

$$\delta = 23.45^\circ \text{sen} \left(360 \frac{d_n + 284}{365} \right) \quad (\text{A2.2})$$

siendo d_n es el número del día dentro del año, tomando como 1 el primer día del mes de enero.

El tiempo solar, ω , se relaciona con el tiempo oficial, TO , que es el que dan los relojes, mediante la ecuación:

$$\omega = 15(TO - AO - 12) - (LL - LH) \quad (\text{A2.3})$$

donde LL es la longitud del lugar, LH es la longitud del origen del huso horario y AO es el adelanto oficial.

La referencia para las longitudes es el meridiano de Greenwich y se toman como positivas hacia el Oeste y negativas hacia el Este. En la Unión Europea el adelanto oficial es normalmente de una hora en invierno y otoño y de dos horas en verano y

primavera. En la ecuación (A2.3) ω , LL y LH están expresados en grados, mientras TO y AO lo están en horas.

El ángulo de salida del sol al amanecer, ω_s , se puede calcular sin más que considerar que la elevación del sol es nula en ese momento; o, lo que es lo mismo, haciendo $\theta_{zs}=90^\circ$ en la ecuación (A2.1). Ello lleva a:

$$\omega_s = -\arccos(-\tan \delta \tan \phi) \quad (\text{A2.4})$$

En la mayoría de las aplicaciones prácticas es necesario conocer la posición del sol respecto a la superficie de captación, la cual se define mediante sus ángulos de inclinación, β , y orientación, α . El ángulo de incidencia, θ_s , de los rayos solares sobre la superficie viene dado por:

$$\begin{aligned} \cos \theta_s = & \text{sen } \delta \text{sen } \phi \cos \beta - \text{sen } \delta \cos \phi \text{sen } \beta \cos \alpha + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega \\ & + \cos \delta \text{sen } \phi \text{sen } \beta \cos \alpha \cos \omega + \cos \delta \text{sen } \alpha \text{sen } \omega \text{sen } \beta \end{aligned} \quad (\text{A2.5})$$

A pesar de su complicada apariencia, esta expresión suele resultar muy cómoda de utilizar. En el caso particular de superficies inclinadas hacia el ecuador, se simplifica en:

$$\cos \theta_s = \text{sen } \delta \text{sen } (\phi - \beta) + \cos \beta \cos (\phi - \beta) \cos \omega \quad (\text{A2.6})$$

La radiación extraterrestre experimenta variaciones debidas al movimiento aparente del sol. Estas variaciones son perfectamente predecibles y se pueden calcular teóricamente con meras consideraciones geométricas. Por ejemplo, la irradiancia extraterrestre sobre una superficie horizontal es:

$$B_0(0) = B_0 \varepsilon_0 \cos \theta_{zs} \quad (\text{A2.7})$$

donde B_0 es la constante solar, de valor 1367 W/m^2 , y ε_0 es el factor de corrección de excentricidad, cuya expresión es:

$$\varepsilon_0 = 1 + 0.033 \cos\left(360 \frac{d_n}{365}\right) \quad (\text{A2.8})$$

La integral de la irradiancia extraterrestre a lo largo de un día es:

$$B_{0,d}(0) = \frac{T}{\pi} B_0 \varepsilon_0 \left[-\frac{\pi}{180} \omega_s \sin \phi \sin \delta - \cos \phi \cos \delta \sin \omega_s \right] \quad (\text{A2.9})$$

donde T es la longitud del día, es decir, 24 horas, y ω_s se expresa en grados.

El valor medio mensual de esta cantidad es particularmente relevante en la práctica de la ingeniería:

$$B_{0,dm}(0) = \frac{1}{d_{n2} - d_{n1} + 1} \sum_{d_{n1}}^{d_{n2}} B_{0,d}(0) \quad (\text{A2.10})$$

donde d_{n1} y d_{n2} representan, respectivamente, los días primero y último del mes considerado.

A2.2. Efectos del ángulo de incidencia y el polvo

La reflectancia y la transmitancia de los materiales ópticos dependen del ángulo de incidencia de la radiación. El vidrio que sirve de cobertura a los módulos fotovoltaicos no es una excepción y, en consecuencia, la eficiencia de éstos se ve afectada por la posición relativa de su superficie con respecto al sol.

Otro factor que disminuye la eficiencia de los paneles fotovoltaicos y que siempre está presente, en mayor o menor grado, es el polvo.

Una buena descripción para estos efectos en la radiación directa es la expresión propuesta por Ruiz y Martín [133]:

$$FT_B(\theta_s) = 1 - \frac{\exp\left(-\frac{\cos\theta_s}{a_r}\right) - \exp\left(-\frac{1}{a_r}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{1}{a_r}\right)} \quad (A2.11)$$

donde a_r es un parámetro de ajuste según el grado de suciedad de la superficie.

Para la radiación difusa se tiene la siguiente expresión:

$$FT_D(\beta) = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{a_r} \left[c_1 \left(\sin\beta + \frac{\pi - \frac{\beta\pi}{180} - \sin\beta}{1 + \cos\beta} \right) + c_2 \left(\sin\beta + \frac{\pi - \frac{\beta\pi}{180} - \sin\beta}{1 + \cos\beta} \right)^2 \right] \right\} \quad (A2.12)$$

donde $c_1=4/(3\pi)$ y c_2 está linealmente relacionado con a_r . La Tabla A2.1 incluye los valores recomendados para estos parámetros.

Tabla A2.1. Valores recomendados para los parámetros a_r y c_2 .

Grado de suciedad	a_r	c_2
Limpio	0.17	- 0.069
Bajo	0.20	- 0.054
Medio	0.21	- 0.049
Alto	0.27	-0.023

Y, finalmente, para el componente reflejado se tiene:

$$FT_R(\beta) = 1 - \exp \left\{ -\frac{1}{a_r} \left[c_1 \left(\text{sen}\beta + \frac{\frac{\beta\pi - \text{sen}\beta}{180}}{1 - \cos\beta} \right) + c_2 \left(\text{sen}\beta + \frac{\frac{\beta\pi - \text{sen}\beta}{180}}{1 - \cos\beta} \right)^2 \right] \right\} \quad (\text{A2.13})$$

Anexo 3

A3. Parámetros de la radiación difusa

En este anexo se explicará el proceso a seguir para la determinación de los parámetros C_3 , λ_1 y k_{dl} de la ecuación (5.10) correspondiente a la función de densidad de probabilidad de la fracción difusa horaria, k_d :

$$P_k(k_d, k_t) = C_3 (k_d - k_{dl})(1 - k_d) e^{\lambda_1 k_d} \quad (\text{A3.1})$$

En primer lugar se ha de determinar el índice de claridad horario, k_t . Este índice se calcula a partir de su homónimo para intervalos diarios, K_T , según la expresión [114]:

$$k_t = K_T (a + b \cos \omega) \quad (\text{A3.2})$$

siendo a y b las definidas en las ecuaciones (5.15) y ω la hora solar, tal como se define en (A2.3).

Con el índice de claridad horario, k_t , se determina el valor medio de la fracción difusa horaria, \bar{k}_d , con las correlaciones que se exponen [122]:

$$\begin{aligned} \bar{k}_d &= 1 - 0.09k_t && \text{for } k_t \leq 0.22 \\ \bar{k}_d &= 0.9511 - 0.16k_t + 4.388k_t^2 - 16.638k_t^3 + 12.336k_t^4 && \text{for } 0.22 < k_t \leq 0.80 \\ \bar{k}_d &= 0.165 && \text{for } k_t > 0.80 \end{aligned} \quad (\text{A3.3})$$

A través de este valor de fracción difusa horaria media, \bar{k}_d , se calcula el parámetro k_{dl} con la siguiente expresión [115]:

$$k_{dl} = 4.8627\bar{k}_d^4 - 5.1741\bar{k}_d^3 + 1.38\bar{k}_d - 0.1331 \quad (\text{A3.4})$$

A continuación se determina otro parámetro, ϑ , que depende de k_{dl} y \bar{k}_d [115]:

$$\vartheta = \frac{\bar{k}_d - k_{dl}}{1 - k_{dl}} \quad (\text{A3.5})$$

Conocido ϑ se puede determinar el siguiente parámetro, χ , a través de las siguientes correlaciones [115]:

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{-(1 + \vartheta + \sqrt{\vartheta^2 - 4\vartheta + 1})}{\vartheta} \quad \text{for } 0 \leq \vartheta \leq 0.25 \\ \chi &= 4.18 \sinh[4.72(\vartheta - 0.5)] \quad \text{for } 0.25 \leq \vartheta \leq 0.75 \\ \chi &= \frac{(1 - \vartheta + \sqrt{\vartheta^2 + 2\vartheta - 2})}{1 - \vartheta} \quad \text{for } 0.75 \leq \vartheta \leq 1 \end{aligned} \quad (\text{A3.6})$$

Así se puede calcular el parámetro λ_l de la ecuación (A3.1) con la ecuación siguiente [115]:

$$\lambda_l = \frac{\chi}{1 - k_{dl}} \quad (\text{A3.7})$$

Y, finalmente, se determina el parámetro C_3 [115]:

$$C_3 = \frac{1}{(1-k_{dl}) [2 + \chi + (\chi - 2)e^\chi] \chi^{-3} e^{\lambda_1 k_{dl}}} \quad (\text{A3.8})$$

En la Figura A3.1 se muestra un resumen del proceso de cálculo de los parámetros para la función de densidad de probabilidad para la fracción difusa horaria.

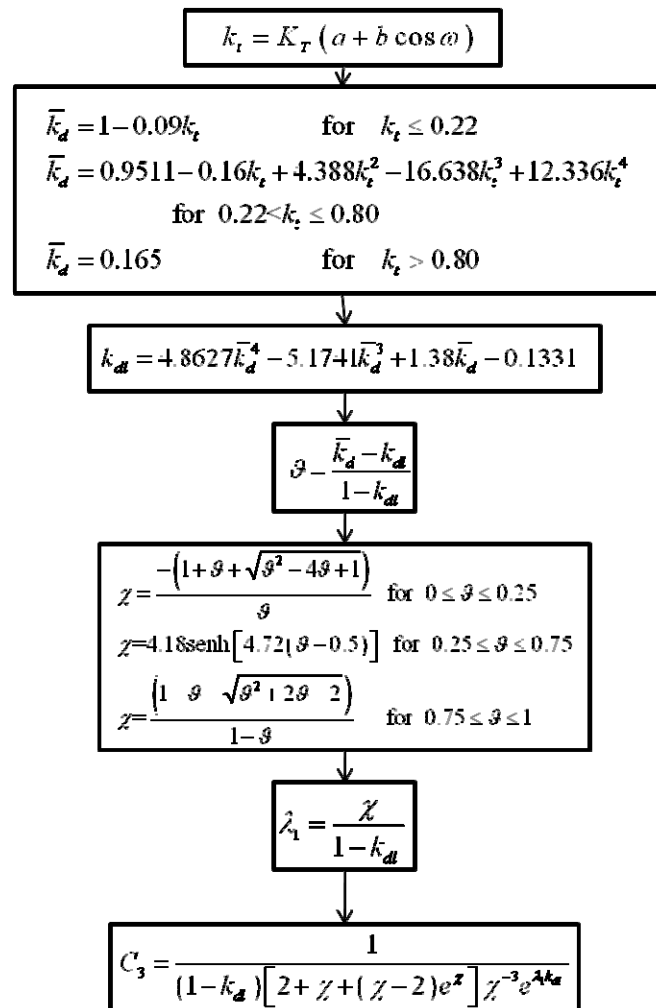


Figura A3.1. Cálculo de los parámetros de la PDF de k_d .

Curriculum Vitae

Francisco Javier Ruiz Rodríguez nació en Navas de San Juan (Jaén) el 10 de octubre de 1977. Tras la finalización del segundo grado de Formación Profesional en la especialidad de Instalaciones y Líneas Eléctricas, en 1996 comienza sus estudios de Ingeniería Técnica Industrial, especialidad Electricidad, en la Escuela Universitaria Politécnica de Linares (Universidad de Jaén). En febrero de 2001 defendió el Proyecto Fin de Carrera, obteniendo el premio al mejor Proyecto Fin de Carrera de su promoción.

En octubre de 2001 comienza los estudios correspondientes al segundo ciclo de Ingeniería Superior Industrial, en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Málaga (Universidad de Málaga), especializándose en Electrotecnia, Estructuras y Energética. Defiende el Proyecto Fin de Carrera en el año 2005 en el que obtiene la calificación de Matrícula de Honor y premio al segundo mejor Proyecto Fin de Carrera concedido por el Colegio Oficial de Ingenieros Superiores Industriales de Andalucía Oriental.

Entre noviembre de 2005 y agosto de 2006 trabaja como Jefe de Mantenimiento en Flores Valles, S.A. (Madrid), dedicada a la fabricación de mobiliario de laboratorios y cocinas colectivas. Entre agosto de 2006 y mayo de 2009 trabaja como Director Técnico y Comercial del Departamento de Obras Públicas en Solar Jiennense, S.L. (Jaén), empresa dedicada a instalaciones de todo tipo en edificación, servicios afectados de carreteras e instalaciones de energías renovables.

En el curso 2006-2007 comienza el período de docencia del Programa de Doctorado “Electricidad fotovoltaica y control” en la Escuela Politécnica Superior de Jaén, finalizando los mismos con la realización de la prueba de suficiencia investigadora para

la obtención del Diploma de Estudios Avanzados (DEA) en el año 2009.

Desde octubre de 2009 imparte docencia en la Escuela Politécnica Superior de Linares (Universidad de Jaén), teórica y práctica, de las asignaturas Tecnologías Nucleares, Tecnología de la Iluminación y Electrotecnia. Desde ese mismo año pertenece al grupo de investigación INYTE-TEP 152 (Investigación y tecnología eléctrica), del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Jaén, donde realiza sus tareas investigadoras.

Publicaciones generadas por esta Tesis

ARTÍCULOS JCR

- Ruiz-Rodriguez F.J., Hernandez J.C., Jurado F. “Probabilistic load flow for radial distribution networks with photovoltaic generators”. *IET Renewable Power Generation*. 2012, vol. 6 (2), p. 110–121.
- Ruiz-Rodriguez F.J., Gomez-Gonzalez M., Jurado F. “Binary PSO for Optimization of Photovoltaic Generators in Radial Distribution Systems Using Probabilistic Load Flow”. *Electric Power Components and Systems*. 2011, vol. 39, p. 1667–1684.
- Ruiz-Rodriguez F.J., Hernandez J.C., Jurado F. “Probabilistic load flow for photovoltaic distributed generation using the Cornish–Fisher expansion”. *Electric Power Systems Research*. 2012, vol. (89), p. 129– 138.

CONFERENCIAS INTERNACIONALES

- Ruiz-Rodriguez F.J., Jurado F. “Adjusting of Voltage in Photovoltaic Systems Based on Probabilistic Load Flow”. 7th Balkan Power Conference - BPC 2008.
- Ruiz-Rodriguez F.J., Hernandez J.C., Jurado F. “Probabilistic load flow for radial distribution networks with photovoltaic generators”. *Proceedings of the 2011 International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives Torremolinos (Málaga), Spain. May 2011.*

- Ruiz-Rodriguez F.J., Gomez-Gonzalez M., Jurado F. “Improving voltage profile in radial distribution systems using binary particle swarm optimization and probabilistic load flow”. Proceedings of the 2011 International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives Torremolinos (Málaga), Spain. May 2011.

Bibliografía

Las referencias bibliográficas que se han utilizado para la realización de esta Tesis se han ordenado según el orden de aparición en el documento.

[1] Alley, R. et al. “Cambio Climático 2007. La Base de la Ciencia Física”. Contribución del Grupo de Trabajo I para el IV Informe de Evaluación del Panel Intergubernamental sobre Cambio Climático. París, Febrero, 2007. Disponible en: <http://www.ipcc.ch>.

[2] International Energy Agency. www.iea.org

[3] Energy Information Administration. International Energy Outlook. www.eia.doe.gov/oiaf/ieo/index.html.

[4] The WorldWatch Institute. The World State of the World. Innovations for a Sustainable Economy. Disponible en: <http://www.worldwatch.org>.

[5] EurObserv'ER. Baromètre Photovoltaïque: Systèmes Solaires. Le journal des énergies renouvelables. www.energies-renouvelables.org.

[6] International Energy Agency. World Energy Outlook. Disponible en: <http://www.iea.org>.

[7] Jurado F., Carpio J. “Enhancing the distribution networks stability using distributed generation”. COMPEL The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering. (2005), vol. 24 (1), p. 107-126.

- [8] Hernandez J.C., Medina A., Jurado F. “Optimal allocation and sizing for profitability and voltage enhancement of PV systems on feeders”. *Renewable Energy*. (2007), vol. 32 (10), p. 1768-1789.
- [9] IEEE 1547: “Standard for interconnecting distributed resources with electric power systems”, 2003.
- [10] IEEE 929: “Recommended practice for utility interface of photovoltaic (PV) systems”, 2000
- [11] Arsenal Research: “Evaluation of the quality of supply requirements specified by existing standards, national legislation and relevant technical reports inside and outside EU”, 2004.
- [12] Cigré WG 36.07: “Power quality indices and objectives”, 2004.
- [13] EN 50160: “Voltage characteristics of electricity supplied by public distribution systems”, 1999.
- [14] IEC 61000-4-30: “Electromagnetic compatibility –Part 4-30: testing and measurement techniques – power quality measurement methods”, 2003.
- [15] Borkowska B. “Probabilistic load flow”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. (1974), vol. PAS-93 (3), p. 752–759.
- [16] Allan R.N., Borkowska B., Grigg C.H. “Probabilistic analysis of power flows”. *Proc. IEE*. (1974), vol. 121 (12), p. 1551–1555.
- [17] Anders G. J. “Probability Concepts in Electric Power Systems”. John Wiley and Sons, New York, 1990.
- [18] Rubinstein, R.Y. “Simulation and the Monte Carlo method. John Wiley and Sons, New York, 1989.
- [19] Allan R.N., Leite da Silva A.M. “Probabilistic load flow using multilinearisations”. *Proc. IEE*. (1981), vol. 128, p. 280–287.
- [20] Leite da Silva A.M., Allan R.N., Soares S.M., Arienti V.L. “Probabilistic load flow considering network outages”. *Proc IEE*. (1985), vol. 123, p.139–145.
- [21] Meliopoulos A. P. S., Cokkinides G. J., Yong Chao X. “A new probabilistic power flow analysis method”. *IEEE Transactions on Power Systems*. (1990), vol. 5 (1), p. 182-190.
- [22] Zhang P., Lee S.T. “Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion”, *IEEE Trans. Power Syst.* (2004), vol. 19 (1), p. 676–682.
- [23] Cornish E.A., Fisher R.A. “Moments and cumulants in the specification of distributions”. *Revue de l’Institut International de Statis.* (1937), vol. 4, p. 307–320.
- [24] Morales J.M., Pérez-Ruiz, J. “Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow”, *IEEE Transactions on power systems*. (2007), vol 22 (4), p. 1594-1601.
- [25] Nara K., Hayashi Y., Ikeda K., Ashizawa T. “Application of tabu search to optimal placement of distributed generators”. *Proceedings of the IEEE PES Winter Meeting*. (2001), p. 918-923.

-
- [26] Celli G., Ghiani E., Mocci S., Pilo F. "A multiobjective evolutionary algorithm for the sizing and siting of distributed generation". *IEEE Transactions on Power Systems*. (2005), vol. 20 (2), p. 750-757.
- [27] Caruso E., Dicorato M, Minoia A., Trovato M. "Supplier risk analysis in the day-ahead electricity market". *IEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution*. (2006), vol.153 (3), p. 335-342.
- [28] Zhang H., Li P. "Probabilistic analysis for optimal power flow under uncertainty". *IET Generation, Transmission & Distribution*. (2010), vol. 4 (5), p. 553-561.
- [29] Kennedy J., Eberhart R. "A Discrete Binary Version of the Particle Swarm Algorithm". *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. (1997), vol. 5, p. 4104-4109.
- [30] Bergen A. R. *Power Systems Analysis*. Prentice Hall, New Jersey, 1986.
- [31] Gómez Expósito A. (coordinador). *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*. McGraw-Hill. Madrid, 2002.
- [32] Grainger J. J., Stevenson W. D. Jr. *Power system analysis*. McGraw-Hill, 1994.
- [33] Nagrath I. J., Kothari D. P. *Modern power system analysis*. McGraw-Hill, New Delhi, 1993.
- [34] Monticelli A. "State estimation in electric power systems: A generalized approach". *Kluwer International Series in Engineering and Computer Science*. Boston, 1999.
- [35] Shirmohammadi D., Hong H.W., Semlyen A., Luo G.X. "A compensation-based power flow method for weakly Meshed distribution and transmission network". *IEEE Transactions on Power Systems*. (1988), vol. 3 (2), p. 753-762.
- [36] Kersting W.H., Mendive D.L. "An Application of Ladder Network Theory to the Solution of Three Phase Radial Load-Flow Problems". *IEEE PAS Winter Meeting*, New York, 1976.
- [37] Sun D.I.H., Abe S., Shoultz R.R., Chen M.S., Eichenberger P., Farris D. "Calculation of Energy Losses in a Distribution System". *IEEE transactions on power apparatus and systems*. (1980), vol. PAS-99 (4), pp. 1347-1356.
- [38] Berg R. Jr., Hawkins E.S., Pleines W.W. "Mechanised Calculation of Unbalanced Load Flow for Radial Distribution Circuits". *IEEE Trans*. (1967), vol. PAS- 6, p. 415-421.
- [39] Banerjee R. "Comparison of options for distributed generation in India". *Energy Police*. (2006), vol. 34 (1), p. 101-111.
- [40] Jurado F., Cano A. "Optimal placement of biomass fuelled gas turbines for reduced losses". *Energy Conversion and Management*. (2006), vol. 47 (15-16), p. 2673-2681.
- [41] International Energy Agency. "Distributed Generation in Liberalised Electricity Markets". (2002), Paris, p. 128.
- [42] CIGRE. "Impact of increasing contribution of dispersed generation on the power system". *CIGRE*
-

Study Committee. no 37, Final Report, September 1998.

[43] CIRED. “Dispersed Generation”. Preliminary Report of CIRED (International Conference on Electricity Distribution), Working Group WG04, Brussels, Belgium, pp. 9 + Appendix (pp. 30), June, 1999.

[44] Willis H.L., Scott W.G. “Distributed power generation”. Marcel Decker, New York, 2000.

[45] Jenkins N., Allan R., Crossley P., Kirschen D., Strbac G. “Embedded Generation”. The Institution of Electrical Engineers, 2000.

[46] Dondi P., Bayoumi D., Haederli C., Julian D., Suter M. “Network integration of distributed power generation”. Journal of Power Sources. (2002), vol. 106, p. 1–9.

[47] Chambers A. “Distributed generation: a non-technical guide”. PennWell, Tulsa, 2001.

[48] Electric Power Research Institute webpage (January 1998): <http://www.epri.com/gg/newgen/disgen/index.html>.

[49] Gas Research Institute. “Distributed Power Generation: A Strategy for a Competitive Energy Industry”. Gas Research Institute, Chicago, USA, 1998.

[50] Preston G.T., Rastler D. “Distributed Generation: Competitive Threat or Opportunity?” Public Utilities Fortnightly. (1996), vol. 134, p.13-17.

[51] Cardell J., Tabors R. “Operation and control in a competitive market: distributed generation in a restructured industry”. The Energy Journal Special Issue: Distributed Resources: Toward a New Paradigm of the Electricity Business, The International Association for Energy Economics, Cleveland, Ohio, USA. (1998), p. 111–135.

[52] Ackermann T., Andersson G., Soder L. “Distributed generation: a definition”. Electric Power Systems Research. (2000), vol. 57, pp. 195–204.

[53] Sharma D., Bartels R. “Distributed electricity generation in competitive energy markets: a case study in Australia”. The Energy Journal Special issue: Distributed Resources: Toward a New Paradigm of the Electricity Business, The International Association for Energy Economics, Cleveland, Ohio, USA. (1998), p. 17–40.

[54] Gobierno de España. Ley 54/1997, de 27 de noviembre, del Sector Eléctrico. Boletín Oficial del Estado, 1997.

[55] Ministerio de Industria y Energía. Gobierno de España. Real Decreto 2818/1998, de 23 de diciembre, sobre producción de energía eléctrica por instalaciones abastecidas por recurso o fuentes de energía renovables, residuos y cogeneración. Boletín Oficial del Estado, 1998.

[56] Ministerio de Economía. Gobierno de España. Real Decreto 436/2004, de 12 de marzo, por el que se establece la metodología para la actualización y sistematización del régimen jurídico y económico de la

-
- actividad de producción de energía eléctrica en régimen especial. Boletín Oficial del Estado, 2004.
- [57] Ministerio de Industria, Turismo y Comercio. Gobierno de España. Real Decreto 661/2007, de 25 de mayo, por el que se regula la actividad de producción de energía eléctrica en régimen especial. Boletín Oficial del Estado, 2007.
- [58] AGENER. Agencia de Gestión Energética de la Provincia de Jaén. <http://www.agener.es>
- [59] Capstone Turbine Corporation. <http://www.capstoneturbine.com>
- [60] Castro M., Carpio J., Guirado R., Colmenar A., Dávila L. “Energía Solar Fotovoltaica”. Monografías Técnicas de Energías Renovables. PROGNSA, 2000.
- [61] Castro M., Colmenar A., Carpio J., Guirado R. “Energía Solar Térmica de Media y Alta Temperatura”. Monografías Técnicas de Energías Renovables. PROGNSA, 2000.
- [62] Cook B. “Introduction to fuel cells and hydrogen technology”. *Engineering Science and Education Journal*. (2002), vol. 11 (6), p. 205-216.
- [63] Ellis M.W., Von Spakovsky M.R., Nelson D.J. “Fuel cell systems: efficient, flexible energy conversion for the 21st century”. *Proceedings of the IEEE*. (2001), vol. 89 (12), p. 1808–1818.
- [64] Energy Efficiency and Renewable Energy, U.S: Department Energy. <http://www1.eere.energy.gov>.
- [65] Erich H. *Wind turbines: Fundamentals, Technologies, Application, and Economics*. New York, NY: Springer, 2000.
- [66] Etezadi-Amoli M., Choma K. “Electrical performance characteristics of a new micro-turbine generator”. *IEEE-Power Engineering Soc. Winter Meeting*. (2001), vol. 1-3, p. 736–740.
- [67] *Fuel Cell Handbook (7th Edition)*. US Department of Energy, Morgantown, USA, 2004.
- [68] Guda S.R., Wang C., Nehrir M.H. “Modeling of Microturbine Power Generation Systems”. *Electric Power Components and Systems*. (2006), vol. 34 (9), p. 1027-1041.
- [69] Hydrogen and Fuel Cell Institute. <http://www.h2fc.com/technology>.
- [70] Jurado F., Cano A. “Use of ARX algorithms for modelling micro-turbines on the distribution feeder”. *IEE Proc. Generation, Transmission and Distribution*. (2004), vol. 151 (2), p. 232 – 238.
- [71] Jurado F., Ortega M., Cano A., Carpio J. “Biomass gasification, gas turbine and diesel engine”. *Energy Sources*. (2001), vol. 23 (10), p. 897-905.
- [72] Lasseter R., “Dynamic Models for Micro-Turbines and Fuel Cells”. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, Vancouver, Canada. 2001.
- [73] Lorenzo E., Araujo G. L., Cuevas A., Egido M. A., Miñano J. C., Zilles R. “Solar Electricity. Engineering of Photovoltaic Systems”. PROGNSA, 1994.
-

- [74] Patel R. M. *Wind and Solar Power Systems*. New York, NY: CRC Press, 1999.
- [75] Raissi A.T., Banerjee A., Sheinkopf K.G. “Current Technology of Fuel Cell Systems”. *Proceeding, Intersociety Energy Conversion Engineering Conference*, 1997.
- [76] Ramakumar R., Chiradeja P., “Distributed Generation and renewable energy systems”. *37th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference*. Paper nº. 20027, p. 716-724. 2002.
- [77] Scott W.G. “Micro-turbine Generators for Distribution Systems”. *IEEE Industry Applications Magazine*, (1998), vol. 4 (3), pp. 57-62.
- [78] *Tecnociencia. Especial Pilas de Combustible*.
<http://www.tecnociencia.es/especiales/hidrogeno/tipopilas.htm>.
- [79] Traverso A., Massardo A.F., Scarpellini R. “Externally Fired micro-Gas Turbine: Modelling and experimental performance”. *Applied Thermal Engineering*. (2006), 26 (16), p. 1935-1941.
- [80] International Energy Agency. “Energy Technologies for the 21st Century”. Paris, 1997.
- [81] Grubb M. *Renewable Energy Strategies for Europe: Volume I. Foundations and Context*. The Royal Institute of International Affairs, London, UK, 1995.
- [82] Grubb M., Vigotti R. *Renewable Energy Strategies for Europe: Volume II. Electricity Systems and Primary Electricity Sources*. The Royal Institute of International Affairs, London, UK, 1997.
- [83] Hoff T.E. “Integrating Renewable Energy Technologies in the Electric Supply Industry: A Risk Management Approach”. National Renewable Energy Laboratory. Julio, 1997.
- [84] Hoff T.E., Herig C. “Managing risk using renewable energy technologies”. *Symposium on the Virtual Utility: Saratoga Springs, NY*. (1997), vol. 26, p. 193-213.
- [85] Del Monaco J. L. “The role of distributed generation in the critical electric power infrastructure”. *Proceedings of the Power Engineering Society Winter Meeting IEEE*. (2001), vol. 1-3, p. 144–145.
- [86] Barker P.P., De Mello R.W. “Determining the impact of distributed generation on power systems I: Radial distribution systems”. *Proceedings of the Power Engineering Society Summer Meeting IEEE*. (2000), vol. 3, p. 1645–1656.
- [87] Coles L., Beck R.W. “Distributed generation can provide an appropriate customer price response to help fix wholesale price volatility”. *Proceedings of the Power Engineering Society Winter Meeting IEEE*. (2001), vol. 1, p. 141–143.
- [88] Kirkpatrick S., Gelatt C., Vecchi M. “Optimization by Simulated Annealing”. *Science*. (1983), vol. 220 (4598), p. 671-680.
- [89] Chiradeja P., Ramakumar R. “An approach to quantify the technical benefits of distributed generation”. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. (2004), vol. 19 (4), p. 764-773.

-
- [90] Alvarado F.L. “Locational aspects of distributed generation”. Proceedings of the Power Engineering Society Winter Meeting IEEE. (2001), vol. 1, p. 140.
- [91] Xu D., Girgis A.A. “Optimal load shedding strategy in power systems with distributed generation”. Proceedings of the Power Engineering Society Winter Meeting IEEE. (2001), vol. 2, p. 788–793.
- [92] Silvestri A., Berizzi A., Buonanno S. “Distributed generation planning using genetic algorithms”. Proceedings of the Electric Power Engineering International Conference PowerTech, Budapest. (1999), p. 257.
- [93] El-Khattam W., Salama M.M.A. “Impact of distributed generation on voltage profile in deregulated distribution system”. Proceedings of the Power Systems 2002 Conference, Impact of Distributed Generation, Clemson, SC, USA. (2002), p. 13–15.
- [94] Allan R. N., Arienti V. L., Leite da Silva A. M. “Probabilistic load flow considering dependence between input nodal powers”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. (1984), vol. PAS-103 (6), p. 1524-1530.
- [95] Amerongen R.A.M. van, “A general-purpose version of the fast decoupled load flow”. IEEE transactions on power systems. (1989), vol. 4 (2), p. 760-770.
- [96] Allan R. N., Al-Shakarchi M. R. G. “Probabilistic techniques in A.C. load flow analysis”. Proc. IEEE. (1977), vol. 124 (2), p. 154-160.
- [97] Allan R. N., Leite da Silva A. M., Burchett R.C. “Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. (1981), vol. PAS-100 (5), p. 2539-2546.
- [98] Sanabria I. A., Dillon T. S. “Stochastic power flow using cumulants and Von Mises functions”. International Journal of Electrical Power and Energy Systems. (1986), vol. 8 (1), p. 47-60.
- [99] Canavos G. C. Probabilidad y estadística. Aplicaciones y métodos. McGraw-Hill, Virginia, 1988.
- [100] León-García A. Probability and random processes for electrical engineering. Second edition. Addison-Wesley. New York, 1994.
- [101] Kendall M.G., Stuart A. The advanced theory of statistics. Volume I. Distribution Theory. Charles Griffin and company limited. London, 1963.
- [102] Moraga Ruiz de la Muela, R. Métodos de resolución de flujo de cargas probabilista con aplicaciones a estudios de fiabilidad en sistemas de energía eléctrica. Proyecto fin de carrera. Director: Pérez Ruiz J. E.T.S.I. Industriales, Universidad de Málaga. Diciembre, 2003.
- [103] Dopazo J. F., Klitin O. A., Sasson A. M. “Stochastic load flows”. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. (1975), vol. PAS-94 (2), p. 299-309.
- [104] Jondeau E., Rockinger M. “Estimating Gram-Charlier expansions with positivity constraints”.
-

Banque de France, 1999.

[105] Jaschke S.R. The Cornish–Fisher-expansion in the context of delta-gammanormal approximations. Discussion Paper 54, Sonderforschungsbereich 373, Humboldt-Universität zu Berlin, 2001.

[106] Usaola J. “Probabilistic load flow with wind production uncertainty using cumulants and Cornish-Fisher expansion”. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*. (2009), vol. 31 (9), p. 474-481.

[107] The Math works Inc., The student edition of MatLab, Prelice Hall, New Jersey, 1995.

[108] García de Jalón J., Rodríguez J. I. y Brazález A. *Aprenda Matlab 5.3 como si estuviera en primero*. Escuela Superior de Ingenieros Industriales. Universidad de Navarra. San Sebastián, 1999.

[109] MATPOWER home page: www.pserc.cornell.edu/matpower/matpower.html

[110] Ruiz-Rodriguez F.J., Hernandez J.C., Jurado F. “Probabilistic load flow for photovoltaic distributed generation using the Cornish–Fisher expansion”. *Electric Power Systems Research*. 2012, vol. (89), p. 129– 138.

[111] Ruiz-Rodriguez F.J., Hernandez J.C., Jurado F. “Probabilistic load flow for radial distribution networks with photovoltaic generators”. *IET Renewable Power Generation*. (2012), vol. 6 (2), p. 110 - 121.

[112] Jardini J.A., Tahan C.M.V., Gouvea M.R., Ahn S.U., Figueiredo F.M. “Daily load profiles for residential, commercial industrial low voltage consumers”. *IEEE Transactions on Power Delivery*. (2000), vol. 15 (1), p. 375–380.

[113] Espinoza M., Belmans C.J.R., Moor B.D. “Short-term load forecasting, profile identification, and customer segmentation: a methodology based on periodic time series”. *IEEE Transactions on Power Systems*. (2005), vol. 20 (3), p. 1622–1630.

[114] Hollands K.G.T., Huget R.G. “A probability density function for the clearness index, with applications”. *Solar Energy*. (1983), vol. 30 (3), p. 195–209.

[115] Hollands K.G.T., Crha S.J. “A probability density function for the diffuse fraction, with applications”. *Solar Energy*. (1987), vol. 38 (4), p. 237–245.

[116] Whillier A. *Solar energy collection and its utilization for house heating*. Ph.D. Thesis in Mechanical Engineering, M.I.T, Cambridge, Massachusetts, 1953.

[117] Liu B.Y.H., Jordan R.C. “The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation”. *Solar Energy*. (1960), vol. 4 (3), p. 1–19.

[118] Bendt P., Collares-Pereira M., Rabl A. “The frequency distribution of daily isolation values”. *Solar Energy*. (1981), vol. 27 (1), p. 1–5.

[119] Saunier G.Y., Reddy T.A., Kumar S. “A monthly probability distribution function of daily global

-
- irradiation values appropriate for both tropical and temperate locations". *Solar Energy*. (1987), vol. 38 (3), p. 169–177.
- [120] Tiba C., Siqueira A.N., Fraidenraich N. "Cumulative distribution curves of daily clearness index in a southern tropical climate". *Renewable Energy*. (2007), vol. 32 (13), p. 2161–2172.
- [121] Orgill F., Hollands K.G.T. "Correlation equation for hourly diffuse radiation on a horizontal surface". *Solar Energy*. (1977), vol. 19 (4), p. 357–359.
- [122] Erbs D.G., Klein S.A., Duffie J.A. "Estimation of the diffuse radiation fraction of hourly, daily, and monthly-average global radiation". *Solar Energy*. (1982), vol. 28 (4), p. 293–302.
- [123] Reindl D.T., Beckman W.A., Duffie J.A. "Diffuse fraction corrections". *Solar Energy*. (1990), vol. 45 (1), p. 1–7.
- [124] Papoulis A., Pillai S. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 2002.
- [125] Page J. *Proc. U. N. Conference New Sources Energy* (1961), p. 378-390.
- [126] Ruth D.W., Chant R.E. "The relationship of diffuse radiation to total radiation in Canada". *Solar Energy*. (1976), vol. 18 (2), p. 153-154.
- [127] Collares-Pereira M., Rabl A. "The average distribution of solar radiation--correlations between diffuse and hemispherical and between daily and hourly insolation values". *Solar Energy*. (1979), vol. 22 (2), p. 155-164.
- [128] Spencer J.W. "A comparison of methods for estimating hourly diffuse solar radiation from global solar radiation". *Solar Energy*. (1982), vol. 29 (1), p. 19-32.
- [129] Rao C.R.N., Bradley W.A., and Lee T.Y. "The diffuse component of the daily global solar irradiation at Corvallis, Oregon (U.S.A.)". *Solar Energy*. (1984), vol. 32 (5), p. 637-642.
- [130] Bugler J.M. "The determination of hourly insolation on an inclined plane using a diffuse irradiance model based on hourly measured global horizontal insolation". *Solar Energy*. (1977), vol. 19 (5), p. 477-491.
- [131] Iqbal M. "Prediction of hourly diffuse solar radiation from measured hourly global radiation on a horizontal surface". *Solar Energy*. (1980), vol. 24 (5), p. 491-503.
- [132] Lorenzo E. *Electricidad Solar Fotovoltaica. Volumen II: Radiación Solar y dispositivos Fotovoltaicos*. Sevilla: Progensa, 2006.
- [133] Martín N., Ruiz J.M. "Calculation of the PV modules angular losses under field conditions by means of an analytical model. *Solar Energy Material and Solar Cells*. (2001). vol. 70 (1), p. 25-38.
- [134] Hay J.E., D. McKay D.C. "Estimating solar irradiance on inclined surfaces: A review and assessment methodologies". *Int. J. Solar Energy*. (1985), vol. 3, p. 203-240.
-

- [135] Skoplaki E., Palyvos J.A. “On the temperature dependence of photovoltaic module electrical performance: A review of efficiency/power correlations”. *Solar Energy*. (2009), vol. 83 (5), p. 614–624.
- [136] Glover F., Kochenberger G. *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, 2002.
- [137] Kennedy J., Eberhart R. “Particle Swarm Optimization”. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*. (1995), vol. 4, p. 1942-1948.
- [138] Kennedy J. “The Particle Swarm: Social Adaptation of Knowledge”. *IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. (1997), p. 303-308.
- [139] Stephan O., Zomaya A. *Handbook Of Bioinspired Algorithms And Applications*. Chapman and Hall/Crc, 2005.
- [140] Polya G. “How to Solve It. The New Aspect of Mathematical Method”. Princeton University Press, 1971.
- [141] Reeves C.R. “Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems”. Blackwell Scientific Publishing, Oxford, UK, 1993.
- [142] Glover F. “Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence”. *Computers & Operations Research*. (1986), vol. 13 (5), p. 533-549.
- [143] Crainicand T., Toulouse M. “Handbook of Metaheuristics” (Chapter Parallel Strategies for Metaheuristics), Kluwer Academic Publishers. (2003), p. 475-513.
- [144] Mladenovic N., Hansen P. “Variable Neighborhood Search”. *Computers & Operations Research*. (1997) , vol. 24 (11), p. 1097-1100.
- [145] Stützle T. “Local Search Algorithms for Combinatorial Problems Analysis, Algorithms and New Applications”. Technical report, DISKI Dissertationen zur Künstliken Intelligenz. Sankt Augustin, Germany, 1999.
- [146] Bäck T., Fogel D., Michalewicz Z. *Handbook of Evolutionary Computation*. IOP Publishing and Oxford University Press, New York and Bristol, 1997.
- [147] Fogel L., Owens J., Walsh M. *Artificial Intelligence Through Simulated Evolution*. John Wiley and Sons, 1966.
- [148] Rechenberg I. *Evolutions strategie: Optimierung Technischer System e Nach Prinzipien der Biologischen Evolution*. Fromman-Holzboog Verlag, Stuttgart, 1973.
- [149] Holland J. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1st edition, 1975.
- [150] Glover F. “Heuristics for Integer Programming Using Surrogate Constraints”. *Decision Sciences*.

(1977), vol. 8, p. 156-166.

[151] Dorigo M. “Optimization, Learning and Natural Algorithms”. PhD thesis, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, 1992.

[152] Kennedy J., Eberhart R., Shi Y. *Swarm Intelligence*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001.

[153] Eberhart R., Shi Y. “Comparing Inertia Weights and Constriction Factors in Particle Swarm Optimization”. In *Proceedings of the International Congress on Evolutionary Computation*. (2000), vol. 1, p. 84-88.

[154] Afshinmanesh F., Marandi A., Rahimi-Kian A. “A Novel Binary Particle Swarm Optimization Method Using Artificial Immune System”. *Proceedings of IEEE International Conference on Computer as a Tool (EUROCON 2005)*. (2005), p. 217-220.

[155] Amonchanchahigul T., Kreesuradej W. “Input Selection Using Binary Particle Swarm Optimization”. *Proceedings of IEEE International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce*. (2006), p. 159-159.

[156] Rastegar R., Meybodi M. R., Badie K. “A New Discrete Binary Particle Swarm Optimization based on Learning Automata”. *Proceedings of IEEE 2004 International Conference on Machine Learning and Applications*. (2004), p. 456-462.

[157] Sadri J., Suen C.Y. “A Genetic Binary Particle Swarm Optimization Model”. *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2006)*. (2006), p. 656-663.

[158] Martinez F. J., Moreno J. A., “Jumping Frogs Optimization: A New Swarm Method for Discrete Optimization”. Document of work DEIOC 3/2008, University of La Laguna, 2008.

[159] Martinez F. J., Moreno, J. A. “Discrete particle swarm optimization for the p-median problem”. *Metaheuristics International Conference, Montreal, Canada*. (2007) p. 25–29.

[160] Consoli S., Moreno J. A., Darby-Dowman K., Mladenovic N. “Discrete particle swarm optimization for the minimum labelling steiner tree problem”. *Studies in Computational Intelligence*. (2008), vol. 129, p. 313–322.

[161] Venkatesh B., Ranjan R. “Optimal radial distribution system reconfiguration using fuzzy adaptation of evolutionary programming”. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*. (2003), vol. 25 (10), p. 775–780.

[162] España. Real Decreto 1955/2000, de 1 de diciembre, por el que se regulan las actividades de transporte, distribución, comercialización, suministro y procedimientos de autorización de instalaciones de energía eléctrica Boletín Oficial del estado de 27 diciembre 2000. BOE núm.310, p. 45.988–46.051.

[163] ABB. Technical information and tables, Vaasa, Finland: Ykko^o s-Offset Ltd (10^a ed.), 2000.

[164] Ruiz Rodríguez, F.J. Estudio de la fiabilidad de un sistema de energía eléctrica mediante flujos de carga probabilistas. Proyecto fin de carrera. Director: Pérez Ruiz J. E.T.S.I. Industriales, Universidad de Málaga. Mayo, 2005.